

# DISPOSITIVOS ELETRÔNICOS e teoria de circuitos

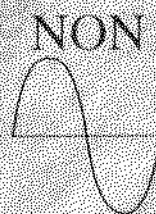
Parte 6

8ª Edição

Robert L. Boylestad  
Louis Nashelsky



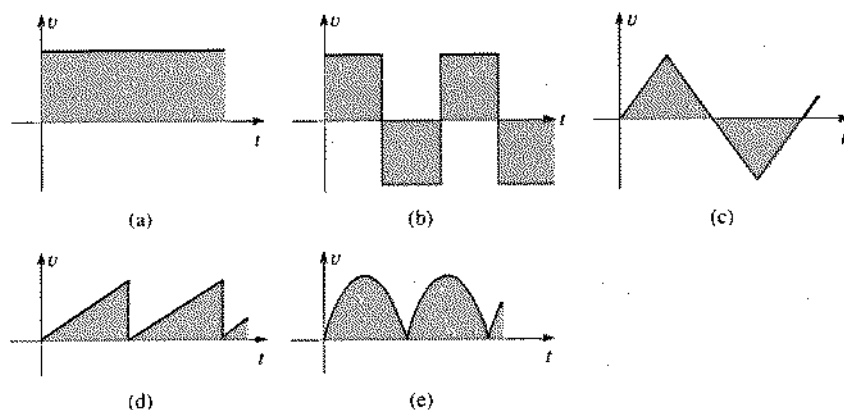
[www.pearson.com.br/electronics](http://www.pearson.com.br/electronics)



## Circuitos Não-senoidais

### 24.1 INTRODUÇÃO

Toda forma de onda que não pode ser representada por uma função seno ou co-seno é chamada de *não-senoidal*. As formas de onda não-senoidais mais comuns são a forma de onda contínua, a onda quadrada, a onda triangular, a onda dente-de-serra e a senóide retificada (Fig. 24.1).



**Fig. 24.1** Algumas das formas de onda não-senoidais mais comuns: (a) contínua; (b) onda quadrada; (c) onda triangular; (d) onda dente-de-serra; (e) senóide retificada.

Mesmo quando o sinal de entrada de um circuito é senoidal, o sinal de saída pode ser não-senoidal. O circuito da Fig. 24.2, por exemplo, utiliza um diodo para eliminar os semiciclos negativos do sinal de entrada, em um processo denominado retificação de meia onda que é usado para transformar corrente alternada em corrente contínua. Como o leitor terá oportunidade de aprender nos cursos de eletrônica, o diodo é um dispositivo que só conduz corrente em um sentido. Embora a forma de onda na saída do circuito da Fig 24.2 seja não-senoidal, ela tem o mesmo período que o sinal senoidal de entrada e é proporcional a ele durante metade de cada período.

Neste capítulo mostraremos que é possível representar uma forma de onda periódica não-senoidal, como a da saída do circuito da Fig. 24.2, como uma soma de senóides. O leitor também aprenderá a calcular a resposta de um circuito a um sinal de entrada não-senoidal.

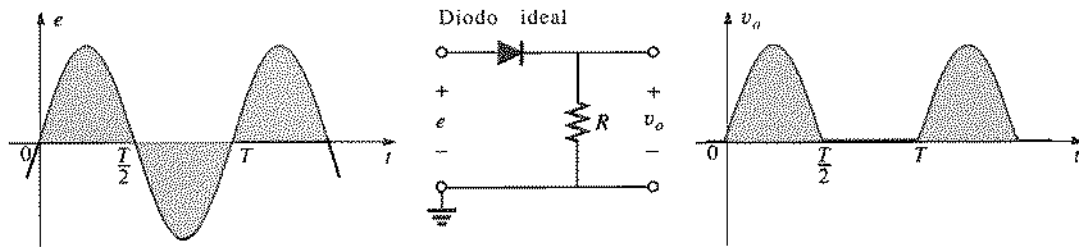


Fig. 24.2 O circuito retificador de meia onda produz uma forma de onda não-senoidal.

## 24.2 SÉRIES DE FOURIER

O termo *série de Fourier* se refere a uma série infinita, proposta em 1826 pelo Barão Jean Fourier (Fig. 24.3), que pode ser utilizada para representar uma função periódica não-senoidal. Para determinar a série de Fourier correspondente a uma dada função, calculamos os valores de  $A_0$ ,  $A_1, \dots, A_n$ ,  $B_1, \dots, B_n$  na seguinte expressão:

para um ciclo completo. A segunda é uma soma de funções seno cujas frequências são múltiplos inteiros da frequência da forma de onda original. A terceira é uma soma de funções co-seno cujas frequências também são múltiplos inteiros da frequência da forma de onda original.

A soma dos termos de frequência mais baixa da série de senos e da série de co-senos é chamada de *componente fundamental* e tem a mesma frequência que a forma de onda original. Os

$$f(t) = \underbrace{A_0}_{\text{de ou valor médio}} + \underbrace{A_1 \sin \omega t + A_2 \sin 2\omega t + A_3 \sin 3\omega t + \dots + A_n \sin n\omega t}_{\text{termos em seno}} + \underbrace{B_1 \cos \omega t + B_2 \cos 2\omega t + B_3 \cos 3\omega t + \dots + B_n \cos n\omega t}_{\text{termos em co-seno}} \quad (24.1)$$

Dependendo da forma de onda, pode ser necessário um grande número de termos na expressão acima para expressar a função com precisão aceitável do ponto de vista da análise de circuitos.

A série de Fourier pode ser dividida em três partes. A primeira é o termo constante  $A_0$ , que é o valor médio da forma de onda

outros termos em seno e co-seno são chamados de *harmônicos*. Um termo com uma frequência duas vezes maior do que a componente fundamental é chamado de *segundo harmônico*; se a frequência for três vezes maior, é chamado de *terceiro harmônico* e assim por diante.

### Valor Médio: $A_0$

O termo constante da série de Fourier é o valor médio da forma de onda para um ciclo completo. Se a forma de onda for simétrica em relação ao eixo horizontal,  $A_0 = 0$  e o termo constante não estará presente na representação da forma de onda em série de Fourier.

### Funções Ímpares (Simetria Central)

Quando o valor de uma função para  $+t$  é o negativo do valor da função para  $-t$ , dizemos que a função é ímpar ou possui *simetria central*.

A Fig. 24.4(a) mostra um exemplo de uma forma de onda com simetria central. Observe que o valor máximo da função, em  $t = t_1$ , é igual em valor absoluto ao valor máximo, que ocorre em  $t = -t_1$ . Para formas de onda desse tipo, o parâmetro  $A_0$  e todos os parâmetros  $B_n$  da Eq. (24.1) são nulos. Em outras palavras, *o termo constante e os termos em seno da série de Fourier são insuficientes para representar qualquer forma de onda com simetria central*.

Observe na Fig. 24.4(b) que a própria função seno apresenta simetria central.



Francês (Auxerre, Grenoble, Paris) (1768-1830)  
Matemático,  
Egiptologista e  
Administrador  
Professor de  
Matemática,  
École  
Polytechnique

Fourier é mais conhecido pela série de termos em senos e co-senos que leva o seu nome e que foi por ele utilizada para estudar a condução de calor em sólidos. Embora fosse essencialmente um matemático, grande parte do seu trabalho está ligada ao estudo de fenômenos físicos como manchas solares, transmissão de calor e o clima. Fourier fez parte do primeiro grupo de professores da École Polytechnique em Paris. Napoleão requisitou seus serviços como pesquisador do antigo Egito, fazendo com que passasse três anos nesse país como secretário do Institute d'Égypte. Em 1809 foi agraciado com o título de barão por Napoleão e em 1817 foi eleito para a Académie des Sciences.

Cortesia da  
Smithsonian Institution,  
Foto n.º 56.822.

Fig. 24.3 Barão Jean Fourier.



Valor médio

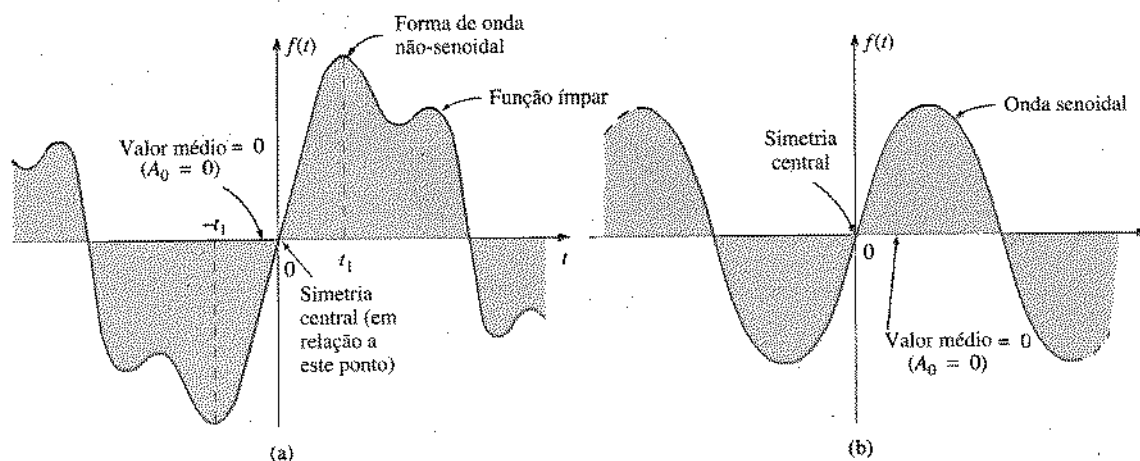


Fig. 24.4 Simetria central.

Matematicamente, a simetria central pode ser expressa através da seguinte condição:

$$f(t) = -f(-t) \quad (\text{função ímpar}) \quad (24.2)$$

### Funções Pares (Simetria Axial)

Quando o valor de uma função para  $+t$  é igual ao valor da função para  $-t$ , dizemos que a função é par ou possui simetria axial.

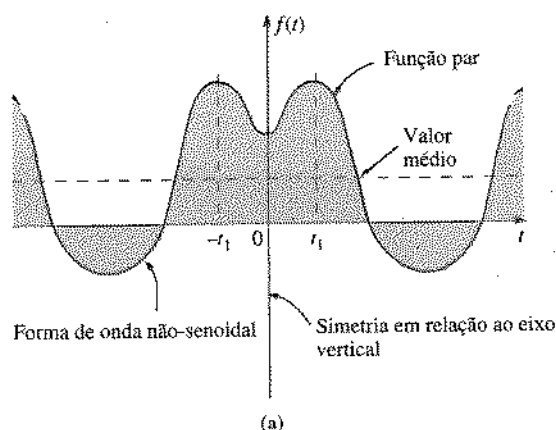
A Fig. 24.5(a) mostra um exemplo de uma forma de onda com simetria axial. Observe que o valor da função em  $t = t_1$  é igual ao valor em  $t = -t_1$ . Para formas de onda desse tipo, todos os parâmetros  $A_n$  da Eq. (24.1) são nulos. Em outras palavras,

o termo constante e os termos em co-seno da série de Fourier são suficientes para representar qualquer forma de onda com simetria axial.

Observe na Fig. 24.5(b) que a própria função co-seno apresenta simetria axial.

Matematicamente, a simetria axial pode ser expressa através da seguinte condição:

$$f(t) = f(-t) \quad (\text{função par}) \quad (24.3)$$



### Simetria Especular ou de Meia Onda

Quando uma função apresenta simetria especular ou de meia onda, como a forma de onda da Fig. 24.6, o termo constante e os coeficientes dos harmônicos pares em seno e co-seno são nulos.

Matematicamente, a simetria especular pode ser expressa através da seguinte condição:

$$f(t) = -f\left(t + \frac{T}{2}\right) \quad (24.4)$$

A Eq. (24.4) expressa o fato de que para esse tipo de simetria a forma de onda em um intervalo correspondente à metade do período ( $T/2$ ) se repete no intervalo seguinte, mas com o sinal trocado, como o ponto  $t_1$  da Fig. 24.6.

### Simetria de Meio Ciclo

Quando uma função apresenta simetria de meio ciclo, como a forma de onda da Fig. 24.7, os coeficientes dos harmônicos ímpares em seno e co-seno são nulos.

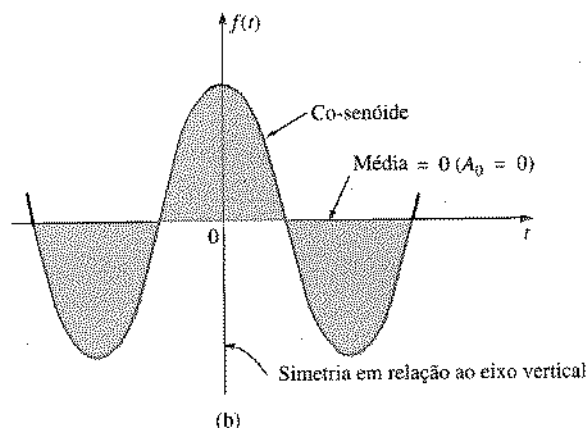


Fig. 24.5 Simetria axial.

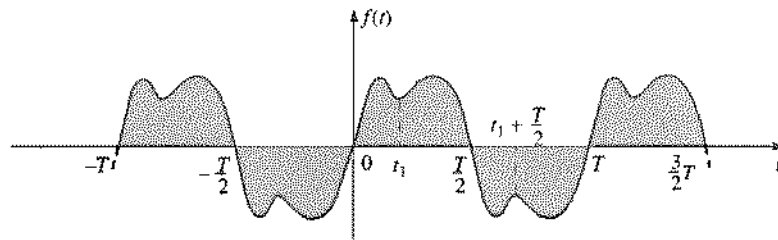


Fig. 24.6 Simetria especular.

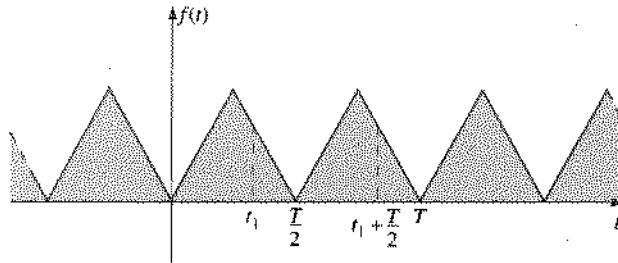


Fig. 24.7 Simetria de meio ciclo.

Matematicamente, a simetria de meio ciclo pode ser expressa através da seguinte condição:

$$f(t) = f\left(t + \frac{T}{2}\right) \quad (24.5)$$

A Eq. (24.5) expressa o fato de que para esse tipo de simetria a forma de onda em um intervalo correspondente à metade do período ( $T/2$ ) se repete no intervalo seguinte, como o ponto  $t_1$  da Fig. 24.7. Isso significa, porém, que a função continuaria a ser periódica se tivéssemos escolhido um período duas vezes menor. Assim, o fato de uma função apresentar simetria de meio ciclo significa apenas que a frequência fundamental poderia ser duas vezes maior, caso em que todos os termos da série de Fourier estariam presentes.

## Abordagem Matemática

Os coeficientes  $A_0$ ,  $A_n$  e  $B_n$  podem ser determinados com o auxílio de fórmulas bem conhecidas:

$$A_0 = \frac{1}{T} \int_0^T f(t) dt \quad (24.6)$$

$$A_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \sin n\omega t dt \quad (24.7)$$

$$B_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos n\omega t dt \quad (24.8)$$

## Instrumentação

Existem três instrumentos que permitem determinar as componentes de Fourier de uma forma de onda: o *analisador espectral*, o *analisador de onda* e o *analisador de Fourier*. O objetivo destes instrumentos é não apenas determinar a composição espectral de uma forma de onda, mas também avaliar a quantidade de distorção que um circuito pode causar a um sinal. Um amplificador, por exemplo, pode aumentar a amplitude do sinal aplicado por um fator de 50, mas introduzir no processo uma distorção da forma de onda que seria difícil de observar na tela de um osciloscópio. Essa distorção se manifesta na forma de harmônicos cujas frequências são múltiplos da frequência do sinal aplicado. Qualquer um dos instrumentos mencionados acima pode ser utilizado para descobrir quais são as principais frequências responsáveis pela distorção, o que permite removê-las do sinal da saída com o auxílio de filtros apropriados.

O *analisador espectral* tem a aparência de um osciloscópio, como se pode ver na Fig. 24.8, mas em vez de exibir na tela uma forma de onda que é um gráfico da tensão (eixo vertical) em função do tempo (eixo horizontal), mostra um gráfico da intensidade em db (eixo vertical) em função da frequência (eixo horizontal). Dizemos que este gráfico pertence ao *domínio da frequência*, ao contrário do gráfico exibido na tela do osciloscópio comum, que pertence ao *domínio do tempo*. A altura do pico que vemos na tela da Fig. 24.8 indica a importância relativa da frequência correspondente para o sinal. Os analisadores espectrais não são capazes de medir o ângulo de fase associado a cada componente de Fourier do sinal.

O *analisador de onda* da Fig. 24.9 não passa de um voltímetro rms cuja frequência de medida pode ser ajustada manualmente. Em outras palavras, o operador seleciona as frequências de interesse e o ponteiro do instrumento indica o valor rms de cada uma delas no sinal de entrada. Naturalmente, depois que a frequência da componente fundamental é determinada, o operador pode

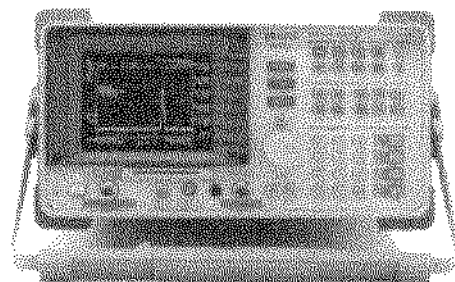


Fig. 24.8 Analisador espectral. (Cortesia da Hewlett Packard.)

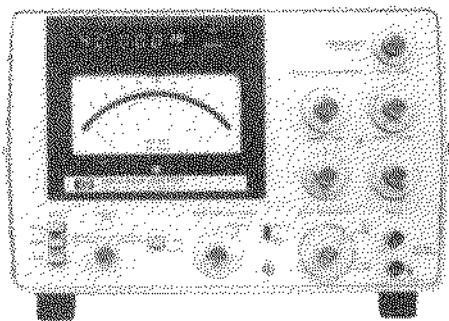


Fig. 24.9 Analisador de onda. (Cortesia da Hewlett Packard.)

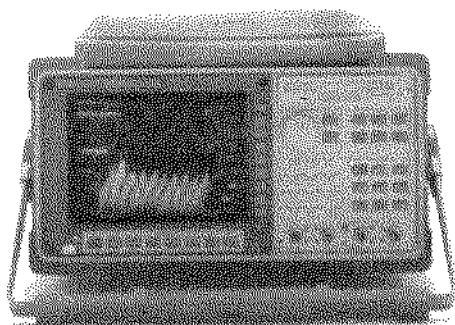


Fig. 24.10 Analisador de Fourier. (Cortesia da Hewlett Packard.)

medir sem dificuldade os valores rms dos diferentes harmônicos. Como o analisador espectral, o analisador de onda não indica o ângulo de fase associado às diferentes componentes de Fourier.

O analisador de Fourier da Fig. 24.10 é semelhante em muitos aspectos ao analisador espectral, mas permite investigar simultaneamente todas as frequências de interesse. O analisador espectral só pode medir uma frequência de cada vez. O analisador de Fourier tem a vantagem de poder determinar o ângulo de fase de cada harmônico.

Os exemplos a seguir ilustram o uso das equações e dos conceitos introduzidos neste capítulo até o momento.

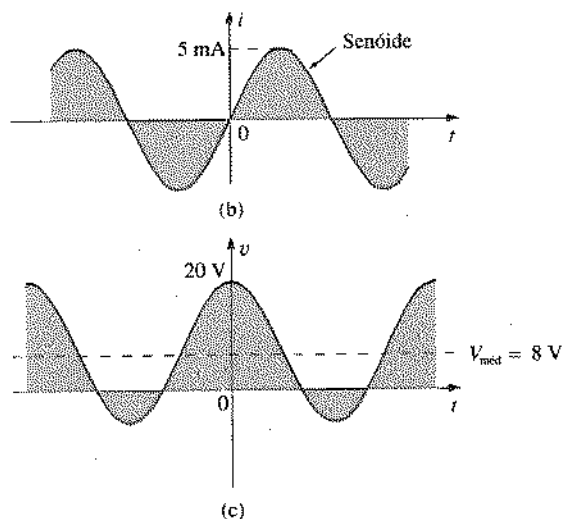
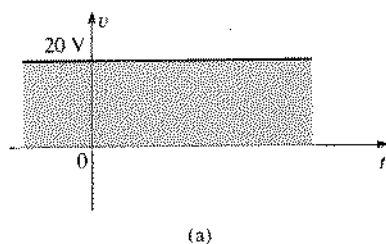


Fig. 24.12 Exemplo 24.2.

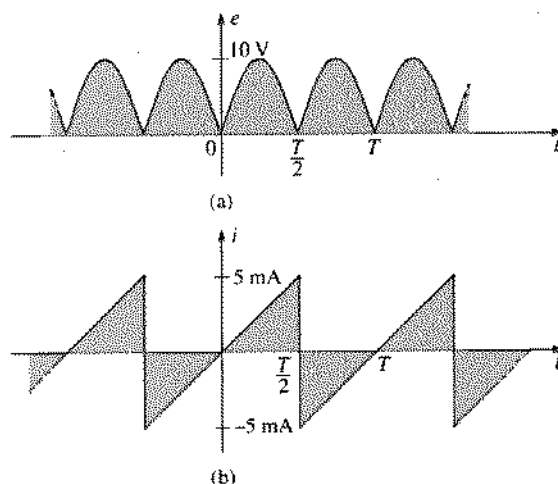


Fig. 24.11 Exemplo 24.1.

**EXEMPLO 24.1** Determine quais são os componentes não-nulos da expressão em série de Fourier das formas de onda da Fig. 24.11.

**Soluções:**

Fig. 24.11(a): todos os valores da forma de onda têm o mesmo sinal e portanto **o termo constante  $A_0$  é diferente de zero.**

A forma de onda tem simetria axial e portanto **apenas os termos em co-seno** estão presentes na expansão.

A forma de onda tem simetria de meio ciclo e portanto **apenas os termos pares** estão presentes na expansão.

A expansão em série de Fourier da forma de onda da Fig. 24.11 contém portanto **o termo constante e os termos pares em co-seno.**

Fig. 24.11(b): a forma de onda tem simetria central e portanto a forma de onda contém **apenas os termos em seno.**

**EXEMPLO 24.2** Escreva as expansões em série de Fourier das formas de onda da Fig. 24.12.

**Soluções:**

- a.  $A_0 = 20, A_{1 \rightarrow \infty} = 0, B_{1 \rightarrow \infty} = 0$   
 $v = 20$
- b.  $A_0 = 0, A_1 = 5 \times 10^{-3}, A_{2 \rightarrow \infty} = 0, B_{1 \rightarrow \infty} = 0$   
 $i = 5 \times 10^{-3} \sin \omega t$
- c.  $A_0 = 8, A_{1 \rightarrow \infty} = 0, B_1 = 12, B_{2 \rightarrow \infty} = 0$   
 $v = 8 + 12 \cos \omega t$

**EXEMPLO 24.3** Construa o gráfico da seguinte expansão em série de Fourier:

$$v = 2 + 1 \cos \alpha + 2 \sin \alpha$$

**Solução:** Observe a Fig. 24.13.

A solução pode ser obtida graficamente plotando as três funções no mesmo gráfico e somando-as ponto a ponto. Também podemos resolver o problema por álgebra fasorial, da seguinte forma:

$$\begin{aligned} 1 \cos \alpha + 2 \sin \alpha &= 1 \text{ V } \angle 90^\circ + 2 \text{ V } \angle 0^\circ = j 1 \text{ V} + 2 \text{ V} \\ &= 2 \text{ V} + j 1 \text{ V} = 2,236 \text{ V } \angle 26,57^\circ \\ &= 2,236 \sin(\alpha + 26,57^\circ) \end{aligned}$$

$$\text{e portanto } v = 2 + 2,236 \sin(\alpha + 26,57^\circ)$$

que é simplesmente uma onda senoidal superposta a um nível constante de 2 V.

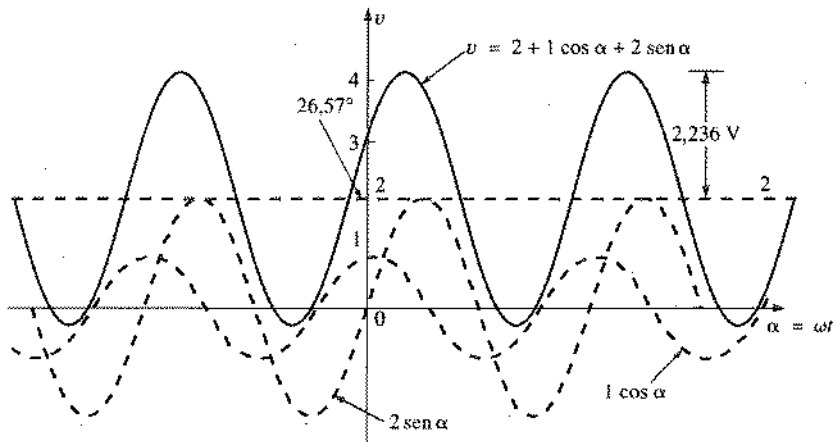


Fig. 24.13 Exemplo 24.3.

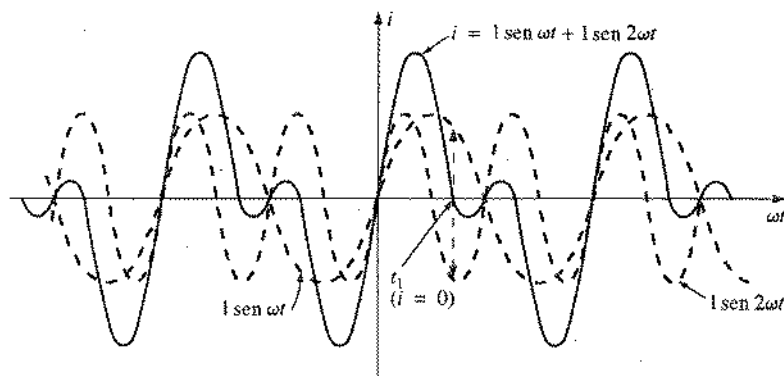


Fig. 24.14 Exemplo 24.4.

**EXEMPLO 24.4** Construa o gráfico da seguinte expansão em série de Fourier:

$$i = 1 \sin \omega t + 1 \sin 2 \omega t$$

**Solução:** Observe a Fig. 24.14. É importante notar que a soma de duas senóides de frequências diferentes *não* é uma senóide. Lembre-se de que a álgebra dos fasores só pode ser aplicada a formas de onda com a *mesma* frequência. No caso presente, a solução deve ser obtida graficamente ponto a ponto, como mostra a Fig. 24.14 para  $t = t_1$ .

Vamos considerar, como exemplo adicional do uso das séries de Fourier, a onda quadrada da Fig. 24.15. O valor médio é obviamente nulo e portanto  $A_0 = 0$ . Como se trata de uma função ímpar, todos os coeficientes  $B_n$  também são nulos; somente os termos em seno aparecem na expansão em série. Além disso, como esta forma de onda apresenta simetria especular, já que  $f(t) = -f(t + T/2)$ , os harmônicos pares também estão ausentes.

Após utilizarmos a Eq. (24.8) para calcular os coeficientes, obtemos a expressão:

$$v = \frac{4}{\pi} V_m \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3 \omega t + \frac{1}{5} \sin 5 \omega t + \frac{1}{7} \sin 7 \omega t + \dots + \frac{1}{n} \sin n \omega t \right) \quad (24.9)$$

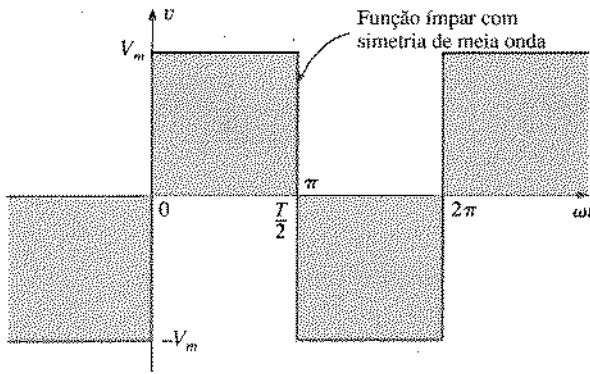


Fig. 24.15 Onda quadrada.

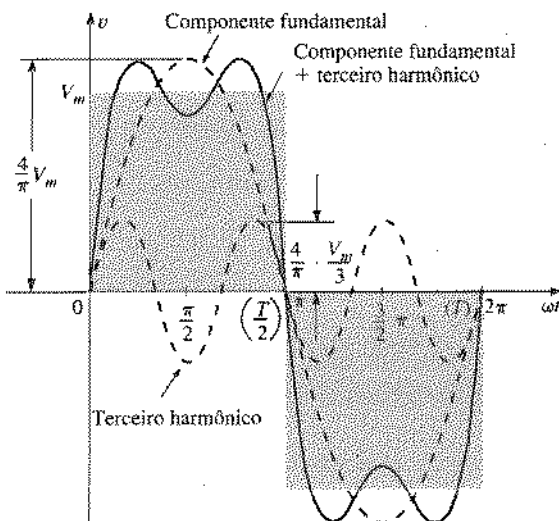


Fig. 24.16 Adição da componente fundamental com o terceiro harmônico.

Observe que a componente fundamental tem realmente a mesma frequência que a onda quadrada. Se somarmos os dois primeiros termos da expansão (fundamental e terceiro harmônico), teremos a forma de onda da Fig. 24.16.

Mesmo utilizando somente os dois primeiros termos, notamos que começam a aparecer algumas das características da onda quadrada. Se adicionarmos os dois termos seguintes da expansão (Fig. 24.17), os pulsos ficarão maiores e com um maior número de picos.

À medida que vamos adicionando mais termos, a série se torna uma aproximação cada vez melhor da onda quadrada. Observe, porém, que a amplitude dos termos sucessivos diminui até se

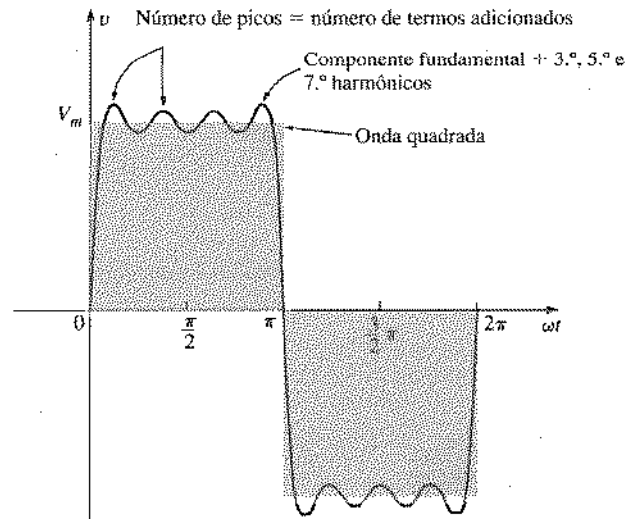


Fig. 24.17 Adição da componente fundamental com o terceiro, quinto e sétimo harmônicos.

tornar desprezível quando comparada com a dos termos iniciais. É em geral considerado uma boa aproximação supor que a onda pode ser representada pela soma dos nove primeiros harmônicos.

Se deslocarmos a forma de onda que acabamos de analisar no sentido vertical, para cima ou para baixo, a única alteração na série de Fourier será uma variação do termo constante. O gráfico da Fig. 24.18(c), por exemplo, é a soma das formas de onda das Figs. 24.18(a) e 24.18(b). A forma de onda resultante é dada por

$$v = v_1 + v_2 = V_m + \text{Eq. (24.9)}$$

$$= V_m + \frac{4}{\pi} V_m \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right)$$

$$\text{e portanto } v = V_m \left[ 1 + \frac{4}{\pi} \left( \sin \omega t + \frac{1}{3} \sin 3\omega t + \frac{1}{5} \sin 5\omega t + \frac{1}{7} \sin 7\omega t + \dots \right) \right]$$

A expansão da forma de onda retificada de meia onda da Fig. 24.19(c) é

$$v_2 = 0,318V_m + 0,500V_m \sin \alpha - 0,212V_m \cos 2\alpha - 0,0424V_m \cos 4\alpha - \dots \quad (24.10)$$

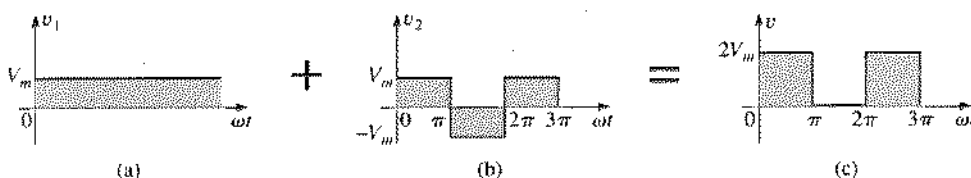


Fig. 24.18 Deslocamento vertical de uma forma de onda através da adição de um termo constante.

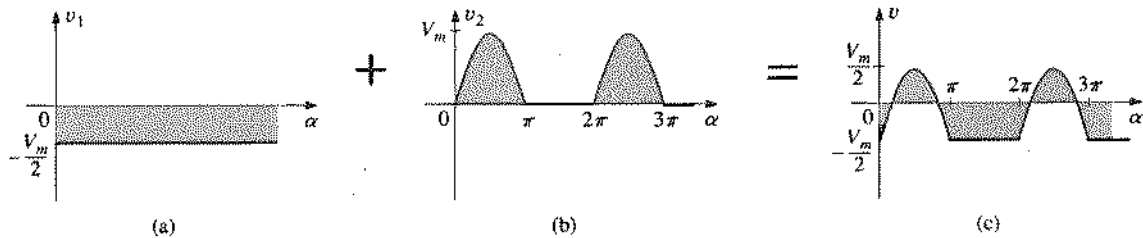


Fig. 24.19 Rebaixamento de uma forma de onda através da adição de uma componente constante negativa.

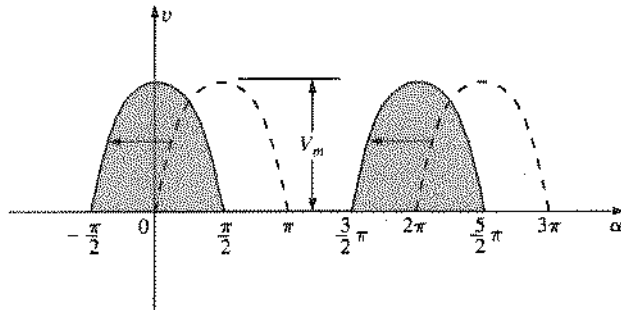


Fig. 24.20 Modificação do ângulo de fase de uma forma de onda.

A forma de onda da Fig. 24.19(c) é a soma das formas de onda das Figs. 24.19(a) e 24.19(b). A expansão em série de Fourier da forma de onda da Fig. 24.19(c) é portanto

$$\begin{aligned}
 v_T = v_1 + v_2 &= -\frac{V_m}{2} + \text{Eq. (24.10)} \\
 &= -0,500V_m + 0,318V_m + 0,500V_m \sin \alpha - \\
 &\quad - 0,212V_m \cos 2\alpha - 0,0424V_m \cos 4\alpha + \dots \\
 \text{e assim} \quad v_T &= -0,182V_m + 0,5V_m \sin \alpha - \\
 &\quad - 0,212V_m \cos 2\alpha - 0,0424V_m \cos 4\alpha + \dots
 \end{aligned}$$

Se a forma de onda da Fig. 24.19(b) ou da Fig. 24.19(c) for deslocada para a esquerda ou para a direita, será preciso somar ou subtrair, respectivamente, um deslocamento de fase ao argumento dos termos em seno e co-seno da série de Fourier correspondente; o termo constante não será afetado.

Se a forma de onda da Fig. 24.19(b) for deslocada  $90^\circ$  para a esquerda, como na Fig. 24.20, a série de Fourier se tornará

$$\begin{aligned}
 v &= 0,318V_m + 0,500V_m \underbrace{\sin(\alpha + 90^\circ)}_{\cos \alpha} - 0,212V_m \cos 2(\alpha + \\
 &\quad + 90^\circ) - 0,0424V_m \cos 4(\alpha + 90^\circ) + \dots \\
 &= 0,318V_m + 0,500V_m \cos \alpha - 0,212V_m \cos(2\alpha + \\
 &\quad + 180^\circ) - 0,0424V_m \cos(4\alpha + 360^\circ) + \dots \\
 v &= 0,318V_m + 0,500V_m \cos \alpha + 0,212V_m \cos 2\alpha - \\
 &\quad - 0,0424V_m \cos 4\alpha + \dots
 \end{aligned}$$

## 24.3 RESPOSTA DE UM CIRCUITO A UM SINAL NÃO-SENOIDAL

Levando em conta o princípio da superposição, podemos utilizar a representação de um sinal não-senoidal em série de Fourier para estudar a resposta de um circuito linear a este tipo de sinal. Como vimos, este princípio permite considerar separadamente os efeitos de várias fontes contínuas ou senoidais. Se substituirmos o sinal não-senoidal por um número de termos da série de Fourier suficiente para reproduzi-lo com precisão satisfatória, a resposta ao sinal não-senoidal poderá ser determinada calculando separadamente as respostas do circuito a cada um desses termos (Fig. 24.21) e somando os resultados.

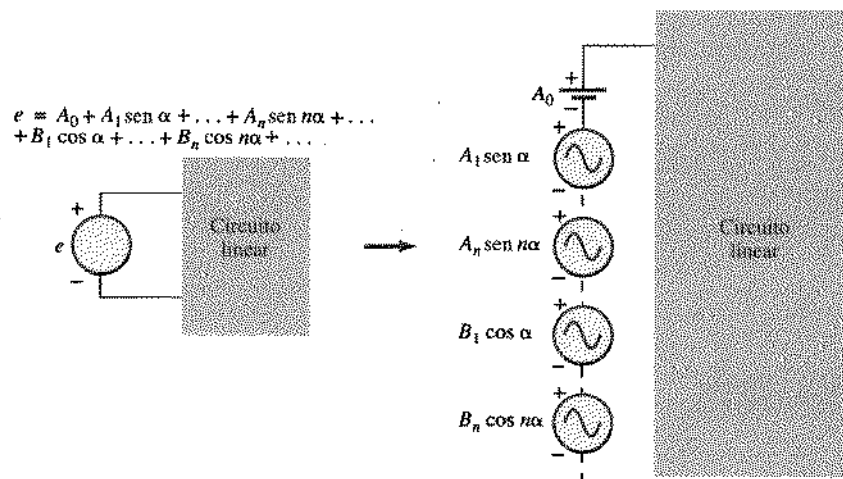


Fig. 24.21 Aplicação das componentes de Fourier de um sinal não-senoidal a um circuito linear.



A principal diferença entre o uso do princípio da superposição para estudar circuitos não-senoidais e as aplicações discutidas anteriormente está no fato de que uma expansão em série de Fourier contém termos de diferentes frequências. Assim, as reatâncias

$$X_L = 2\pi fL \quad \text{e} \quad X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

terão valores diferentes para cada termo do sinal.

Como vimos no Capítulo 13, o valor eficaz de qualquer forma de onda é dado por:

$$\sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T [f(t)]^2 dt}$$

Se aplicarmos esta equação à série de Fourier

$$v(\alpha) = V_0 + V_{m1} \sin \alpha + \dots + V_{mn} \sin n\alpha + V'_{m1} \cos \alpha + \dots + V'_{mn} \cos n\alpha$$

então

$$V_{\text{ef}} = \sqrt{V_0^2 + \frac{V_{m1}^2 + \dots + V_{mn}^2 + V'^2_{m1} + \dots + V'^2_{mn}}{2}} \quad (24.11)$$

Entretanto, como

$$\frac{V_{m1}^2}{2} = \left(\frac{V_{m1}}{\sqrt{2}}\right) \left(\frac{V_{m1}}{\sqrt{2}}\right) = (V_{1\text{ef}})(V_{1\text{ef}}) = V_{1\text{ef}}^2$$

então

$$V_{\text{ef}} = \sqrt{V_0^2 + V_{1\text{ef}}^2 + \dots + V_{n\text{ef}}^2 + V'^2_{1\text{ef}} + \dots + V'^2_{n\text{ef}}} \quad (24.12)$$

Da mesma forma, para

$$i(\alpha) = I_0 + I_{m1} \sin \alpha + \dots + I_{mn} \sin n\alpha + I'_{m1} \cos \alpha + \dots + I'_{mn} \cos n\alpha$$

temos

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{I_0^2 + \frac{I_{m1}^2 + \dots + I_{mn}^2 + I'^2_{m1} + \dots + I'^2_{mn}}{2}} \quad (24.13)$$

e portanto

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{I_0^2 + I_{1\text{ef}}^2 + \dots + I_{n\text{ef}}^2 + I'^2_{1\text{ef}} + \dots + I'^2_{n\text{ef}}} \quad (24.14)$$

A potência total fornecida é a soma das potências associadas aos diferentes termos de tensão e corrente. Nas equações a seguir, todos os valores de tensão e corrente são valores eficazes:

$$P_T = V_0 I_0 + V_1 I_1 \cos \theta_1 + \dots + V_n I_n \cos \theta_n + \dots \quad (24.15)$$

$$P_T = I_0^2 R + I_1^2 R + \dots + I_n^2 R + \dots \quad (24.16)$$

$$P_T = I_{\text{ef}}^2 R \quad (24.17)$$

onde  $I_{\text{ef}}$  é dada pela Eq. (24.13) e, de modo semelhante,

$$P_T = \frac{V_{\text{ef}}^2}{R} \quad (24.18)$$

onde  $V_{\text{ef}}$  é dada pela Eq. (24.11).

### EXEMPLO 24.5

- Esboce a forma de onda resultante da combinação de fontes da Fig. 24.22.
- Calcule o valor eficaz do sinal da Fig. 24.22.

#### Soluções:

- Veja a Fig. 24.23.
- Da Eq. (24.11):

$$\begin{aligned} V_{\text{ef}} &= \sqrt{V_0^2 + \frac{V_m^2}{2}} \\ &= \sqrt{(4 \text{ V})^2 + \frac{(6 \text{ V})^2}{2}} = \sqrt{16 + \frac{36}{2}} \text{ V} = \sqrt{34} \text{ V} \\ &= 5,831 \text{ V} \end{aligned}$$

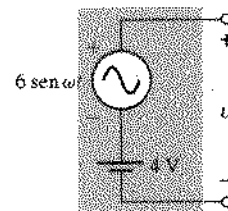


Fig. 24.22 Exemplo 24.5.

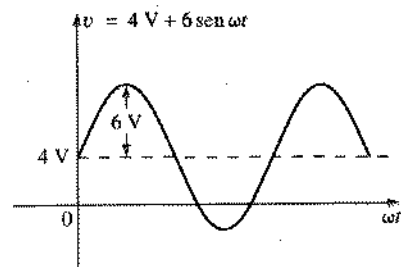


Fig. 24.23 Forma de onda gerada pela fonte da Fig. 24.22.

Observe no Exemplo 24.5 que, ao contrário do que poderia parecer à primeira vista, o valor rms de uma forma de onda com uma componente contínua e outra alternada não é simplesmente a soma dos valores efetivos de cada uma. Em outras palavras, seria um erro dispensar a Eq. (24.11) e supor que  $V_{ef} = 4 \text{ V} + 0,707 (6 \text{ V}) = 8,242 \text{ V}$ , um resultado 41% maior que o verdadeiro.

## Instrumentação

Nem todo multímetro digital é capaz de medir o valor rms de formas de onda não-senoidais como a que aparece na Fig. 24.23. Muitos desses aparelhos são projetados para medir o valor rms apenas de formas de onda senoidais. É importante ler o manual de instruções do medidor para verificar se se trata de um *multímetro rms verdadeiro*, capaz de medir o valor rms de qualquer forma de onda.

**EXEMPLO 24.6** Vimos no Capítulo 1.3 que o valor eficaz de uma onda quadrada é igual ao seu valor máximo. Agora vamos verificar esta conclusão utilizando a expansão em série de Fourier e a Eq. (24.11).

Determine o valor eficaz da onda quadrada da Fig. 24.15 com  $V_m = 20 \text{ V}$  usando os seis primeiros termos da expansão em série de Fourier e compare o resultado com o valor eficaz exato,  $20 \text{ V}$ .

**Solução:**

$$v = \frac{4}{\pi}(20 \text{ V}) \sin \omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{3}\right)(20 \text{ V}) \sin 3\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{5}\right)(20 \text{ V}) \sin 5\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{7}\right)(20 \text{ V}) \sin 7\omega t \\ + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{9}\right)(20 \text{ V}) \sin 9\omega t + \frac{4}{\pi}\left(\frac{1}{11}\right)(20 \text{ V}) \sin 11\omega t$$

$$v = 25,465 \sin \omega t + 8,488 \sin 3\omega t + 5,093 \sin 5\omega t + 3,638 \sin 7\omega t + 2,829 \sin 9\omega t + 2,315 \sin 11\omega t$$

Eq. (24.11):

$$V_{ef} = \sqrt{V_0^2 + \frac{V_{m1}^2 + V_{m2}^2 + V_{m3}^2 + V_{m4}^2 + V_{m5}^2 + V_{m6}^2}{2}} \\ = \sqrt{(0 \text{ V})^2 + \frac{(25,465 \text{ V})^2 + (8,488 \text{ V})^2 + (5,093 \text{ V})^2 + (3,638 \text{ V})^2 + (2,829 \text{ V})^2 + (2,315 \text{ V})^2}{2}} \\ = 19,66 \text{ V}$$

Este resultado difere em menos de 0,4 V da resposta correta,  $20 \text{ V}$ . Cada termo que for adicionado à série de Fourier tornará o resultado mais próximo deste valor. Seria necessário, porém, somar um número infinito de termos para obter o valor exato.

**EXEMPLO 24.7** O sinal de entrada no circuito da Fig. 24.24 é dado pela expressão

$$e = 12 + 10 \sin 2t$$

- Determine a corrente  $i$  e as tensões  $v_R$  e  $v_C$ .
- Calcule os valores eficazes de  $i$ ,  $v_R$  e  $v_C$ .
- Obtenha a potência fornecida ao circuito.

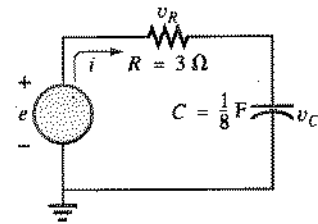


Fig. 24.24 Exemplo 24.7.

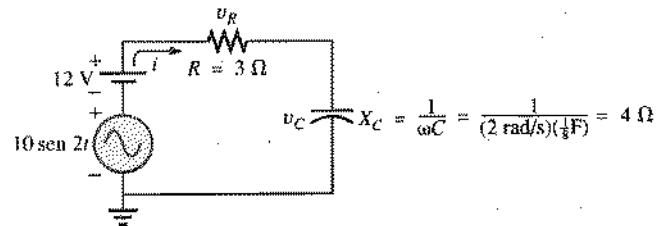


Fig. 24.25 Circuito da Fig. 24.24 com as componentes de Fourier do sinal aplicado.

**Soluções:**

- O circuito original pode ser substituído pelo circuito equivalente da Fig. 24.25, que possui duas fontes, uma contínua e outra senoidal. Vamos aplicar o princípio da superposição ao circuito da Fig. 24.25.

- Para a resposta do circuito à fonte contínua,  $I = 0$ , já que o capacitor se comporta como um circuito aberto para tensões contínuas no regime estacionário. Assim,

$$V_R = IR = 0 \text{ V} \quad \text{e} \quad V_C = 12 \text{ V}$$

- Para a resposta do circuito à fonte senoidal, temos:

$$Z = 3 \Omega - j4 \Omega = 5 \Omega \angle -53,13^\circ$$

$$\text{e portanto, } I = \frac{E}{Z} = \frac{\frac{10}{\sqrt{2}} \text{ V} \angle 0^\circ}{5 \Omega \angle -53,13^\circ} = \frac{2}{\sqrt{2}} \text{ A} \angle +53,13^\circ$$

$$V_R = (I \angle \theta)(R \angle 0^\circ) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} A \angle +53,13^\circ\right)(3 \Omega \angle 0^\circ) \\ = \frac{6}{\sqrt{2}} V \angle +53,13^\circ$$

$$e \quad V_C = (I \angle \theta)(X_C \angle -90^\circ) = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} A \angle +53,13^\circ\right) \times \\ \times (4 \Omega \angle -90^\circ) = \frac{8}{\sqrt{2}} V \angle -36,87^\circ$$

No domínio do tempo,

$$i = 0 + 2 \sin(2t + 53,13^\circ)$$

Observe que, embora exista um termo constante na expressão da tensão aplicada, o termo constante na expressão da corrente no circuito é nulo:

$$v_R = 0 + 6 \sin(2t + 53,13^\circ)$$

$$e \quad v_C = 12 + 8 \sin(2t - 36,87^\circ)$$

$$b. \text{ Eq. (24.14): } I_{ef} = \sqrt{(0)^2 + \frac{(2 A)^2}{2}} = \sqrt{2} V = 1,414 A$$

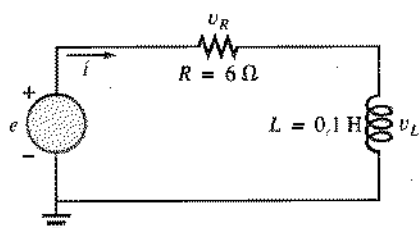
$$\text{Eq. (24.12): } V_{Ref} = \sqrt{(0)^2 + \frac{(6 V)^2}{2}} = \sqrt{18} V = 4,243 V$$

$$\text{Eq. (24.12): } V_{Cef} = \sqrt{(12 V)^2 + \frac{(8 V)^2}{2}} = \sqrt{176} V = \\ = 13,267 V$$

$$c. P = I_{ef}^2 R = \left(\frac{2}{\sqrt{2}} A\right)^2 (3 \Omega) = 6 W$$

**EXEMPLO 24.8** Determine a resposta do circuito da Fig. 24.26(a) à forma de onda da Fig. 24.26(b), cuja expansão em série de Fourier é

$$e = 0,318E_m + 0,500E_m \sin \omega t - 0,212E_m \cos 2\omega t - \\ - 0,0424E_m \cos 4\omega t + \dots$$



(a)

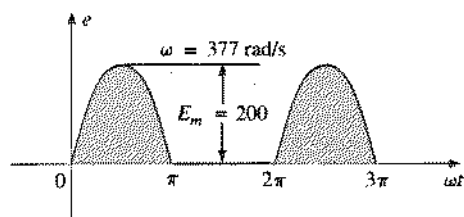


Fig. 24.26 Exemplo 24.8.

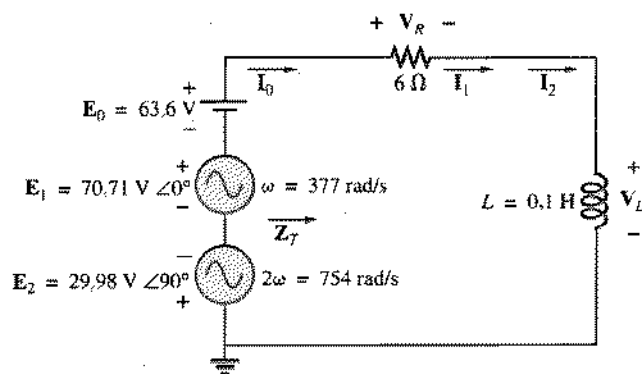


Fig. 24.27 Circuito da Fig. 24.26 com as componentes de Fourier do sinal aplicado.

**Solução:** Para facilitar a análise, vamos supor que apenas os três primeiros termos da expansão em série de Fourier sejam suficientes para representar o sinal com a precisão desejada. Convertendo o co-seno em seno e substituindo  $E_m$  por seu valor, temos:

$$e = 63,60 + 100,0 \sin \omega t - 42,40 \sin(2\omega t + 90^\circ)$$

O circuito original pode ser substituído pelo da Fig. 24.27, no qual as tensões das fontes estão representadas em notação fasorial. Aplicando o princípio da superposição, temos:

Para o termo constante ( $E_0 = 63,6 V$ ),

$$X_L = 0 \quad (\text{curto-circuito para dc})$$

$$Z_T = R \angle 0^\circ = 6 \Omega \angle 0^\circ$$

$$I_0 = \frac{E_0}{R} = \frac{63,6 V}{6 \Omega} = 10,60 A$$

$$V_{R0} = I_0 R = E_0 = 63,60 V$$

$$V_{L0} = 0$$

A potência média associada a este termo é

$$P_0 = I_0^2 R = (10,60 A)^2 (6 \Omega) = 674,2 W$$

Para o termo fundamental ( $E_1 = 70,71 V \angle 0^\circ$ ),  $\omega = 377 \text{ rad/s}$ ,

$$X_{L1} = \omega L = (377 \text{ rad/s})(0,1 H) = 37,7 \Omega$$

$$Z_{T1} = 6 \Omega + j37,7 \Omega = 38,17 \Omega \angle 80,96^\circ$$

$$I_1 = \frac{E_1}{Z_{T1}} = \frac{70,71 V \angle 0^\circ}{38,17 \Omega \angle 80,96^\circ} = 1,85 A \angle -80,96^\circ$$

$$V_{R1} = (I_1 \angle \theta)(R \angle 0^\circ) = (1,85 A \angle -80,96^\circ)(6 \Omega \angle 0^\circ) \\ = 11,10 V \angle -80,96^\circ$$

$$V_{L1} = (I_1 \angle \theta)(X_{L1} \angle 90^\circ) = (1,85 A \angle -80,96^\circ)(37,7 \Omega \angle 90^\circ) \\ = 69,75 V \angle 9,04^\circ$$

A potência média associada a este termo é

$$P_1 = I_1^2 R = (1,85 A)^2 (6 \Omega) = 20,54 W$$

Para o segundo harmônico ( $E_2 = 29,98 \text{ V} \angle -90^\circ$ ,  $\omega = 754 \text{ rad/s}$ ), cujo ângulo de fase foi mudado para  $-90^\circ$  para que a fonte correspondente ficasse com a mesma polaridade que as outras,

$$X_{L_2} = \omega L = (754 \text{ rad/s})(0,1 \text{ H}) = 75,4 \Omega$$

$$Z_{T_2} = 6 \Omega + j 75,4 \Omega = 75,64 \Omega \angle 85,45^\circ$$

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_{T_2}} = \frac{29,98 \text{ V} \angle -90^\circ}{75,64 \Omega \angle 85,45^\circ} = 0,396 \text{ A} \angle -174,45^\circ$$

$$V_{R_2} = (I_2 \angle \theta)(R \angle 0^\circ) = (0,396 \text{ A} \angle -174,45^\circ)(6 \Omega \angle 0^\circ) = 2,38 \text{ V} \angle -174,45^\circ$$

$$V_{L_2} = (I_2 \angle \theta)(X_{L_2} \angle 90^\circ) = (0,396 \text{ A} \angle -174,45^\circ)(75,4 \Omega \angle 90^\circ) = 29,9 \text{ V} \angle -84,45^\circ$$

A potência média associada a este termo é

$$P_2 = I_2^2 R = (0,396 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 0,941 \text{ W}$$

A expansão em série de Fourier da corrente  $i$  é

$$i = 10,6 + \sqrt{2}(1,85)\text{sen}(377t - 80,96^\circ) + \sqrt{2}(0,396)\text{sen}(754t - 174,45^\circ)$$

e portanto

$$I_{\text{ef}} = \sqrt{(10,6 \text{ A})^2 + (1,85 \text{ A})^2 + (0,396 \text{ A})^2} = 10,77 \text{ A}$$

A expansão em série de Fourier da tensão  $v_R$  é

$$v_R = 63,6 + \sqrt{2}(11,10)\text{sen}(377t - 80,96^\circ) + \sqrt{2}(2,38)\text{sen}(754t - 174,45^\circ)$$

e portanto

$$V_{R_{\text{ef}}} = \sqrt{(63,6 \text{ V})^2 + (11,10 \text{ V})^2 + (2,38 \text{ V})^2} = 64,61 \text{ V}$$

A expansão em série da tensão  $v_L$  é

$$v_L = \sqrt{2}(69,75)\text{sen}(377t + 9,04^\circ) + \sqrt{2}(29,93)\text{sen}(754t - 84,45^\circ)$$

$$\text{e portanto } V_{L_{\text{ef}}} = \sqrt{(69,75 \text{ V})^2 + (29,93 \text{ V})^2} = 75,90 \text{ V}$$

A potência média total é

$$P_T = I_{\text{ef}}^2 R = (10,77 \text{ A})^2 (6 \Omega) = 695,96 \text{ W} = P_0 + P_1 + P_2$$

## 24.4 ADIÇÃO E SUBTRAÇÃO DE FORMAS DE ONDA NÃO-SENOIDAIIS

Para determinar a expansão em série de Fourier da forma de onda resultante da adição ou subtração de duas formas de onda não-senoidais, basta somar ou subtrair os termos de mesma frequência, usando as regras da álgebra fasorial.

Como exemplo, vamos calcular a soma das formas de onda  $v_1$  e  $v_2$  definidas a seguir:

$$v_1 = 30 + 20 \text{ sen } 20t + \dots + 5 \text{ sen}(60t + 30^\circ)$$

$$v_2 = 60 + 30 \text{ sen } 20t + 20 \text{ sen } 40t + 10 \cos 60t$$

1. Termos constantes

$$V_{T_0} = 30 \text{ V} + 60 \text{ V} = 90 \text{ V}$$

2. Termos com  $\omega = 20 \text{ rad/s}$ :

2.  $\omega = 20$ :

$$V_{T_{1(\text{max})}} = 30 \text{ V} + 20 \text{ V} = 50 \text{ V}$$

e portanto

$$v_{T_1} = 50 \text{ sen } 20t$$

3.  $\omega = 40$ :

$$v_{T_2} = 20 \text{ sen } 40t$$

4.  $\omega = 60$ :

$$5 \text{ sen}(60t + 30^\circ) = (0,707)(5) \text{ V} \angle 30^\circ = 3,54 \text{ V} \angle 30^\circ$$

$$10 \cos 60t = 10 \text{ sen}(60t + 90^\circ) \Rightarrow (0,707)(10) \text{ V} \angle 90^\circ = 7,07 \text{ V} \angle 90^\circ$$

$$V_{T_3} = 3,54 \text{ V} \angle 30^\circ + 7,07 \text{ V} \angle 90^\circ$$

$$= 3,07 \text{ V} + j 1,77 \text{ V} + j 7,07 \text{ V} = 3,07 \text{ V} + j 8,84 \text{ V}$$

$$V_{T_3} = 9,36 \text{ V} \angle 70,85^\circ$$

$$\text{e portanto } v_{T_3} = 13,24 \text{ sen}(60t + 70,85^\circ)$$

logo

$$v_T = v_1 + v_2 = 90 + 50 \text{ sen } 20t + 20 \text{ sen } 40t + 13,24 \text{ sen}(60t + 70,85^\circ)$$

## 24.5 ANÁLISE COMPUTACIONAL

### PSpice (Windows)

Nosso primeiro exemplo de análise computacional consistirá em gerar o gráfico da Fig. 24.17, usado para demonstrar que quatro termos de uma expansão em série de Fourier são suficientes para gerar uma forma de onda que apresenta várias características de uma onda quadrada. De acordo com a Eq. (24.9), a expansão em série de Fourier de uma onda quadrada com uma amplitude de 10 V é dada por:

$$v = \frac{4}{\pi}(10 \text{ V})(\text{sen } \omega t + \frac{1}{3} \text{ sen } 3\omega t + \frac{1}{5} \text{ sen } 5\omega t + \frac{1}{7} \text{ sen } 7\omega t)$$

$$v = 12,732 \text{ sen } \omega t + 4,244 \text{ sen } 3\omega t + 2,546 \text{ sen } 5\omega t +$$

$$+ 1,819 \text{ sen } 7\omega t$$

Cada um dos termos da série de Fourier pode ser considerado uma fonte independente, como na Fig. 24.28. A soma das tensões de todas as fontes é aplicada aos terminais do resistor  $R$  e corresponde à forma de onda da Fig. 24.29, que é igual à da Fig. 24.17. Os limites da escala vertical foram escolhidos como  $-20 \text{ V}$  e  $20 \text{ V}$  usando a opção **Used Defined** do **Y-Axis Setting** de **Plot** para mostrar as oscilações da forma de onda em torno de  $10 \text{ V}$ . Os limites da escala horizontal foram escolhidos como  $0 \text{ s}$  e  $2 \text{ ms}$  usando a opção **Used Defined** do **X-Axis Setting** de **Plot** para mostrar dois ciclos completos de forma de onda.

Para obter o espectro de frequência da forma de onda, basta voltar a **Plot**, escolher **X-Axis Setting** e habilitar a opção **Fourier** na caixa de diálogo. O resultado, usando a opção **Used**

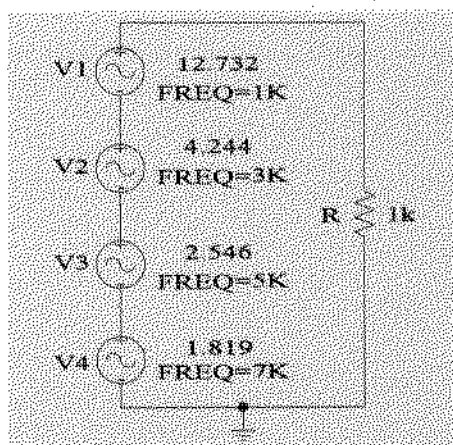


Fig. 24.28 Aplicação de quatro termos da expansão em série de Fourier de uma onda quadrada de 10 V a um resistor de 1 k $\Omega$ .

**Defined** para limitar a faixa de frequências a 0 Hz a 10 kHz, aparece na Fig. 24.30. Observe que os picos ocorrem em 1 kHz, 3 kHz, 5 kHz e 7 kHz e sua amplitude diminui à medida que a frequência aumenta. O valor máximo do primeiro pico pode ser obtido usando a opção **Cursor** do menu **Tools**. Depois de escolher **Display** e clicar o cursor em algum ponto da tela, podemos voltar à sequência **Tools-Cursor-Max** e determinar as coordenadas do ponto A1 (1 kHz, 12, 738 V), como se pode ver na parte inferior do gráfico da Fig. 24.30. Os outros máxi-

mos podem ser obtidos colocando o cursor nas posições correspondentes.

Neste caso, as componentes da forma de onda já eram conhecidas, mas o leitor pode avaliar a importância desta opção quando as amplitudes das componentes de Fourier de uma forma de onda não-senoidal são desconhecidas. No caso de circuitos não-lineares, ela pode revelar a distribuição de frequências das distorções introduzidas, permitindo a introdução de uma filtragem apropriada, capaz de restaurar a forma original do sinal.

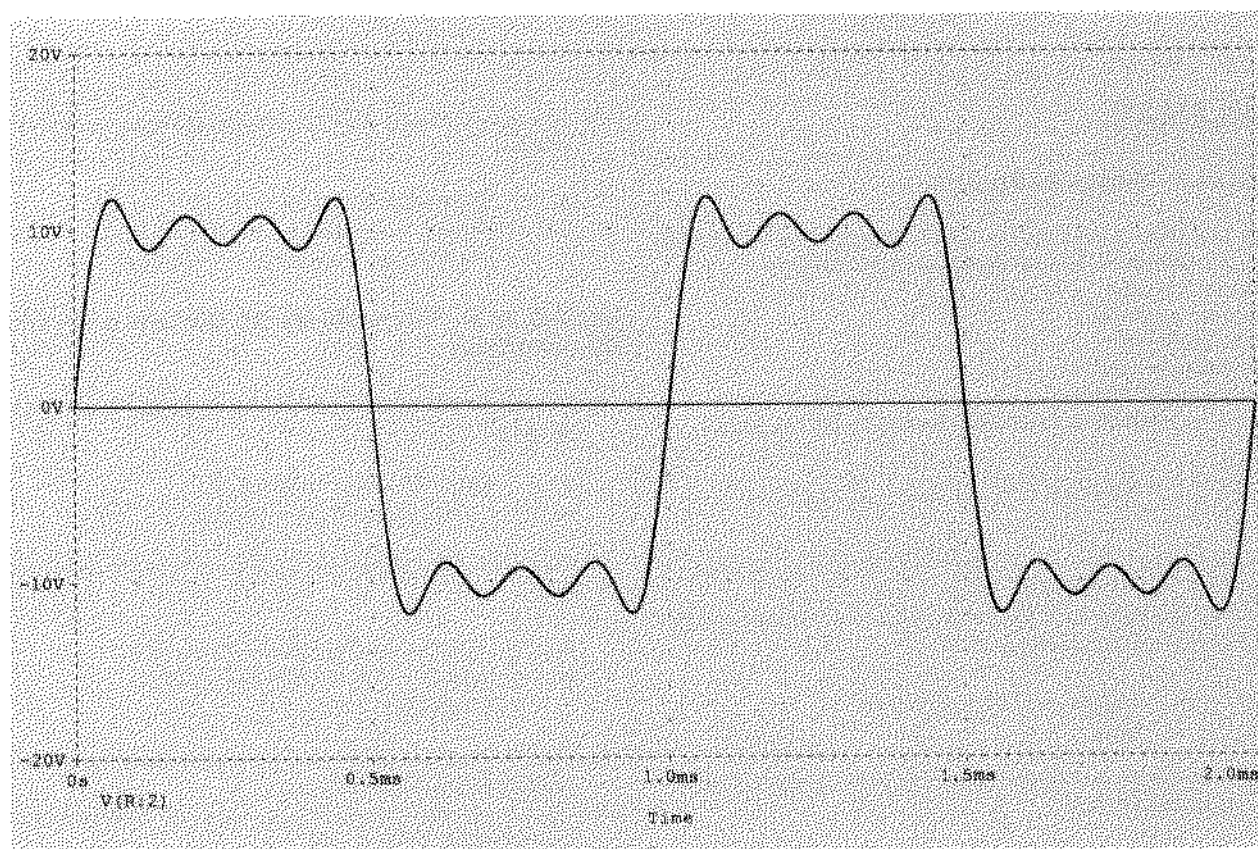


Fig. 24.29 Forma de onda da tensão nos terminais do resistor da Fig. 24.28.

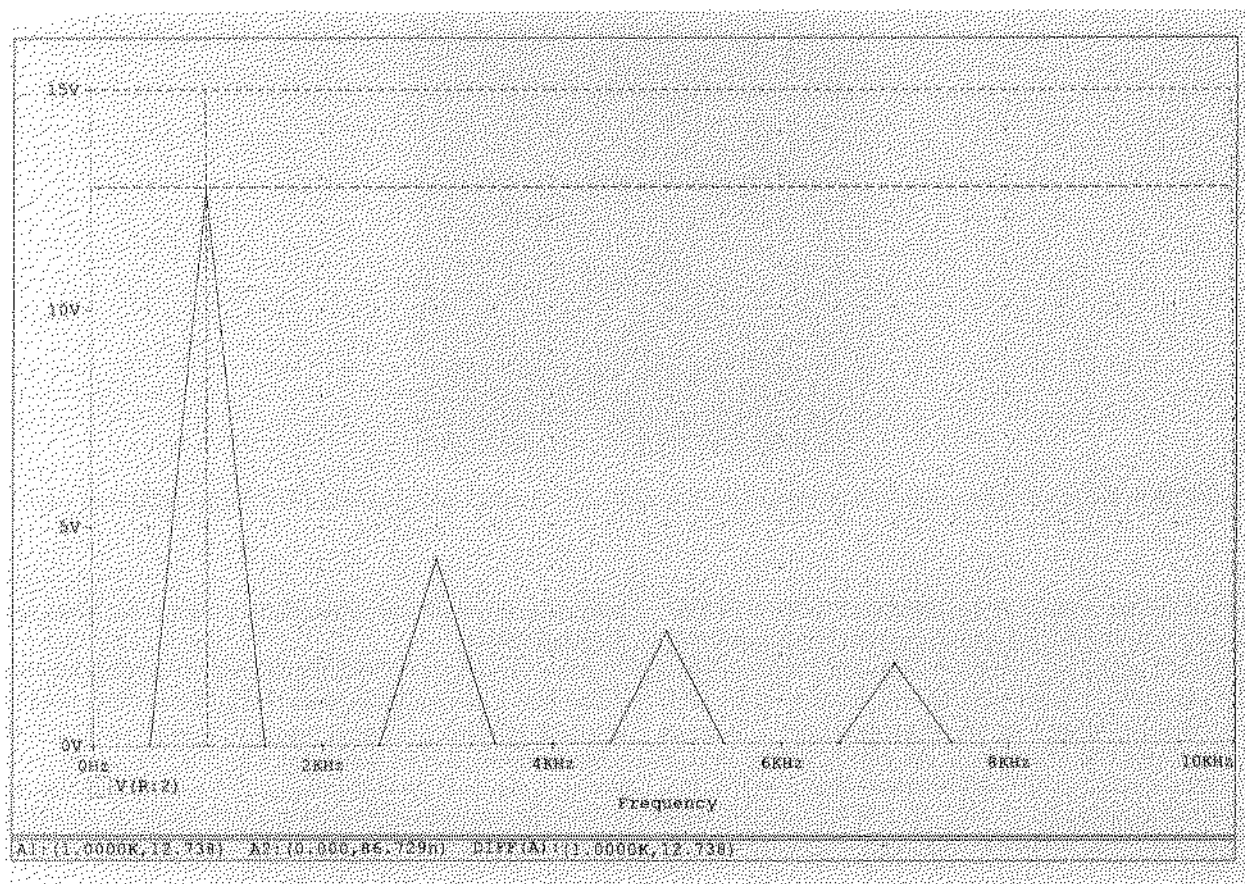


Fig. 24.30 Componentes de Fourier da forma de onda da Fig. 24.28.

## PROBLEMAS

### SEÇÃO 24.2 Séries de Fourier

- Para as formas de onda da Fig. 24.31, determine se os seguintes termos estão presentes na expansão em série de Fourier:
  - termo constante
  - termos em co-seno
  - termos em seno
  - harmônicos pares
  - harmônicos ímpares
- Se a série de Fourier para a forma de onda da Fig. 24.32(a) é

$$i = \frac{2I_m}{\pi} \left( 1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \frac{2}{35} \cos 6\omega t + \dots \right)$$

obtenha as expansões em série de Fourier das formas de onda das Figs. 24.32(b), 24.32(c) e 24.32(d).

- Construa os gráficos das formas de onda não-senoidais a seguir tomando  $\alpha = \omega t$  como abscissa:

- $v = -4 + 2 \sin \alpha$
- $v = (\sin \alpha)^2$
- $i = 2 - 2 \cos \alpha$

- Esboce as formas de onda não senoidais dadas a seguir, considerando  $\alpha$  como abscissa.

- $i = 3 \sin \alpha - 6 \sin 2\alpha$
- $v = 2 \cos 2\alpha + \sin \alpha$

- Esboce as formas de onda não-senoidais a seguir, tomando  $\omega t$  como abscissa.

- $i = 50 \sin \omega t + 25 \sin 3\omega t$
- $i = 50 \sin \alpha - 25 \sin 3\alpha$
- $i = 4 + 3 \sin \omega t + 2 \sin 2\omega t - 1 \sin 3\omega t$

### SEÇÃO 24.3 Resposta de um Circuito a um Sinal Não-senoidal

- Calcule os valores médio e eficaz das seguintes formas de onda não-senoidais:

- $v = 100 + 50 \sin \omega t + 25 \sin 2\omega t$
- $i = 3 + 2 \sin(\omega t - 53^\circ) + 0,8 \sin(2\omega t - 70^\circ)$

- Obtenha o valor eficaz das seguintes formas de onda não-senoidais:

- $v = 20 \sin \omega t + 15 \sin 2\omega t - 10 \sin 3\omega t$
- $i = 6 \sin(\omega t + 20^\circ) + 2 \sin(2\omega t + 30^\circ) - 1 \sin(3\omega t + 60^\circ)$

- Calcule a potência média total em um circuito no qual a tensão e a corrente são as do Problema 6.
- Calcule a potência média total em um circuito no qual a tensão e a corrente são as do Problema 7.
- A expansão em série de Fourier da tensão aplicada ao circuito da Fig. 24.33 é:

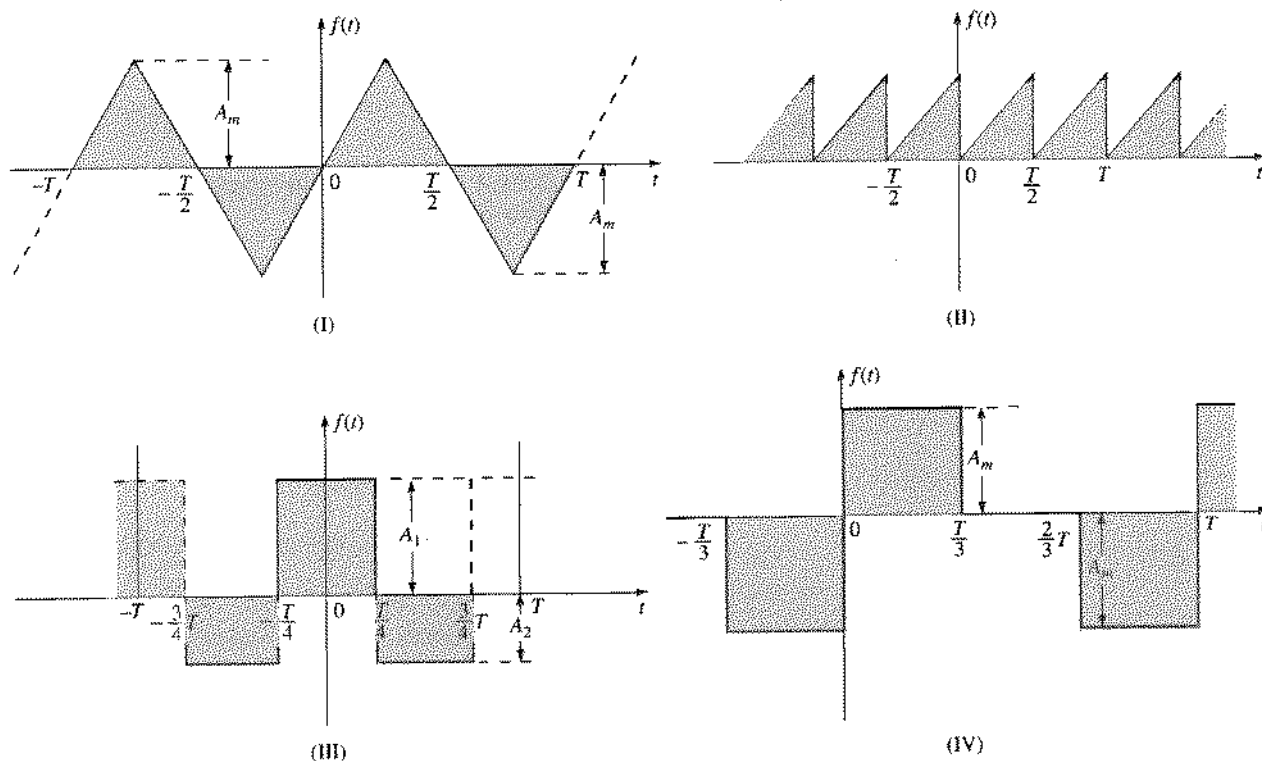


Fig. 24.31 Problema 1.

$$e = 18 + 30 \sin 400t$$

- Obtenha a expressão da corrente  $i$ .
- Calcule o valor eficaz da corrente.
- Obtenha uma expressão para a tensão entre os terminais do resistor.
- Calcule o valor eficaz da tensão entre os terminais do resistor.
- Obtenha a expressão da tensão entre os terminais do indutor.
- Obtenha o valor eficaz da tensão entre os terminais do indutor.

g. Calcule a potência média fornecida ao resistor.

11. Repita o Problema 10 para

$$e = 24 + 30 \sin 400t + 10 \sin 800t$$

12. Repita o Problema 10 para

$$e = -60 + 20 \sin 300t - 10 \sin 600t$$

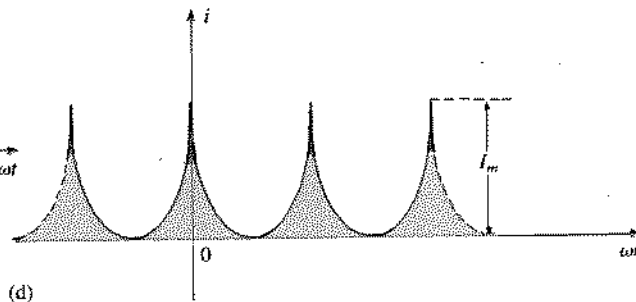
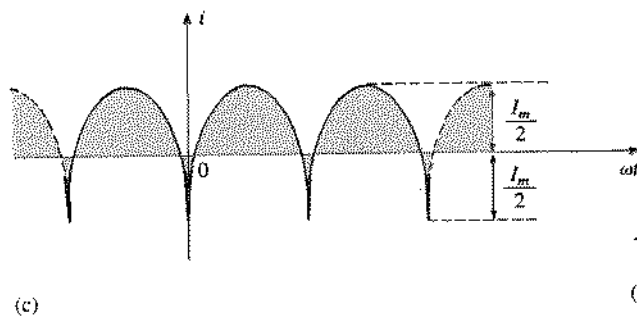
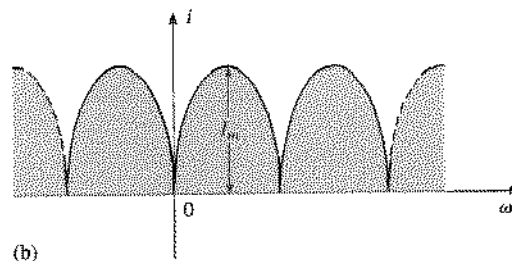
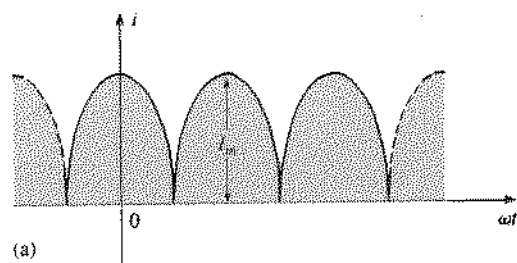


Fig. 24.32 Problema 2.

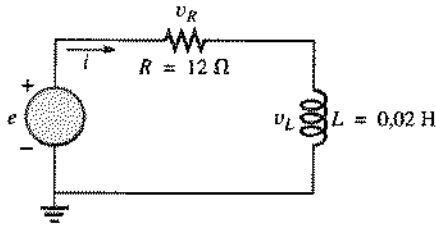


Fig. 24.33 Problema 10.

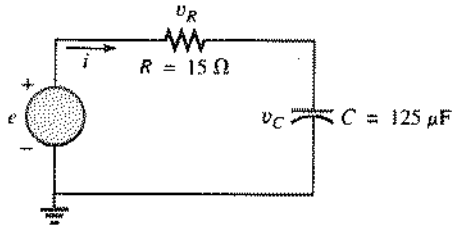


Fig. 24.34 Problema 13.

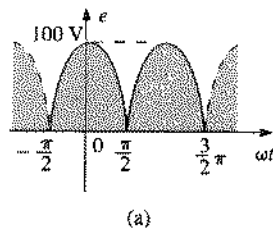
13. Repita o Problema 10 para o circuito da Fig. 24.34.

14\*. A tensão aplicada [Fig. 24.35(a)] ao circuito da Fig. 24.35(b) é um sinal senoidal retificado de onda completa, que pode ser representado pela seguinte expansão em série de Fourier:

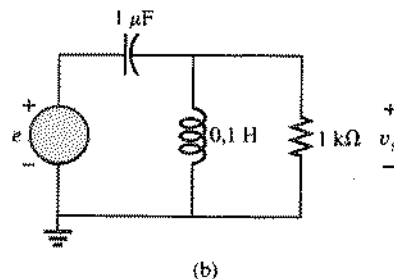
$$e = \frac{(2)(100 \text{ V})}{\pi} \left( 1 + \frac{2}{3} \cos 2\omega t - \frac{2}{15} \cos 4\omega t + \frac{2}{53} \cos 6\omega t + \dots \right)$$

onde  $\omega = 377 \text{ rad/s}$ .

a. Determine a tensão  $v_s$ , usando apenas os três primeiros termos da expansão em série de Fourier da tensão  $e$ .

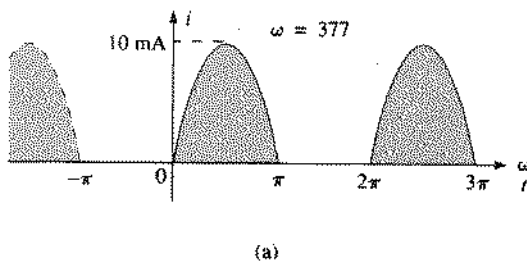


(a)

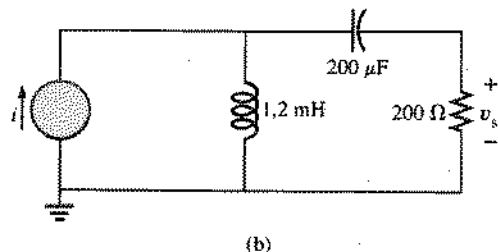


(b)

Fig. 24.35 Problema 14.



(a)



(b)

Fig. 24.36 Problema 15.

b. Calcule o valor efetivo de  $v_s$ .

c. Obtenha a potência média fornecida ao resistor de 1 kΩ.

15\*. Determine a expansão em série de Fourier da tensão  $v_s$  da Fig. 24.36.

## SEÇÃO 24.4 Adição e Subtração de Formas de Onda Não-Senoidais

16. Execute as operações indicadas a seguir:

a.

$$[60 + 70 \sin \omega t + 20 \sin(2\omega t + 90^\circ) + 10 \sin(3\omega t + 60^\circ)] + [20 + 30 \sin \omega t - 20 \cos 2\omega t + 5 \cos 3\omega t]$$

b.

$$[20 + 60 \sin \alpha + 10 \sin(2\alpha - 180^\circ) + 5 \cos(3\alpha + 90^\circ)] - [5 - 10 \sin \alpha + 4 \sin(3\alpha - 30^\circ)]$$

17. Determine a corrente  $i_s$  no circuito da Fig. 24.37.

$$i_2 = 10 + 30 \sin 20t - 0,5 \sin(40t + 90^\circ)$$

$$i_1 = 20 + 4 \sin(20t + 90^\circ) + 0,5 \sin(40t + 30^\circ)$$

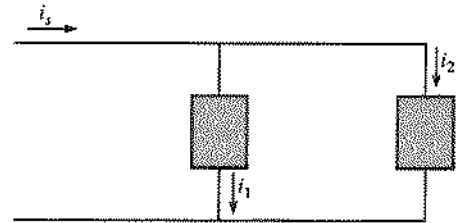


Fig. 24.37 Problema 17.

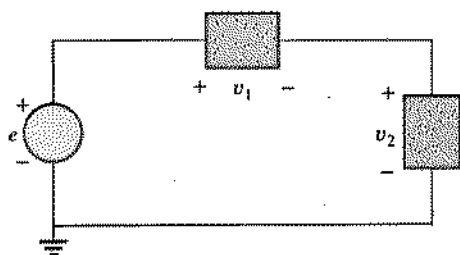


Fig. 24.38 Problema 18.

18. Determine a tensão  $e$  no circuito da Fig. 24.38.

$$v_1 = 20 - 200 \sin 600t + 100 \cos 1200t + 75 \sin 1800t$$

$$v_2 = -10 + 150 \sin (600t + 30^\circ) + 50 \sin (1800t + 60^\circ)$$

### SEÇÃO 24.5 Análise Computacional PSpice (Windows)

19. Usando Probe, obtenha um gráfico da forma de onda da Fig. 24.13 para dois ou três ciclos. Em seguida, determine as componentes da expansão em série de Fourier e compare-as com as do Exemplo 24.3.

## GLOSSÁRIO

**Componente fundamental** A componente de menor frequência na expansão de uma função periódica em série de Fourier.

**Forma de onda não-senoidal** Qualquer forma de onda que não seja senoidal.

**Harmônicos** Termos de uma expansão em série de Fourier cujas frequências são múltiplos inteiros da frequência da componente fundamental.

**Harmônicos ímpares** Termos de uma expansão em série de Fourier cujas frequências são múltiplos *ímpares* da frequência da componente fundamental.

20. Plote a forma de onda de uma tensão senoidal retificada de meia onda com uma amplitude de 20 V, usando a Eq. (24.10). Use o termo constante, o termo fundamental e quatro harmônicos. Compare a forma de onda resultante com a forma de onda verdadeira de uma tensão senoidal retificada de meia onda.
21. Demonstre graficamente o efeito de adicionar mais dois termos à expansão em série de Fourier da forma de onda da Fig. 25.29. Obtenha também o espectro de Fourier.

### Linguagens de Programação (C++, BASIC, PASCAL etc.)

22. Escreva um programa para obter a expansão em série de Fourier da forma de onda resultante da adição de duas formas de onda não-senoidais.
23. Escreva um programa para calcular a soma dos 10 primeiros termos da Eq. (24.9) em  $\omega t = \pi/2, \pi$  e  $3\pi/2$  e compare com os valores obtidos a partir da Fig. 24.15. Em outras palavras, entre com a Eq. (24.9) no computador e calcule a soma dos termos da expansão em série de Fourier para os instantes de tempo especificados.
24. Dada uma função não-senoidal qualquer, escreva um programa para determinar os valores médio e eficaz da função. O programa deve pedir os dados necessários.
25. Escreva um programa capaz de fornecer uma solução geral para o circuito da Fig. 24.24 supondo que a tensão aplicada tenha apenas um termo constante e um termo senoidal. Em outras palavras, o programa deve determinar a corrente e as tensões no circuito a partir dos valores do resistor, do capacitor e da tensão aplicada.

**Harmônicos pares** Termos de uma expansão em série de Fourier cujas frequências são múltiplos *pares* da frequência da componente fundamental.

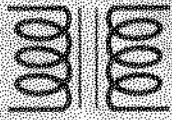
**Série de Fourier** Série, proposta em 1826 pelo Barão Jean Fourier, que pode ser utilizada para representar qualquer função periódica.

**Simetria axial** Simetria de uma função que satisfaz à relação  $f(t) = f(-t)$ .

**Simetria central** Simetria de uma função que satisfaz à relação  $f(t) = -f(-t)$ .

**Simetria de meio ciclo** Simetria de uma função que satisfaz à relação  $f(t) = -f(t + T/2)$ .

**Simetria especular** Simetria de uma função que satisfaz à relação  $f(t) = -f(t + T/2)$ .



## Transformadores

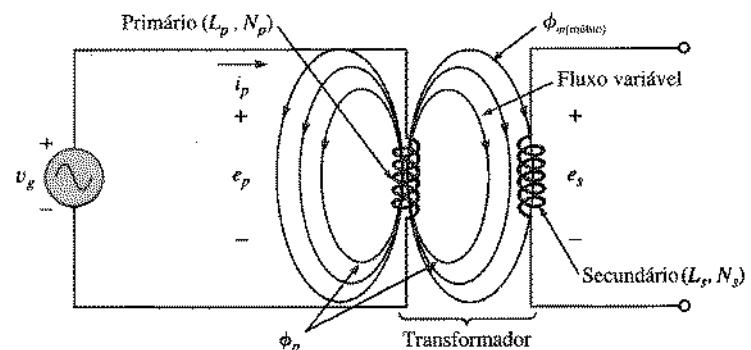
### 25.1 INTRODUÇÃO

No Capítulo 12 discutimos a *auto-indutância* de um enrolamento. Vamos agora estudar a *indutância mútua* entre enrolamentos. A existência do fenômeno da indutância mútua é essencial para o funcionamento do transformador, um dispositivo utilizado hoje em dia em praticamente todos os campos da engenharia elétrica. O transformador desempenha um papel fundamental nos sistemas de distribuição de energia elétrica e pode também ser encontrado em muitos circuitos eletrônicos e em instrumentos de medida. Vamos, neste capítulo, discutir três das aplicações básicas do transformador: diminuir ou aumentar o valor de tensões e correntes, atuar como um dispositivo de casamento de impedâncias e isolar circuitos. Além disso, vamos apresentar a convenção do ponto e discutir os circuitos equivalentes dos transformadores. Encerraremos o capítulo com um comentário a respeito das equações de malha em circuitos que possuem indutâncias mútuas.

### 25.2 INDUTÂNCIA MÚTUA

Um transformador é constituído por dois enrolamentos dispostos de tal forma que o fluxo magnético produzido por um deles age sobre o outro, como na Fig. 25.1. Isto faz com que sejam induzidas tensões nos dois enrolamentos. Para distinguir os dois enrolamentos, vamos adotar a seguinte convenção:

***O enrolamento ligado à fonte é chamado de primário; o enrolamento ligado à carga é chamado de secundário.***



**Fig. 25.1** Definição dos componentes de um transformador.



A aplicação da lei de Faraday [Eq. (12.1)] ao primário do transformador da Fig. 25.1 resulta na expressão

$$e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.1)$$

segundo a qual a tensão induzida no primário é diretamente proporcional ao número de espiras do primário e à taxa de variação do fluxo magnético que o atravessa. Além disso, de acordo com a Eq. (12.5),

$$e_p = L_p \frac{di_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.2)$$

a tensão induzida no primário é diretamente proporcional à indutância do primário e à taxa de variação da corrente no primário.

O módulo da tensão  $e_s$  induzida no secundário é dado por

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.3)$$

onde  $N_s$  é o número de espiras do secundário e no enrolamento do secundário e  $\phi_m$  é a parte do fluxo do primário,  $\phi_p$ , que atravessa o secundário.

Se todo o fluxo magnético produzido pelo primário atravessa o secundário,

$$\phi_m = \phi_p$$

e

$$e_s = N_s \frac{d\phi_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.4)$$

O coeficiente de acoplamento entre os dois enrolamentos é definido através da equação

$$k \text{ (coeficiente de acoplamento)} = \frac{\phi_m}{\phi_p} \quad (25.5)$$

**Como o maior valor possível para  $\phi_m$  é  $\phi_p$ , o coeficiente de acoplamento entre dois enrolamentos nunca pode ser maior do que 1.**

A Fig. 25.2 mostra os coeficientes de acoplamento entre três pares de enrolamentos. Quando o núcleo é feito de um material ferromagnético, como o ferro,  $k$  é praticamente igual a 1, enquanto quando o núcleo é feito de um material não-magnético, como o ar,  $k$  pode ser muito menor que 1. Quando o coeficiente de acoplamento entre dois enrolamentos é pequeno, dizemos que os enrolamentos estão *fracamente acoplados*.

No caso de secundário, temos

$$e_s = N_s \frac{d\phi_m}{dt} = N_s \frac{d(k\phi_p)}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.6)$$

A indutância mútua entre os enrolamentos da Fig. 25.1 é dada por

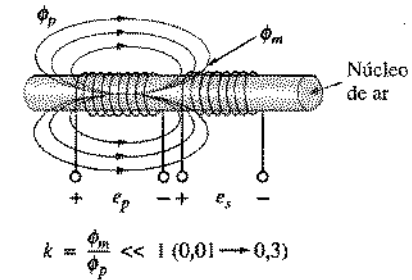
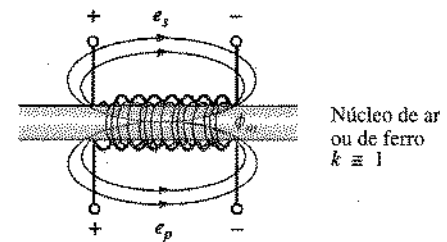
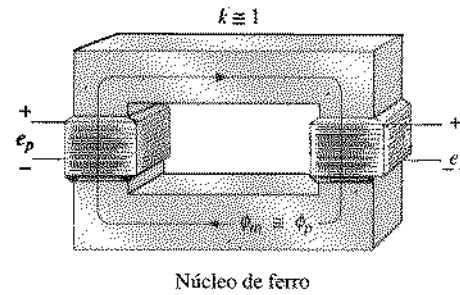


Fig. 25.2 Enrolamentos com diferentes coeficientes de acoplamento.

$$M = N_s \frac{d\phi_{sp}}{di_p} \quad (\text{henries, H}) \quad (25.7)$$

ou

$$M = N_p \frac{d\phi_{ps}}{di_s} \quad (\text{henries, H}) \quad (25.8)$$

Observe nas equações acima que o símbolo para a indutância mútua é a letra  $M$  maiúscula e que sua unidade é a mesma da auto-indutância, ou seja, o *henry*. O significado das Eqs. (25.7) e (25.8) pode ser expresso da seguinte forma:

**a indutância mútua entre dois enrolamentos é proporcional à taxa de variação do fluxo em um dos enrolamentos com a corrente no outro enrolamento.**

Em termos das indutâncias dos dois enrolamentos e do coeficiente de acoplamento, a indutância mútua pode ser escrita na forma

$$M = k\sqrt{L_p L_s} \quad (\text{henries, H}) \quad (25.9)$$

De acordo com a Eq. (25.9), quanto maior o coeficiente de acoplamento e quanto maior a indutância dos enrolamentos, maior será a indutância mútua.

Para determinar a tensão no secundário  $e_s$  em função da indutância mútua, basta escrever a Eq. (25.3) na forma



$$e_s = N_s \left( \frac{d\phi_m}{dt} \right) \left( \frac{di_p}{dt} \right)$$

Como  $M = N_s (d\phi_m/di_p)$ , temos:

$$e_s = M \frac{di_p}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.10)$$

Da mesma forma, 
$$e_p = M \frac{di_s}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.11)$$

**EXEMPLO 25.1** Para o transformador da Fig. 25.3:

- Determine a indutância mútua  $M$ .
- Determine a tensão induzida  $e_p$  se o fluxo  $\phi_p$  variar à razão de 450 mWb/s.
- Determine a tensão induzida  $e_s$  para a mesma taxa de variação do fluxo  $\phi_p$  do item (b).
- Determine as tensões induzidas  $e_p$  e  $e_s$  se a corrente  $i_p$  variar à razão de 0,2 A/ms.

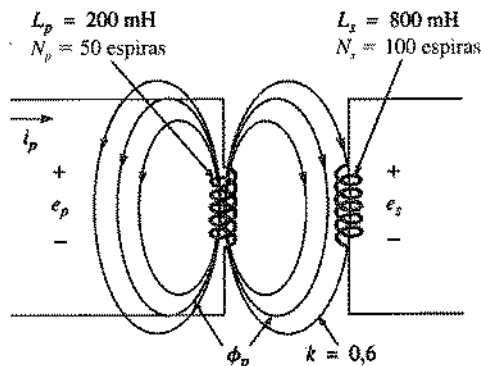


Fig. 25.3 Exemplo 25.1.

**Soluções:**

- $M = k\sqrt{L_p L_s} = 0,6\sqrt{(200 \text{ mH})(800 \text{ mH})}$   
 $= 0,6\sqrt{16 \times 10^{-2}} = (0,6)(400 \times 10^{-3}) = 240 \text{ mH}$
- $e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} = (50)(450 \text{ mWb/s}) = 22,5 \text{ V}$
- $e_s = kN_s \frac{d\phi_p}{dt} = (0,6)(100)(450 \text{ mWb/s}) = 27 \text{ V}$
- $e_p = L_p \frac{di_p}{dt} = (200 \text{ mH})(0,2 \text{ A/ms})$   
 $= (200 \text{ mH})(200 \text{ A/s}) = 40 \text{ V}$   
 $e_s = M \frac{di_p}{dt} = (240 \text{ mH})(200 \text{ A/s}) = 48 \text{ V}$

### 25.3 LIGAÇÃO EM SÉRIE DE INDUTORES MUTUAMENTE ACOPLADOS

Como vimos no Capítulo 12, a indutância equivalente de dois indutores em série é igual à soma das indutâncias. Quando, além

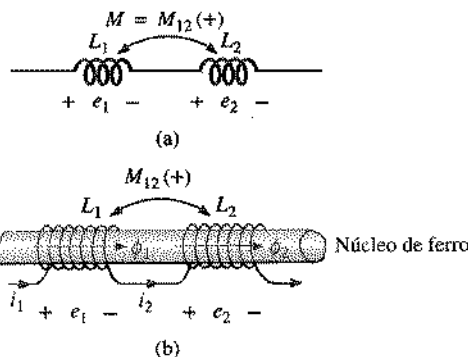


Fig. 25.4 Indutores mutuamente acoplados ligados em série.

de ligados em série, os indutores estão mutuamente acoplados, como na Fig. 25.4(a), é preciso incluir um terceiro termo, associado à indutância mútua. A Fig. 25.4(b) mostra como pode ser feita a ligação entre os indutores. Embora a figura mostre um núcleo de ferro (que assegure um coeficiente de acoplamento muito próximo de 1), as equações que aparecem a seguir são válidas para dois indutores mutuamente acoplados qualquer que seja o valor do coeficiente de acoplamento  $k$ . Quando nos referimos à tensão induzida no indutor  $L_1$  (ou  $L_2$ ) por uma variação do fluxo no indutor  $L_2$  (ou  $L_1$ ), a indutância mútua é representada como  $M_{12}$ . Esta notação de duplo índice é particularmente útil nos casos em que existem mais de dois indutores envolvidos.

Devido à existência da indutância mútua, a tensão induzida  $e_1$  é a soma de duas contribuições: uma devido à auto-indutância  $L_1$  e outra devido a  $M_{12}$ . Assim,

$$e_1 = L_1 \frac{di_1}{dt} + M_{12} \frac{di_2}{dt}$$

No entanto, como  $i_1 = i_2 = i$ ,

$$e_1 = L_1 \frac{di}{dt} + M_{12} \frac{di}{dt}$$

e portanto 
$$e_1 = (L_1 + M_{12}) \frac{di}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.12)$$

Da mesma forma,

$$e_2 = (L_2 + M_{12}) \frac{di}{dt} \quad (\text{volts, V}) \quad (25.13)$$

A tensão total  $e_T$  induzida entre os terminais da associação de indutores em série é dada por

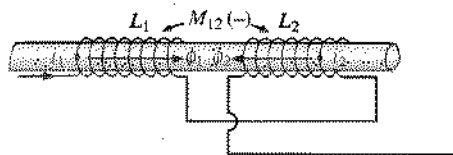
$$e_T = e_1 + e_2 = (L_1 + M_{12}) \frac{di}{dt} + (L_2 + M_{12}) \frac{di}{dt}$$

ou

$$e_T = (L_1 + L_2 + M_{12} + M_{12}) \frac{di}{dt}$$

e a indutância total é

$$L_{T(+)} = L_1 + L_2 + 2M_{12} \quad (\text{henries, H}) \quad (25.14)$$



**Fig. 25.5** Indutores mutuamente acoplados ligados em série com indutância mútua negativa.

O índice (+) serve para mostrar que os termos de indutância mútua têm sinal positivo e devem ser somados aos valores das auto-indutâncias para determinar a indutância total. Se os indutores forem enrolados como na Fig. 25.5, com os fluxos  $\phi_1$  e  $\phi_2$  em oposição, as tensões induzidas pelo efeito de indutância mútua terão a polaridade contrária à das tensões induzidas pelo efeito de auto-indutância, e a indutância total será dada por

$$L_{T(-)} = L_1 + L_2 - 2M_{12} \quad (\text{henries, H}) \quad (25.15)$$

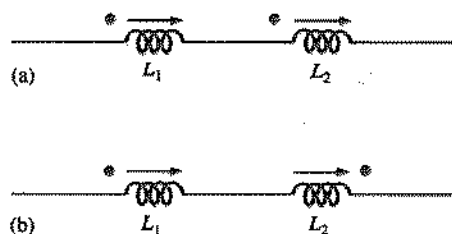
De acordo com as Eqs. (25.14) e (25.15), a indutância mútua é dada por

$$M_{12} = \frac{1}{4}(L_{T(+)} - L_{T(-)}) \quad (25.16)$$

A Eq. (25.16) pode ser usada para calcular a indutância mútua entre dois indutores. De acordo com esta equação, a indutância mútua é igual a um quarto da diferença entre a indutância total quando o efeito da indutância mútua é positivo e a indutância total quando o efeito da indutância mútua é negativo.

De acordo com o que foi visto até agora, é evidente que a indutância mútua afeta diretamente a tensão induzida em um indutor, já que afeta a indutância do indutor. É evidente também que o sinal do termo associado ao acoplamento mútuo é o mesmo para os dois indutores envolvidos. No caso de  $L_{T(+)}$ , ambos são positivos; no caso de  $L_{T(-)}$ , ambos são negativos. Nos diagramas de circuitos, onde seria pouco prático indicar os sentidos dos enrolamentos, como foi feito na Fig. 25.5, utiliza-se um código de pontos para mostrar se os termos de indutância mútua são positivos ou negativos. O uso da convenção dos pontos é ilustrado na Fig. 25.6 para os indutores em série das Figs. 25.4 e 25.5.

Se as correntes nos dois indutores entram ou saem pelo terminal assinalado com um ponto, o termo associado à indutância mútua é positivo. É o que acontece na Fig. 25.6(a). Se a corrente em um dos indutores entra pelo terminal assinalado com um ponto e a corrente no outro indutor sai pelo terminal assinalado com um ponto, o termo associado à indutância mútua é negativo.



**Fig. 25.6** Convenção do ponto para os indutores em série (a) da Fig. 25.4 e (b) da Fig. 25.5.

A Fig. 25.7(a) mostra as várias possibilidades para o acoplamento mútuo em um transformador. O sinal de  $M$  está indicado abaixo de cada ilustração. Ao determinar o sinal, é importante verificar em que terminal do enrolamento está entrando a corrente. No circuito da Fig. 25.7(b), uma das correntes foi indicada do lado de fora de um dos enrolamentos e a outra sobre o outro enrolamento. À primeira vista, poderia parecer que o sinal de  $M$  é positivo, já que as duas correntes estão se dirigindo para um ponto, mas a corrente da esquerda está entrando no enrolamento pelo terminal assinalado por um ponto, a da direita está saindo do enrolamento pelo terminal assinalado por um ponto, e portanto o sinal de  $M$  é negativo.

A convenção do ponto também revela a polaridade da tensão induzida no enrolamento por indução mútua. Se o sentido de referência para a corrente é tal que a corrente entra no enrolamento pelo terminal assinalado por um ponto, a tensão é positiva nesse terminal. Nas primeiras duas ilustrações da Fig. 25.7(a), a tensão é positiva nos terminais assinalados por pontos. Na terceira ilustração, a tensão é negativa no terminal assinalado por um ponto do enrolamento da direita, já que a corrente sai do enrolamento por este terminal, mas é positiva no terminal assinalado por um ponto do enrolamento da esquerda. Os mesmos comentários se aplicam à quarta ilustração da Fig. 25.7(a).

**EXEMPLO 25.2** Calcule a indutância total do conjunto de indutores da Fig. 25.8.

**Solução:**

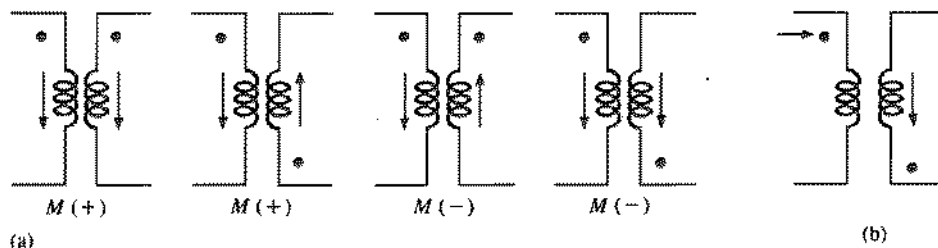
As duas correntes deixam o terminal com um ponto

$$\text{Indutor 1: } L_1 + M_{12} - M_{13}$$

Uma das correntes entra no terminal com um ponto, a outra deixa o terminal com um ponto.

$$\text{Indutor 2: } L_2 + M_{12} - M_{23}$$

$$\text{Indutor 3: } L_3 - M_{13} - M_{23}$$



**Fig. 25.7** Definição do sinal de  $M$  para enrolamentos mutuamente acoplados de transformadores.

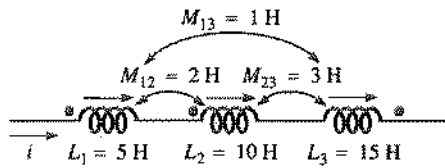


Fig. 25.8 Exemplo 25.2.

logo

$$\begin{aligned} L_T &= (L_1 + M_{12} - M_{13}) + (L_2 + M_{12} - M_{23}) \\ &\quad + (L_3 - M_{23} - M_{13}) \\ &= L_1 + L_2 + L_3 + 2M_{12} - 2M_{23} - 2M_{13} \end{aligned}$$

Substituindo por valores numéricos, obtemos:

$$\begin{aligned} L_T &= 5 \text{ H} + 10 \text{ H} + 15 \text{ H} + 2(2 \text{ H}) - 2(3 \text{ H}) - 2(1 \text{ H}) \\ &= 34 \text{ H} - 8 \text{ H} = 26 \text{ H} \end{aligned}$$

**EXEMPLO 25.3** Escreva as equações de malha para o circuito com transformador da Fig. 25.9.

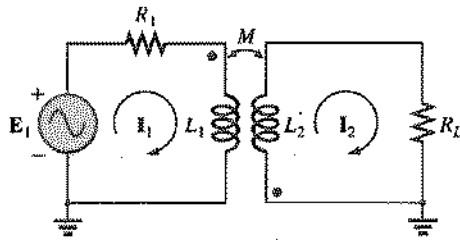


Fig. 25.9 Exemplo 25.3.

**Solução:** Os termos de indução mútua dos dois enrolamentos são positivos e o sinal de  $M$  em  $\mathbf{X}_m = \omega M \angle 90^\circ$ , determinado pelos sentidos de  $\mathbf{I}_1$  e  $\mathbf{I}_2$ , também é positivo. Assim,

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1 R_1 - \mathbf{I}_1 X_{L1} \angle 90^\circ - \mathbf{I}_2 X_m \angle 90^\circ = 0$$

ou

$$\mathbf{E}_1 - \mathbf{I}_1 (R_1 + jX_{L1}) - \mathbf{I}_2 X_m \angle 90^\circ = 0$$

Para a outra malha,

$$-\mathbf{I}_2 X_{L2} \angle 90^\circ - \mathbf{I}_1 X_m \angle 90^\circ - \mathbf{I}_2 R_L = 0$$

ou

$$\mathbf{I}_2 (R_L + jX_{L2}) + \mathbf{I}_1 X_m \angle 90^\circ = 0$$

## 25.4 O TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE FERRO

Na Fig. 25.10 vemos um transformador de núcleo de ferro conectado a uma carga. A finalidade do núcleo é aumentar o valor do coeficiente de acoplamento entre os enrolamentos, através do aumento do fluxo mútuo,  $\phi_m$ . Como vimos no Capítulo 11, as linhas de fluxo magnético sempre tomam o caminho de menor relutância, que neste caso é o núcleo de ferro.

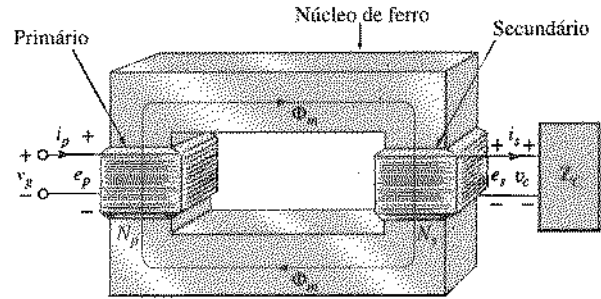


Fig. 25.10 Transformador de núcleo de ferro.

Nas análises que se seguem, vamos supor que todo o fluxo gerado pelo enrolamento 1 passa pelo enrolamento 2. Em outras palavras, vamos supor que o coeficiente de acoplamento é igual a 1 e portanto  $\phi_m = \phi_p = \phi_s$ . Além disso, vamos iniciar a análise supondo que estamos trabalhando com um transformador ideal, isto é, que podemos desprezar fatores como a resistência dos enrolamentos e as perdas por histerese e correntes parasitas no núcleo. O leitor não deve ficar com a impressão de que com isto estamos nos afastando muito da situação real. Os transformadores fabricados hoje em dia em geral se comportam praticamente como transformadores ideais. Assim, as equações que vamos obter a seguir podem ser consideradas uma boa aproximação da situação real; o erro cometido raramente será maior do que cinco por cento. As perdas serão discutidas com detalhes na Seção 25.6.

Quando a corrente  $i_p$  no primário de um transformador com núcleo de ferro é máxima, o fluxo  $\phi_m$  nos dois enrolamentos também é máximo. Na verdade, o valor deste fluxo é diretamente proporcional à intensidade da corrente no primário. Assim, o fluxo e a corrente estão em fase, e se a corrente for senoidal o fluxo também o será. Matematicamente, se

$$i_p = \sqrt{2} I_p \sin \omega t$$

então

$$\phi_m = \Phi_m \sin \omega t$$

A tensão induzida no primário devido a este fluxo senoidal pode ser determinada com o auxílio da lei de Faraday:

$$e_p = N_p \frac{d\phi_p}{dt} = N_p \frac{d\phi_m}{dt}$$

Substituindo  $\phi_m$  por seu valor, temos:

$$e_p = N_p \frac{d}{dt} (\Phi_m \sin \omega t)$$

Efetuada a derivada, obtemos

$$e_p = \omega N_p \Phi_m \cos \omega t$$

ou

$$e_p = \omega N_p \Phi_m \sin(\omega t + 90^\circ)$$

O que mostra que a tensão induzida  $e_p$  está adiantada de  $90^\circ$  em relação à corrente  $i_p$ .

O valor eficaz de  $e_p$  é dado por

$$E_p = \frac{\omega N_p \Phi_m}{\sqrt{2}} = \frac{2\pi f N_p \Phi_m}{\sqrt{2}}$$

e portanto

$$E_p = 4,44 f N_p \Phi_m \quad (25.17)$$

que é uma equação para o valor efetivo da tensão entre os terminais do enrolamento primário em função da frequência da tensão ou corrente aplicada, do número de espiras do primário e do valor máximo do fluxo magnético no primário.

Como estamos supondo que os fluxos magnéticos no primário e no secundário são iguais, é fácil demonstrar que a tensão induzida no secundário é dada por

$$E_s = 4,44 f N_s \Phi_m \quad (25.18)$$

Dividindo a Eq. (25.17) pela Eq. (25.18), temos:

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{4,44 f N_p \Phi_m}{4,44 f N_s \Phi_m}$$

e portanto

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad (25.19)$$

que expressa uma relação muito importante para a análise de transformadores:

**A relação entre os módulos das tensões induzidas no primário e no secundário é igual à relação entre os números de espiras dos enrolamentos correspondentes.**

Levando em conta que

$$e_p = N_p \frac{d\Phi_m}{dt} \quad e \quad e_s = N_s \frac{d\Phi_m}{dt}$$

e dividindo uma expressão pela outra, ou seja, calculando

$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p (d\Phi_m/dt)}{N_s (d\Phi_m/dt)}$$

obtemos

$$\frac{e_p}{e_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

Assim, a relação entre os valores instantâneos de  $e_1$  e  $e_2$  também é igual à razão entre o número de espiras do primário e o número de espiras do secundário. Como esta razão é um número real, as tensões induzidas estão em fase e portanto podemos escrever, em notação fasorial:

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad (25.20)$$

Como nesta situação ideal  $V_g = E_1$  e  $V_C = E_2$ , temos também

$$\frac{V_g}{V_C} = \frac{N_p}{N_s} \quad (25.21)$$

A razão  $N_p/N_s$ , geralmente representada pela letra  $a$ , é chamada de *relação de espiras*:

$$a = \frac{N_p}{N_s} \quad (25.22)$$

Quando  $a < 1$ , o transformador é chamado de *transformador elevador de tensão*, já que a tensão do secundário é maior do que a tensão do primário, pois

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad \text{ou} \quad E_s = \frac{E_p}{a}$$

e se  $a < 1$ ,

$$E_s > E_p$$

Quando  $a > 1$ , o transformador é chamado de *transformador abaixador de tensão*, já que a tensão do secundário é menor do que a tensão do primário, pois

$$E_p = a E_s$$

e se  $a > 1$ , então

$$E_p > E_s$$

**EXEMPLO 25.4** Calcule, para o transformador de núcleo de ferro da Fig. 25.11:

- A amplitude do fluxo,  $\Phi_m$ ;
- O número de espiras do secundário,  $N_s$ .

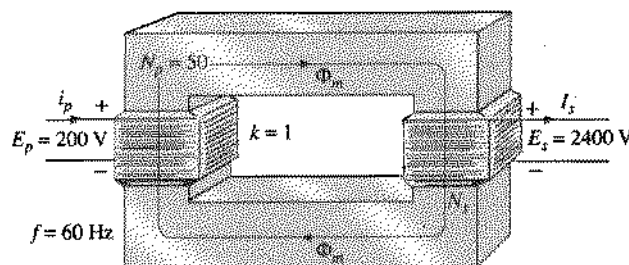


Fig. 25.11 Exemplo 25.4.

**Soluções:**

$$a. E_p = 4,44 N_p f \Phi_m$$

$$\text{Logo, } \Phi_m = \frac{E_p}{4,44 N_p f} = \frac{200 \text{ V}}{(4,44)(50)(60 \text{ Hz})}$$

$$e \quad \Phi_m = 15,02 \text{ mWb}$$

$$b. \frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$\text{Logo, } N_s = \frac{N_p E_s}{E_p} = \frac{(50)(2400 \text{ V})}{200 \text{ V}} = 600 \text{ espiras}$$

A tensão induzida no secundário do transformador da Fig. 25.10 faz com que uma corrente  $i_s$  atravesse a carga  $Z_C$  e o enrolamento do secundário. Isto causa o aparecimento de uma tensão induzida no secundário que não estaria presente se a carga



não existisse, pois nesse caso teríamos  $i_s = 0$  e a tensão induzida, que é dada por  $N_s i_s$ , seria nula. Existindo ou não a carga, deve haver uma corrente  $i_{\phi_m}$  no primário para gerar o fluxo magnético  $\phi_m$ . Quando existe uma carga no secundário, deve haver uma corrente adicional no primário para contrabalançar a corrente  $i_s$  no secundário e manter constante o fluxo  $\phi_m$ . Esta corrente é chamada de *componente de carga da corrente no primário* e é representada pelo símbolo  $i'_p$ .

Em condições de equilíbrio,

$$N_p i'_p = N_s i_s$$

A corrente total no primário sob condições de carga é

$$i_p = i'_p + i_{\phi_m}$$

onde  $i_{\phi_m}$  é a corrente no primário necessária para gerar o fluxo  $\phi_m$ . Em geral,  $i_p \cong i'_p$ . Na análise a seguir, vamos supor que  $i_p \cong i'_p$  e portanto

$$N_p i_p = N_s i_s$$

Como a razão entre os valores instantâneos de  $i_p$  e  $i_s$  é igual à relação de espiras, as grandezas fasoriais  $I_p$  e  $I_s$  também obedecem à mesma relação:

$$N_p I_p = N_s I_s$$

ou

$$\frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} \quad (25.23)$$

**A razão entre as correntes no primário e no secundário de um transformador é inversamente proporcional à relação de espiras.**

A Eq. (25.23) só é válida se desprezarmos os efeitos de  $i_{\phi_m}$ .

No caso dos transformadores elevadores de tensão,  $a < 1$  e a corrente no secundário,  $I_s = a I_p$ , é sempre menor do que a corrente no primário. No caso dos transformadores abaixadores de tensão, a corrente no secundário é sempre maior do que a corrente no primário.

## 25.5 IMPEDÂNCIA REFLETIDA E POTÊNCIA

Na seção anterior obtivemos as expressões

$$\frac{V_g}{V_c} = \frac{N_p}{N_s} = a \quad \text{e} \quad \frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p} = \frac{1}{a}$$

Dividindo a primeira pela segunda, obtemos

$$\frac{V_g/V_c}{I_p/I_s} = \frac{a}{1/a}$$

ou

$$\frac{V_g/I_p}{V_c/I_s} = a^2 \quad \text{e} \quad \frac{V_g}{V_c} = a^2 \frac{V_c}{I_s}$$

Entretanto, como

$$Z_p = \frac{V_g}{I_p} \quad \text{e} \quad Z_c = \frac{V_c}{I_s}$$

então

$$Z_p = a^2 Z_c \quad (25.24)$$

o que significa que a impedância do circuito primário de um transformador ideal é igual à relação de espiras multiplicada pela impedância da carga. Com o auxílio de um transformador, portanto, é possível fazer com que a impedância de uma carga pareça maior ou menor do que é na realidade. Observe que se a carga for capacitiva ou indutiva, esta *impedância refletida* também será capacitiva ou indutiva.

No caso de um transformador ideal,

$$\frac{E_p}{E_s} = a = \frac{I_s}{I_p}$$

e

$$E_p I_p = E_s I_s \quad (25.25)$$

logo

$$P_{in} = P_{out} \quad (\text{condições ideais}) \quad (25.26)$$

**EXEMPLO 25.5** Para o transformador de núcleo de ferro da Fig. 25.12:

- Determine o módulo da corrente no primário e da tensão aplicada ao primário.
- Determine a resistência de entrada do transformador.

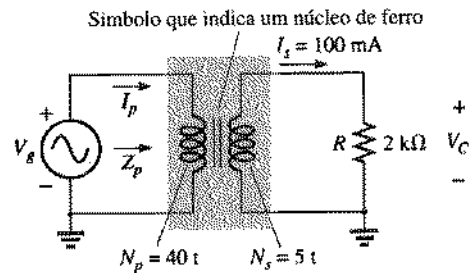


Fig. 25.12 Exemplo 25.5.

**Soluções:**

$$\text{a. } \frac{I_p}{I_s} = \frac{N_s}{N_p}$$

$$I_p = \frac{N_s}{N_p} I_s = \left( \frac{5}{40} \right) (0,1 \text{ A}) = 12,5 \text{ mA}$$

$$V_c = I_s Z_c = (0,1 \text{ A}) (2 \text{ k}\Omega) = 200 \text{ V}$$

$$\text{Além disso, } \frac{V_g}{V_c} = \frac{N_p}{N_s}$$

$$V_g = \frac{N_p}{N_s} V_c = \left( \frac{40}{5} \right) (200 \text{ V}) = 1600 \text{ V}$$

$$\text{b. } Z_p = a^2 Z_c$$

$$a = \frac{N_p}{N_s} = 8$$

$$Z_p = (8)^2 (2 \text{ k}\Omega) = R_p = 128 \text{ k}\Omega$$

**EXEMPLO 25.6** Para o circuito residencial da Fig. 25.13, determine o seguinte (supondo que a carga seja exclusivamente resistiva):

- o valor de  $R$  para que a carga seja equilibrada
- os módulos de  $I_1$  e  $I_2$
- a tensão de linha  $V_C$
- a potência total fornecida
- a relação de espiras  $a = N_p/N_s$

**Soluções:**

- $$P_T = (10)(60 \text{ W}) + 400 \text{ W} + 2000 \text{ W}$$

$$= 600 \text{ W} + 400 \text{ W} + 2000 \text{ W} = 3000 \text{ W}$$

$$P_{in} = P_{out}$$

$$V_p I_p = V_s I_s = 3000 \text{ W (carga puramente resistiva)}$$

$$(2400 \text{ V}) I_p = 3000 \text{ W} \quad \text{e} \quad I_p = 1,25 \text{ A}$$

$$R = \frac{V_\phi}{I_p} = \frac{2400 \text{ V}}{1,25 \text{ A}} = 1920 \, \Omega$$
- $$P_1 = 600 \text{ W} = VI_1 = (120 \text{ V}) I_1$$

$$\text{e} \quad I_1 = 5 \text{ A}$$

$$P_2 = 2000 \text{ W} = VI_2 = (240 \text{ V}) I_2$$

$$\text{e} \quad I_2 = 8,33 \text{ A}$$
- $$V_C = \sqrt{3} V_\phi = 1,73(2400 \text{ V}) = 4152 \text{ V}$$
- $$P_T = 3P_\phi = 3(3000 \text{ W}) = 9 \text{ kW}$$
- $$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{V_p}{V_s} = \frac{2400 \text{ V}}{240 \text{ V}} = 10$$

## 25.6 CIRCUITO EQUIVALENTE DO TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE FERRO

O circuito equivalente de um transformador de núcleo de ferro real aparece na Fig. 25.14. Como se pode ver na figura, o circui-

to equivalente inclui um transformador ideal. Os outros elementos estão associados ao comportamento não-ideal do dispositivo. As  $R_p$  e  $R_s$  são as resistências ôhmicas do primário e do secundário, respectivamente. Em um transformador real, existe uma pequena parcela do fluxo, tanto no primário como no secundário, que não passa pelo núcleo. Este *fluxo residual*, mostrado na Fig. 25.15 para o caso do primário, é representado por uma indutância  $L_p$  no circuito primário e por uma indutância  $L_s$  no circuito secundário.

A resistência  $R_x$  representa as perdas por histerese e correntes parasitas no núcleo do transformador. A indutância  $L_m$  é a indutância associada à magnetização do núcleo, isto é, à geração do fluxo  $\phi_m$ . As capacitâncias  $C_p$  e  $C_s$  são as capacitâncias dos circuitos primário e secundário, respectivamente, e  $C_e$  representa a capacitância entre o circuito primário e o circuito secundário.

Como  $i'_p$  é normalmente muito maior do que  $i_{\phi_m}$ , vamos ignorar  $i_{\phi_m}$  (considerá-la igual a zero), o que nos leva ao circuito equivalente simplificado da Fig. 25.16, no qual  $R_x$  e  $L_m$  foram omitidos. As capacitâncias  $C_p$ ,  $C_e$  e  $C_s$  também não aparecem no circuito equivalente da Fig. 25.16 porque suas reatâncias nas frequências típicas de operação não afetam consideravelmente as características do transformador.

Se agora refletirmos a impedância do circuito secundário para o circuito primário, como mostra a Fig. 25.17(a), teremos a carga e o gerador no mesmo circuito. A resistência total e a reatância total do circuito equivalente são dadas por

$$R_{\text{equivalente}} = R_e = R_p + a^2 R_s \quad (25.27)$$

e

$$X_{\text{equivalente}} = X_e = X_p + a^2 X_s \quad (25.28)$$

e o circuito equivalente é o da Fig. 25.17(b). A tensão entre os terminais da carga refletida para o primário pode ser obtida a partir do circuito da Fig. 25.17(b) usando a regra dos divisores de tensão:

$$aV_C = \frac{(R_i)V_s}{(R_e + R_i) + jX_e}$$

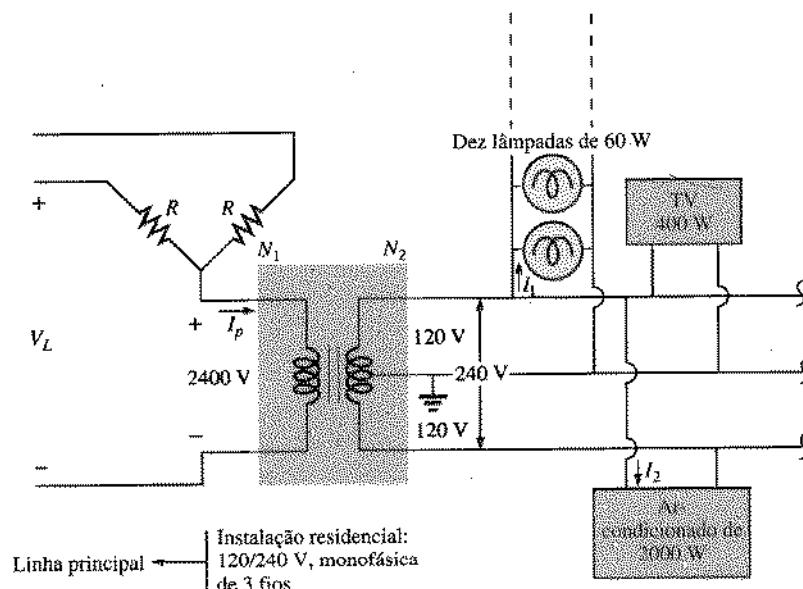


Fig. 25.13 Circuito residencial monofásico.

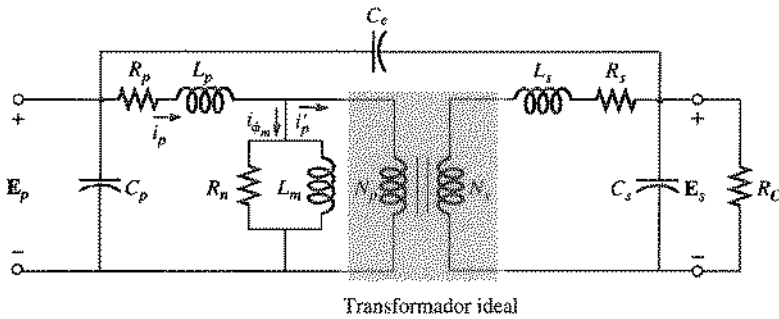


Fig. 25.14 Circuito equivalente de um transformador de núcleo de ferro real.

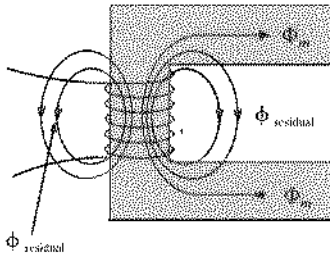


Fig. 25.15 Ilustração do fluxo residual do primário.

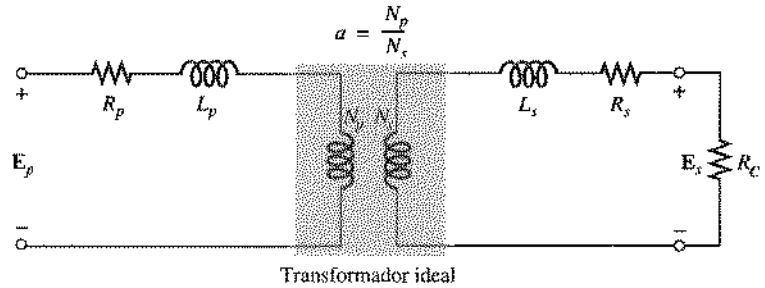


Fig. 25.16 Circuito equivalente reduzido do transformador real de núcleo de ferro.

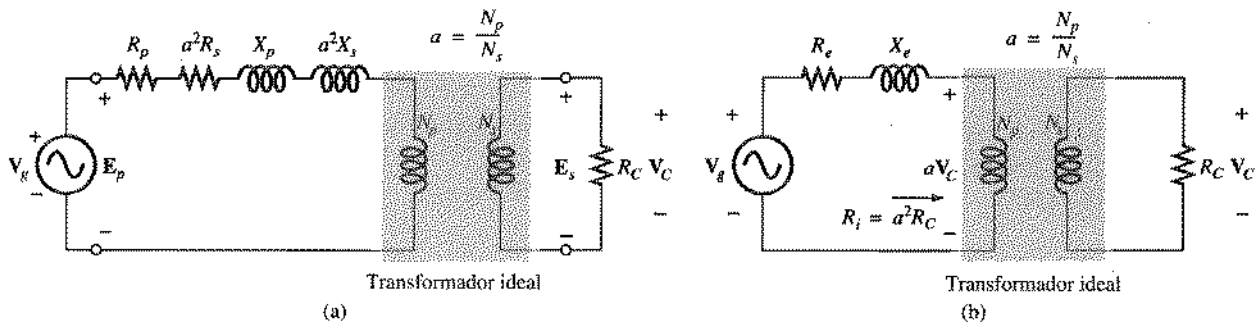


Fig. 25.17 Reflexão para o primário do circuito secundário do transformador de núcleo de ferro.

e portanto

$$V_C = \frac{a^2 R_C V_g}{(R_p + a^2 R_C) + jX_p} \quad (25.29)$$

O circuito da Fig. 25.17(b) também permite calcular a tensão da fonte necessária para aplicar uma certa tensão aos terminais da carga. As tensões entre os terminais dos elementos da Fig. 25.17(b) têm a relação fasorial indicada na Fig. 25.18(a). Observe que a corrente foi usada como referência para traçar o diagrama. Assim, as tensões nos elementos resistivos são fasores horizontais, pois estão em fase com a corrente, enquanto a tensão no indutor equivalente é um fasor vertical, pois está adiantado de  $90^\circ$  em relação à corrente. De acordo com a lei de Kirchhoff para correntes, a tensão da fonte é a soma de todas essas tensões, como indicado na Fig. 25.18(a) para uma carga resistiva. Se a carga for indutiva, o diagrama fasorial será como na Fig. 25.18(b). Observe que  $aV_C$  está adiantado em relação a  $I$  de um ângulo igual ao ângulo do fator de potência da carga. O resto do diagrama é se-

melhante ao diagrama para uma carga resistiva. (A construção do diagrama para uma carga capacitiva fica a cargo do leitor.)

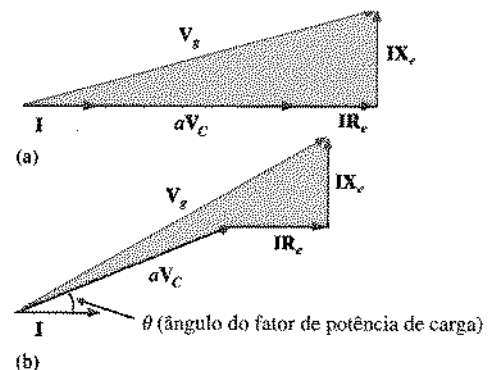


Fig. 25.18 Diagrama de fasores para o transformador de núcleo de ferro supondo (a) uma carga com fator de potência unitário (resistiva) e (b) uma carga com fator de potência atrasado (indutiva).



A Eq. (25.29) e a Fig. 25.18 mostram claramente os efeitos de  $R_e$  e  $X_e$  sobre o módulo de  $V_g$  para um dado valor de  $V_c$ . Quanto maior  $R_e$  ou  $X_e$ , maior tem que ser  $V_g$  para a mesma tensão aplicada à carga. Para  $R_e = X_e = 0$ , a relação entre  $V_c$  e  $V_g$  é igual à relação de espiras.

**EXEMPLO 25.7** Para o transformador cujo circuito equivalente aparece na Fig. 25.19:

- Determine  $R_e$  e  $X_e$ .
- Determine os módulos das tensões  $V_c$  e  $V_g$ .
- Determine o módulo da tensão  $V_g$  para que o módulo de  $V_c$  seja o mesmo que no item (b) se  $R_e = X_e = 0$ . Compare com o valor calculado no item (b).

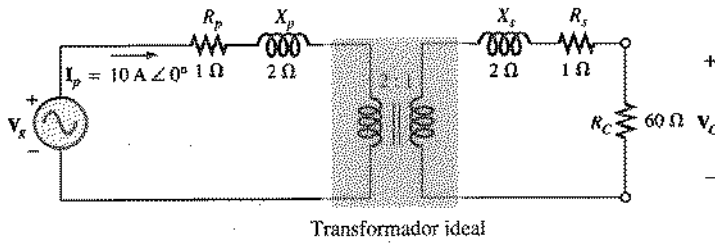


Fig. 25.19 Exemplo 25.7.

### Soluções:

- $R_e = R_p + a^2 R_s = 1 \Omega + (2)^2 (1 \Omega) = 5 \Omega$   
 $X_e = X_p + a^2 X_s = 2 \Omega + (2)^2 (2 \Omega) = 10 \Omega$
- O circuito equivalente simplificado aparece na Fig. 25.20.

$$aV_c = (I_p)(a^2 R_c) = 2400 \text{ V}$$

$$\text{Assim, } V_c = \frac{2400 \text{ V}}{a} = \frac{2400 \text{ V}}{2} = 1200 \text{ V e}$$

$$\begin{aligned} V_g &= I_p(R_e + a^2 R_c + j X_e) \\ &= 10 \text{ A}(5 \Omega + 240 \Omega + j 10 \Omega) = 10 \text{ A}(245 \Omega + j 10 \Omega) \\ V_g &= 2450 \text{ V} + j 100 \text{ V} = 2452,04 \text{ V} \angle 2,34^\circ \\ &= 2452,04 \text{ V} \angle 2,34^\circ \end{aligned}$$

- Para  $R_e$  e  $X_e = 0$ ,  $V_g = aV_c = (2)(1200 \text{ V}) = 2400 \text{ V}$ .

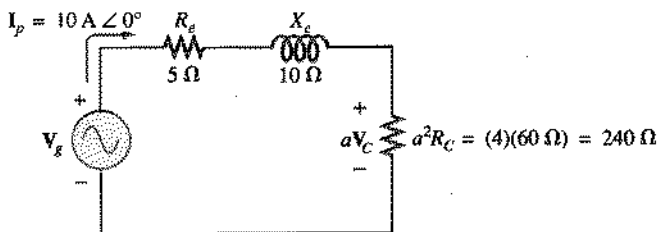


Fig. 25.20 Circuito equivalente ao da Fig. 25.19.

Logo, é necessário aumentar a tensão do gerador em 52,04 V (devido a  $R_e$  e  $X_e$ ) para obter a mesma tensão na carga.

## 25.7 EFEITO DA FREQUÊNCIA

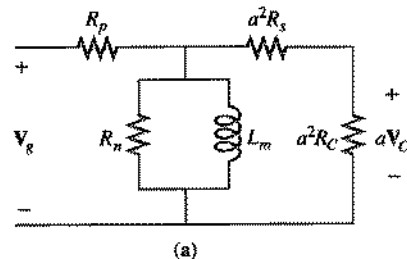
Para certas faixas de frequência, não devemos ignorar o efeito de alguns parâmetros no circuito equivalente do transformador

com núcleo de ferro que aparece na Fig. 25.14. Como é conveniente considerar em separado as regiões de frequência baixa, intermediária e alta, vamos apresentar e fazer uma breve análise dos circuitos equivalentes para os três casos.

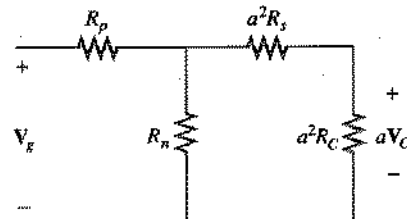
Na região de baixa frequência, as indutâncias em série com os enrolamentos primário e secundário devido ao fluxo residual,  $L_p$  e  $L_s$ , podem ser ignoradas, já que são relativamente pequenas. A indutância de magnetização, no entanto, deve ser incluída, pois está em paralelo com o circuito secundário refletido e pequenas impedâncias em paralelo podem ser importantes. A Fig. 25.21(a) mostra o circuito equivalente de um transformador em baixas frequências. À medida que a frequência diminui, a reatância associada à indutância de magnetização também diminui, causando uma diminuição da tensão entre os terminais no secundário. Para  $f = 0 \text{ Hz}$ ,  $L_m$  se comporta como um curto-circuito e  $V_c = 0$ . Com o aumento da frequência, a reatância de  $L_m$  se torna tão grande que pode ser desprezada em comparação com a impedância refletida do secundário. O circuito equivalente para frequências médias tem portanto o aspecto da Fig. 25.21(b). Observe que se trata de um circuito resistivo e que portanto as tensões do gerador e da carga estão em fase.

Em frequências mais altas, devemos levar em conta tanto os elementos capacitivos quanto as do primário e do secundário devido ao fluxo residual, como na Fig. 25.22. Os efeitos de  $C_e$  e  $C_s$  são representados, para fins de análise, como um capacitor concentrado  $C$  no circuito refletido da Fig. 25.22;  $C_p$  não aparece, pois seu efeito é desprezível em comparação com o de  $C$ . Com o aumento da frequência, a reatância capacitiva ( $X_C = 1/2\pi fC$ ) diminui até se tornar comparável com a carga refletida do transformador  $a^2 R_c$ , fazendo com que  $V_c$  comece a diminuir.

A Fig. 25.23 mostra a curva de resposta de frequência típica de um transformador de núcleo de ferro. Como está indicado na figura, o principal elemento responsável pela queda de  $V_c$  em baixas frequências é  $L_m$ , e o principal elemento responsável pela queda de  $V_c$  em altas frequências é  $C$ . O pico que aparece na região de altas frequências se deve ao circuito ressonante em série formado pelos elementos capacitivos e indutivos do circuito equivalente. A região do pico coincide com a frequência de ressonância do circuito.



(a)



(b)

Fig. 25.21 (a) Circuito refletido equivalente para baixas frequências; (b) circuito refletido equivalente para frequências intermediárias.

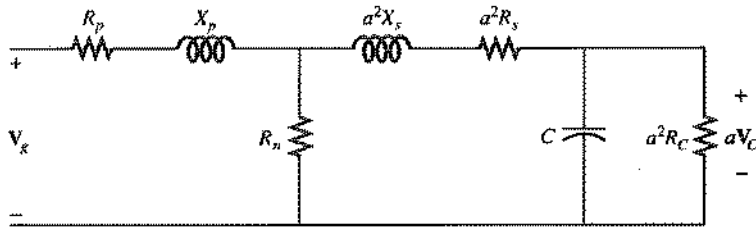


Fig. 25.22 Circuito refletido equivalente para altas frequências.

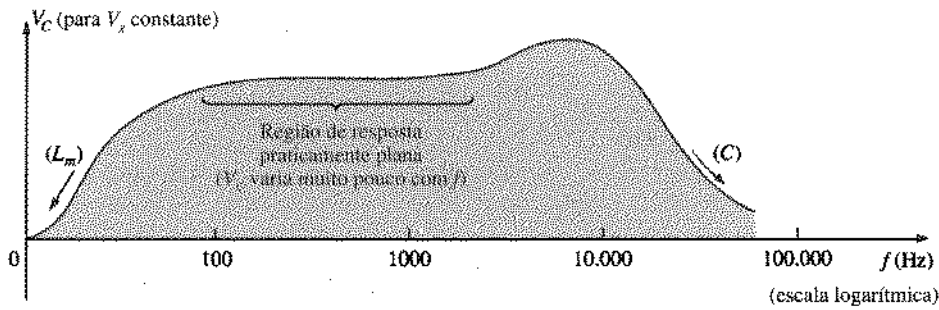


Fig. 25.23 Curva de resposta de frequência de um transformador.

## 25.8 O TRANSFORMADOR DE NÚCLEO DE AR

Como o próprio nome indica, o transformador de núcleo de ar não conta com um núcleo ferromagnético para acoplar os enrolamentos primário e secundário. Em vez disso, os enrolamentos são colocados suficientemente próximos para que o coeficiente de acoplamento tenha o valor desejado. A Fig. 25.24 mostra um transformador de núcleo de ar com os sentidos das correntes e as polaridades das tensões definidos. Observe a presença de um termo de indutância mútua  $M$ , que neste caso, de acordo com a convenção do ponto, é positivo.

De acordo com o que já foi visto neste capítulo, sabemos que a expressão

$$e_p = L_p \frac{di_p}{dt} + M \frac{di_s}{dt} \quad (25.30)$$

é válida para o circuito primário.

No Capítulo 12 vimos que para um indutor puro, sem a influência da indutância mútua, a relação

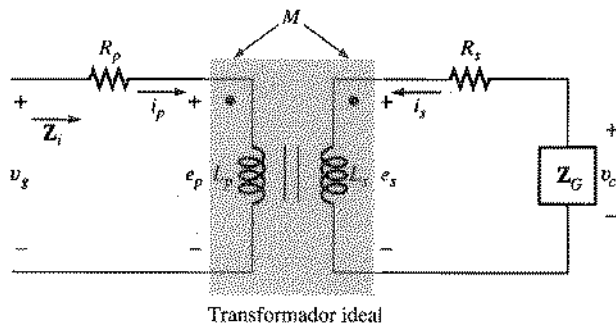


Fig. 25.24 Circuito equivalente de um transformador de núcleo de ar.

$$v_1 = L \frac{di_1}{dt}$$

implica a seguinte expressão para a tensão entre os terminais de um indutor:

$$V_1 = I_1 X_L \angle 90^\circ, \quad \text{onde } X_L = \omega L$$

Analogamente, é possível demonstrar que no caso de uma indutância mútua a equação

$$v_1 = M \frac{di_2}{dt}$$

implica

$$V_1 = I_2 X_m \angle 90^\circ, \quad \text{onde } X_m = \omega M \quad (25.31)$$

Utilizando a notação fasorial, podemos escrever a Eq. (25.30) na forma

$$E_p = I_p X_{L_p} \angle 90^\circ + I_s X_m \angle 90^\circ \quad (25.32)$$

$$e \quad V_g = I_p R_p \angle 0^\circ + I_p X_{L_p} \angle 90^\circ + I_s X_m \angle 90^\circ$$

$$\text{ou} \quad V_g = I_p (R_p + j X_{L_p}) + I_s X_m \angle 90^\circ \quad (25.33)$$

Para o circuito secundário, temos

$$E_s = I_s X_{L_s} \angle 90^\circ + I_p X_m \angle 90^\circ \quad (25.34)$$

$$e \quad V_c = I_s R_s \angle 0^\circ + I_s X_{L_s} \angle 90^\circ + I_p X_m \angle 90^\circ$$

$$\text{ou} \quad V_c = I_s (R_s + j X_{L_s}) + I_p X_m \angle 90^\circ \quad (25.35)$$

Substituindo

$$V_c = -I_s Z_c$$



Na Eq. (25.35), obtemos

$$0 = \mathbf{I}_s(R_s + jX_{L_s} + Z_C) + \mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ$$

Explicitando  $\mathbf{I}_s$ , temos

$$\mathbf{I}_s = \frac{-\mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ}{R_s + jX_{L_s} + Z_C}$$

Substituindo este resultado na Eq. (25.33), obtemos

$$\mathbf{V}_g = \mathbf{I}_p(R_p + jX_{L_p}) + \left( \frac{-\mathbf{I}_p X_m \angle 90^\circ}{R_s + jX_{L_s} + Z_C} \right) X_m \angle 90^\circ$$

Assim, a impedância de entrada é

$$\mathbf{Z}_e = \frac{\mathbf{V}_g}{\mathbf{I}_p} = R_p + jX_{L_p} - \frac{(X_m \angle 90^\circ)^2}{R_s + jX_{L_s} + Z_C}$$

ou se definirmos

$$\mathbf{Z}_p = R_p + jX_{L_p}, \quad \mathbf{Z}_s = R_s + jX_{L_s}, \quad \text{e} \quad X_m \angle 90^\circ = +j\omega M$$

obteremos

$$\mathbf{Z}_e = \mathbf{Z}_p - \frac{(j\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + Z_C}$$

e portanto

$$\mathbf{Z}_e = \mathbf{Z}_p - \frac{(\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + Z_C} \quad (25.36)$$

O termo  $(\omega M)^2/(\mathbf{Z}_s + Z_C)$  é denominado *impedância acoplada* e não depende do sinal de  $M$ , já que  $M$  aparece elevado ao quadrado na equação. Observe também que como  $(\omega M)^2$  é uma constante com ângulo de fase  $0^\circ$ , se a carga  $Z_C$  for resistiva, a impedância acoplada será capacitiva e portanto se oporá à reatância indutiva  $Z_p$  do circuito primário, causando uma redução de  $\mathbf{Z}_e$ . A Fig. 25.25 mostra o circuito equivalente do transformador de núcleo de ar, incluindo o efeito da impedância acoplada.

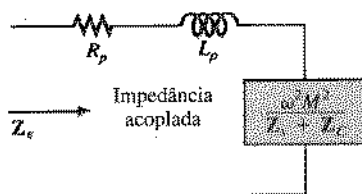


Fig. 25.25 Características de entrada de um transformador de núcleo de ar.

**EXEMPLO 25.8** Calcule a impedância de entrada do transformador de núcleo de ar da Fig. 25.26.

**Solução:**

$$\mathbf{Z}_e = \mathbf{Z}_p + \frac{(\omega M)^2}{\mathbf{Z}_s + Z_C}$$

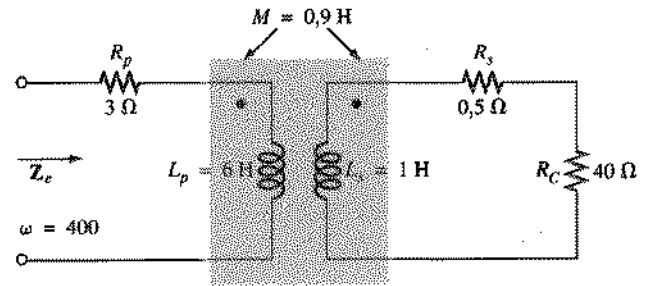


Fig. 25.26 Exemplo 25.8.

$$\begin{aligned} &= R_p + jX_{L_p} + \frac{(\omega M)^2}{R_s + jX_{L_s} + Z_C} \\ &= 3 \Omega + j2,4 \text{ k}\Omega + \frac{((400 \text{ rad/s})(0,9 \text{ H}))^2}{0,5 \Omega + j400 \Omega + 40 \Omega} \\ &\cong j2,4 \text{ k}\Omega + \frac{129,6 \times 10^3 \Omega}{40,5 + j400} \\ &= j2,4 \text{ k}\Omega + \frac{322,4 \Omega \angle -84,22^\circ}{\text{capacitivo}} \\ &= j2,4 \text{ k}\Omega + (0,0325 \text{ k}\Omega - j0,3208 \text{ k}\Omega) \\ &= 0,0325 \text{ k}\Omega + j(2,40 - 0,3208) \text{ k}\Omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{e} \quad \mathbf{Z}_e &= R_e + jX_{L_e} = 32,5 \Omega + j2079 \Omega \\ &= 2079,25 \Omega \angle 89,10^\circ \end{aligned}$$

## 25.9 USO DE TRANSFORMADORES PARA CASAMENTO DE IMPEDÂNCIAS, ISOLAMENTO ELÉTRICO E MEDIDAS DE POSIÇÃO

Os transformadores podem ser particularmente úteis quando se tenta assegurar que uma carga receba a maior potência possível a partir de uma dada fonte. Como vimos em capítulos anteriores, a transferência de potência para uma carga é máxima quando a impedância da carga é igual à impedância interna da fonte. Mesmo que seja impossível conseguir um casamento perfeito, quanto mais próxima a impedância da carga estiver da impedância interna da fonte, maior a potência transferida para a carga e maior a eficiência do sistema. Infelizmente, a maioria das cargas tem uma impedância muito diferente da impedância interna das fontes. Isso, porém, pode ser corrigido com o auxílio de transformadores. O Exemplo 25.9 demonstra a diferença significativa entre as potências transferidas a uma carga com e sem um transformador de casamento de impedâncias.

### EXEMPLO 25.9

a. A impedância interna da fonte da Fig. 25.27(a) é  $512 \Omega$ , um valor muito diferente da impedância de entrada do alto-falante,  $8 \Omega$ . Nestas condições é de se esperar que a potência fornecida ao alto-falante seja muito menor do que a máxima possível. Calcule o valor da potência fornecida ao alto-falante nas condições da Fig. 25.27(a).

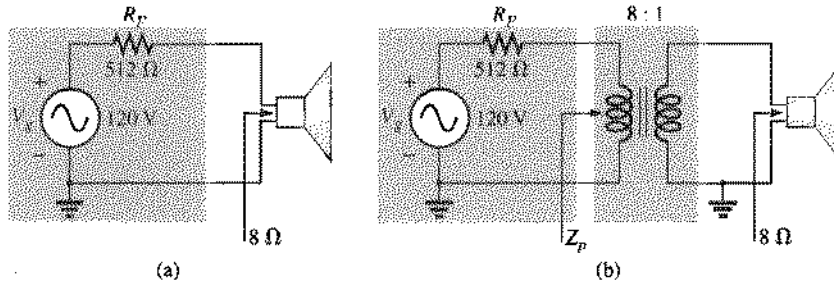


Fig. 25.27 Exemplo 25.9.

- b. No circuito da Fig. 25.27(b), foi introduzido um transformador de casamento de impedâncias entre o alto-falante e a fonte, projetado para assegurar a maior transferência de potência possível para o alto-falante de  $8\ \Omega$ . Calcule a impedância de entrada do transformador e a potência fornecida à carga.
- c. Compare os valores das potências fornecidas ao alto-falante nas condições dos itens (a) e (b).

**Soluções:**

- a. Corrente da fonte:

$$I_F = \frac{E}{R_T} = \frac{120\text{ V}}{512\ \Omega + 8\ \Omega} = \frac{120\text{ V}}{520\ \Omega} = 230,8\text{ mA}$$

Potência fornecida ao alto-falante:

$$P = I^2 R = (230,8\text{ mA})^2 \cdot 8\ \Omega = 426,15\text{ mW} \approx 0,43\text{ W}$$

ou seja, menos de meio watt

b.  $Z_p = a^2 Z_c \quad a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{8}{1} = 8$

e portanto  $Z_p = (8)^2 8\ \Omega = 512\ \Omega$

que é igual à impedância interna da fonte. Estabelecemos assim as condições para a transferência máxima de potência. A corrente da fonte é dada por:

$$I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{120\text{ V}}{512\ \Omega + 512\ \Omega} = \frac{120\text{ V}}{1024\ \Omega} = 117,19\text{ mA}$$

A potência no primário (que é igual à do secundário para um transformador ideal) é:

$$P = I^2 R = (117,19\text{ mA})^2 512\ \Omega = 7,032\text{ W}$$

É óbvio que obtivemos uma melhoria significativa na transferência de potência para a carga, que no caso do item (a) estava na faixa dos mW.

- c. Comparando os valores, obtemos  $7,032\text{ W}/426,1\text{ mW} = 16,5$ , ou seja, a potência fornecida ao alto-falante quando utilizamos o transformador de casamento de impedâncias é mais de 16 vezes maior do que quando não usamos o transformador.

Outra aplicação importante do transformador de casamento de impedâncias aparece quando se torna necessário casar a linha

de transmissão paralela de  $300\ \Omega$  de uma antena de televisão à entrada de  $75\ \Omega$  de um receptor moderno (preparada para receber um cabo coaxial de  $75\ \Omega$ ), como na Fig. 25.28. Para que o sinal transferido para o receptor de TV seja o mais intenso possível, as impedâncias devem ser casadas.

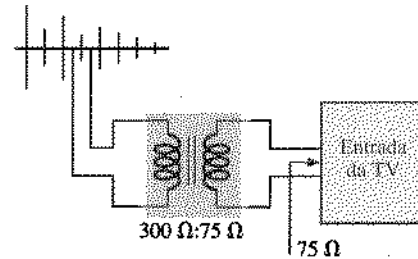


Fig. 25.28 Transformador de casamento de impedâncias para televisão.

Usando a equação  $Z_p = a^2 Z_c$ , encontramos:

$$300\ \Omega = a^2 75\ \Omega$$

e portanto  $a = \sqrt{\frac{300\ \Omega}{75\ \Omega}} = \sqrt{4} = 2$

logo

$$N_p:N_s = 2:1$$

(um transformador abaixador de tensão)

**EXEMPLO 25.10** Os transformadores de casamento de impedâncias também são muito usados em sistemas de som como o da Fig. 25.29. Embora o sistema tenha apenas um par de terminais de saída, de um a quatro alto-falantes podem ser ligados ao sistema. Cada alto-falante de  $8\ \Omega$  é ligado à linha de  $70,7\text{ V}$  através de um transformador de casamento de impedâncias de  $10\text{ W}$ .

- Se cada um dos alto-falantes no circuito da Fig. 25.29 pode receber no máximo  $10\text{ W}$ , qual o valor máximo da potência fornecida pela fonte?
- Se todos os alto-falantes estão operando no limite de potência ( $10\text{ W}$ ), determine a impedância de entrada dos transformadores.
- Determine a relação de espiras dos transformadores.
- Qual é a tensão aplicada aos alto-falantes quando eles estão dissipando uma potência de  $10\text{ W}$ ?
- Qual é a carga, do ponto de vista da fonte, quando 1, 2, 3 e 4 alto-falantes estão ligados ao circuito?

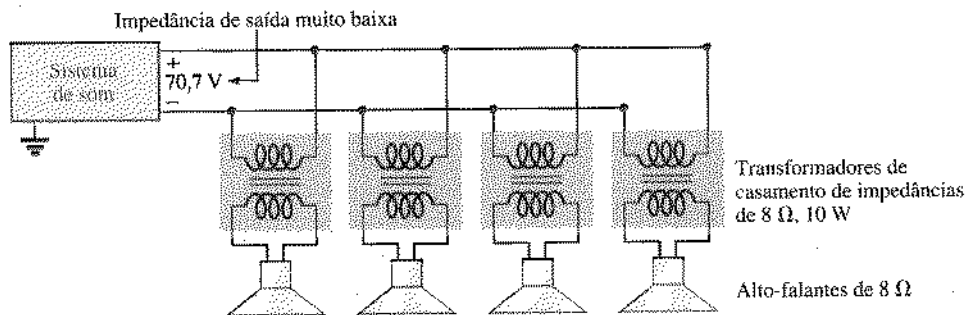


Fig. 25.29 Sistema de som.

### Soluções:

- a. Em condições ideais, a potência nos primários é igual à potência nos secundários e portanto a potência máxima fornecida pela fonte é de 40 W.
- b. A potência no primário é:

$$P_p = V_p I_p = (70,7 \text{ V}) I_p = 10 \text{ W}$$

e portanto 
$$I_p = \frac{10 \text{ W}}{70,7 \text{ V}} = 141,4 \text{ mA}$$

logo 
$$Z_p = \frac{V_p}{I_p} = \frac{70,7 \text{ V}}{141,4 \text{ mA}} = 500 \Omega$$

c.  $Z_p = a^2 Z_c \Rightarrow a = \sqrt{\frac{Z_p}{Z_c}} = \sqrt{\frac{500 \Omega}{8 \Omega}} = \sqrt{62,5} = 7,91$

$\cong 8:1$

d.  $V_s = V_c = \frac{V_p}{a} = \frac{70,7 \text{ V}}{7,91} = 8,94 \text{ V} \cong 9 \text{ V}$

- e. Todos os alto-falantes estão em paralelo. Assim,

1 alto-falante:  $R_T = 500 \Omega$

2 alto-falantes:  $R_T = \frac{500 \Omega}{2} = 250 \Omega$

3 alto-falantes:  $R_T = \frac{500 \Omega}{3} = 167 \Omega$

4 alto-falantes:  $R_T = \frac{500 \Omega}{4} = 125 \Omega$

Embora a carga do ponto de vista da fonte varie de acordo com o número de alto-falantes ligados ao circuito, a impedância da fonte é tão baixa (mesmo quando comparada com a menor impedância possível para a carga, 125 Ω) que a tensão de saída (70,7 V) é praticamente constante. Neste caso não estamos interessados em casar as impedâncias da carga e da fonte; em vez disso, queremos assegurar uma tensão de 70,7 V em cada primário, qualquer que seja o número de alto-falantes ligados ao circuito, e também limitar o consumo de corrente da fonte.

Os transformadores são frequentemente usados para isolar entre si duas partes de um circuito elétrico. Isolar significa evi-

tar que haja uma ligação direta entre as partes envolvidas. Como primeiro exemplo do uso do transformador como isolador, considere a medida da tensão em uma linha de transmissão de 40.000 V (Fig. 25.30).

Ligar um voltímetro diretamente à linha de 40.000 V seria obviamente uma operação perigosa devido à possibilidade de o técnico entrar em contato com um dos condutores ao fazer as ligações necessárias. Incluindo um transformador no projeto original da linha de transmissão, podemos reduzir a tensão a níveis seguros para fins de medição e calcular a tensão na linha através da relação de espiras. Assim, o transformador serve tanto para isolar como para reduzir a tensão.

Considere agora, como segundo exemplo, a aplicação da tensão  $v_s$  à entrada vertical de um osciloscópio, como ilustra a Fig. 25.31. Se fizermos as ligações da forma mostrada na figura e se o gerador e o osciloscópio tiverem um terra comum, a impedância  $Z_2$  será curto-circuitada pela ligação à terra do osciloscópio. Nesse caso, a tensão de entrada do osciloscópio não será mais  $v_s$ . Além disso, se  $Z_2$  for a impedância limitadora de corrente do circuito, a corrente no circuito poderá atingir valores elevados, capazes de danificar algum componente. Por outro lado, se entre o circuito e a entrada do osciloscópio for ligado um transformador, como na Fig. 25.32, o problema será eliminado e a tensão de entrada do osciloscópio será realmente  $v_s$ .

O transformador diferencial linear variável (conhecido pela sigla em inglês, LVDT — Linear Variable Differential Transformer) é um sensor de posição cujo funcionamento se baseia nas

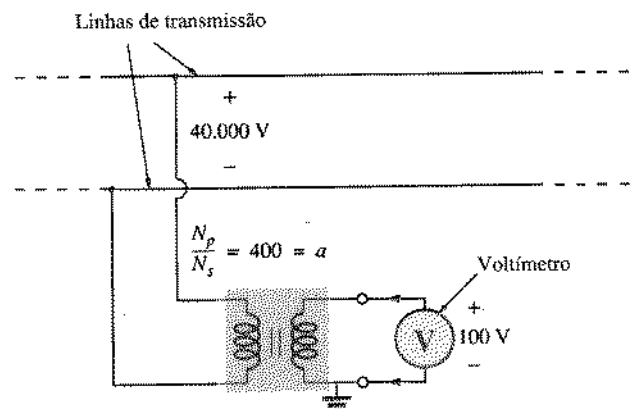


Fig. 25.30 Uso de um transformador de isolamento para realizar medidas em uma linha de transmissão de alta tensão.

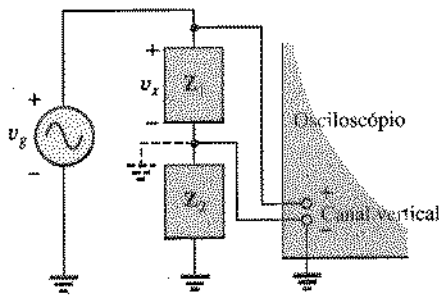


Fig. 25.31 Ilustração do curto-circuito introduzido pelo terminal aterrado do canal vertical de um osciloscópio.

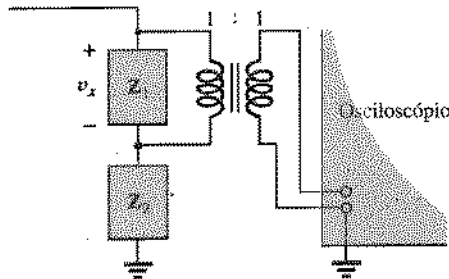


Fig. 25.32 Solução do problema ilustrado na Fig. 25.31 com a utilização de um transformador de isolamento.

propriedades dos transformadores. Em sua forma mais simples, o LVDT possui um enrolamento primário central e dois enrolamentos secundários laterais, como na Fig. 25.33(a). Existe um núcleo ferromagnético no interior dos enrolamentos que pode se deslocar sob a influência de uma força externa. Uma pequena tensão alternada de amplitude constante é aplicada ao primário; a tensão de saída é a diferença entre as tensões induzidas nos secundários. Quando o núcleo se encontra na posição indicada na Fig. 25.33(b), a tensão induzida no secundário 1 é muito maior do que a tensão induzida no secundário 2 (com o núcleo nesta

posição, o conjunto primário-secundário 2 se comporta praticamente como um transformador de núcleo de ar) e portanto a tensão de saída, que é a diferença entre as tensões induzidas nos dois secundários, é relativamente grande. Quando o núcleo se encontra na posição indicada na Fig. 25.33(c), as tensões induzidas nos dois secundários são praticamente iguais, e a tensão de saída é muito pequena. Para outras posições do núcleo, a tensão de saída tem valores intermediários. É possível, portanto, relacionar a tensão de saída do LVDT à posição do núcleo e traçar um gráfico da tensão em função da posição como o que aparece na Fig. 25.33(d).

## 25.10 DADOS FORNECIDOS PELOS FABRICANTES

Um transformador de alta tensão típico, de núcleo de ferro, pode ser fornecido com as seguintes especificações:

$$5 \text{ kVA}, \quad 2000/100 \text{ V}, \quad 60 \text{ Hz}$$

As tensões especificadas são as do primário e do secundário, mas não necessariamente nessa ordem. Em outras palavras, se 2.000 V for a tensão aplicada ao primário, a tensão no secundário será 100 V e vice-versa. A potência em kVA é a potência aparente ( $S = VI$ ) de trabalho do transformador. Se a tensão no secundário for 100 V, a corrente máxima na carga será

$$I_c = \frac{S}{V_c} = \frac{5000 \text{ VA}}{100 \text{ V}} = 50 \text{ A}$$

ao passo que se a tensão no secundário for 2000 V, a corrente máxima na carga será

$$I_c = \frac{S}{V_c} = \frac{5000 \text{ VA}}{2000 \text{ V}} = 2,5 \text{ A}$$

A potência de trabalho dos transformadores é especificada em termos de potência aparente e não de potência média por uma razão que pode ser compreendida com o auxílio da Fig. 25.34.

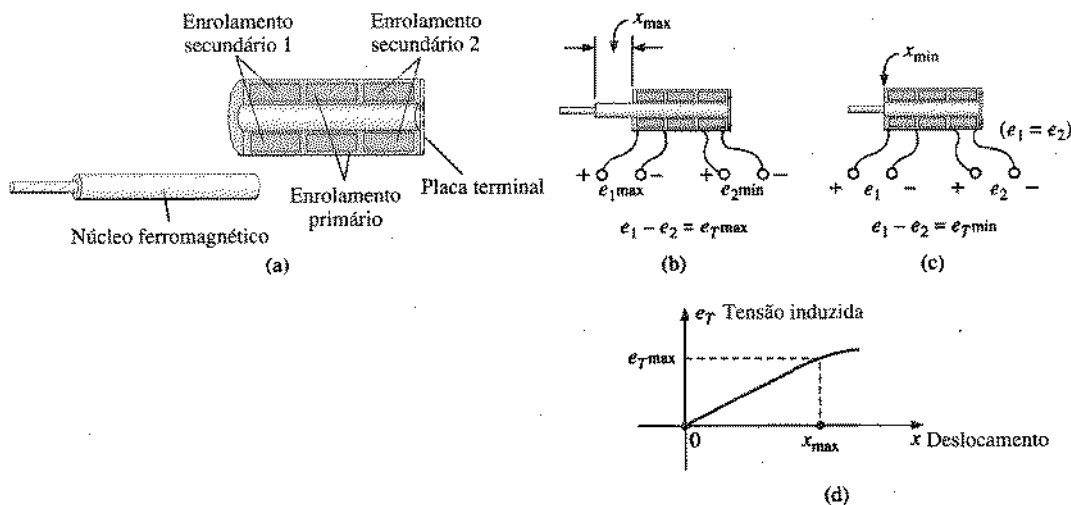
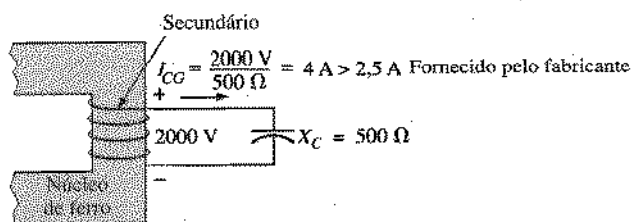


Fig. 25.33 Transformador LVDT: (a) estrutura interna; (b) posição de deslocamento máximo; (c) posição de deslocamento mínimo; (d) gráfico da tensão induzida em função do deslocamento do núcleo.



**Fig. 25.34** Demonstração do motivo pelo qual a potência de trabalho dos transformadores é especificada em kVA e não em kW.

Observe que no circuito da figura a corrente na carga é maior do que a corrente máxima calculada a partir da especificação da potência aparente de trabalho e portanto existe o risco de que o transformador seja danificado. Entretanto, como a carga é puramente capacitiva, a potência média dissipada pela carga é zero. Isso mostra que especificar a potência de trabalho em termos da potência média não teria nenhum sentido do ponto de vista da proteção do transformador contra sobrecargas.

A relação de espiras do transformador que estamos discutindo pode ter dois valores. Se a tensão no secundário é 2000 V, a relação de espiras é  $a = N_p/N_s = V_p/V_s = 100 \text{ V}/2000 \text{ V} = 1/20$  e o transformador é um transformador elevador de tensão. Se a tensão no secundário é 100 V, a relação de espiras é  $a = N_p/N_s = V_p/V_s = 2000 \text{ V}/100 \text{ V} = 20$  e o transformador é um transformador abaixador de tensão.

A corrente máxima no primário pode ser calculada com o auxílio da Eq. (25.23):

$$I_p = \frac{I_s}{a}$$

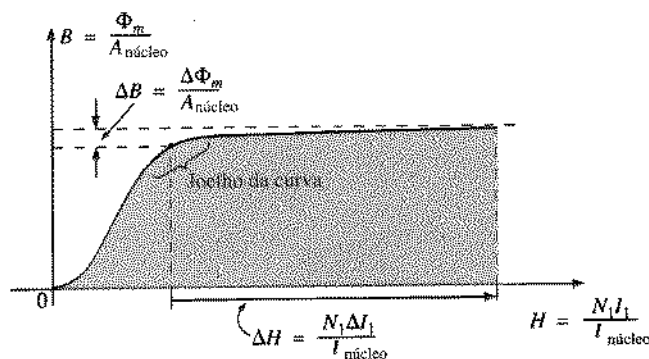
que é igual a  $[2,5/(1/20)] = 50 \text{ A}$  se a tensão no secundário é 2000 V e  $50/20 = 2,5 \text{ A}$  se a tensão no secundário é 100 V.

Para compreender a necessidade de incluir a frequência entre os dados fornecidos pelo fabricante, considere a Eq. (25.7):

$$E_p = 4,44 f_p N_p \Phi_m$$

e a curva  $B$ - $H$  do núcleo de ferro do transformador (Fig. 25.35).

Na maioria dos transformadores o ponto de operação está no joelho da curva. Se a frequência do sinal aplicado diminuir e  $N_p$



**Fig. 25.35** Demonstração de como é importante conhecer a frequência do sinal aplicado a um transformador.

e  $E_p$  permanecerem inalterados,  $\Phi_m$  irá aumentar, de acordo com a Eq. (25.7):

$$\Phi_m \uparrow = \frac{E_p}{4,44 f_p N_p}$$

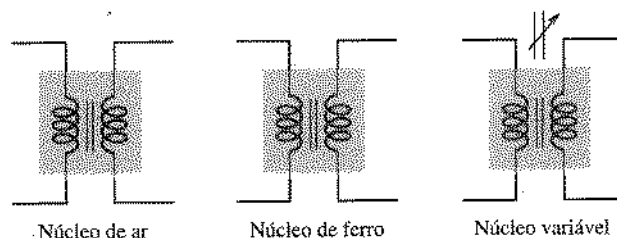
Em resultado, o campo  $B$  ficará mais intenso, como se pode ver na Fig. 25.35, fazendo com que o valor de  $H$  também aumente. A variação de corrente  $\Delta I$  resultante pode induzir uma corrente muito alta no primário, com o risco de danificar o transformador.

## 25.11 TIPOS DE TRANSFORMADORES

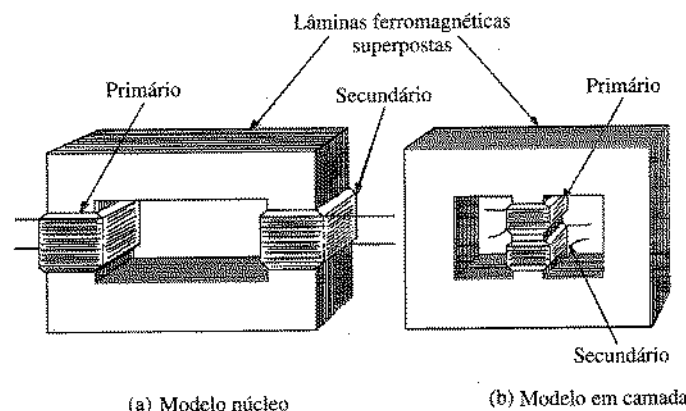
Os transformadores comerciais são oferecidos em diferentes formas e tamanhos. Entre os tipos mais comuns estão o transformador de alimentação, o transformador de áudio, o transformador de FI (frequência intermediária) e o transformador de RF (radiofrequência). Cada um deles é projetado para um tipo específico de aplicação. A Fig. 25.36 mostra os símbolos dos três tipos básicos de transformadores.

A disposição dos enrolamentos também pode obedecer a diferentes padrões. Duas das muitas formas de colocar os enrolamentos primário e secundário em um núcleo de ferro estão indicadas na Fig. 25.37. Nos dois casos, os núcleos são feitos de placas de material ferromagnético separadas por um isolante para reduzir as perdas por correntes parasitas. As placas de material ferromagnético também contêm uma pequena concentração de silício para aumentar a resistividade elétrica, o que ajuda a reduzir as perdas por correntes parasitas.

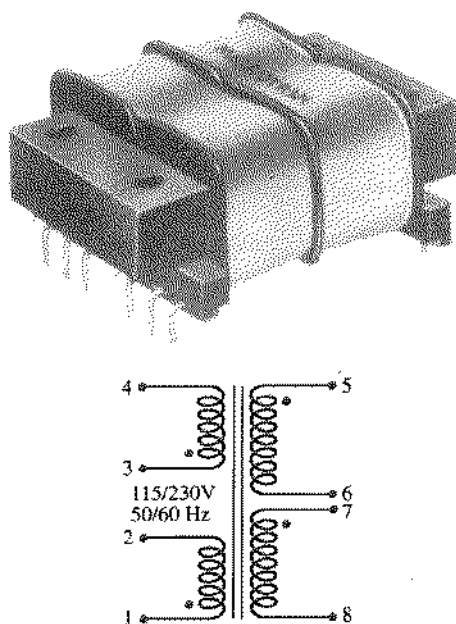
A Fig. 25.38 mostra um outro tipo de transformador de núcleo de ferro. Este transformador se destina a aplicações de distribui-



**Fig. 25.36** Símbolos de transformadores.

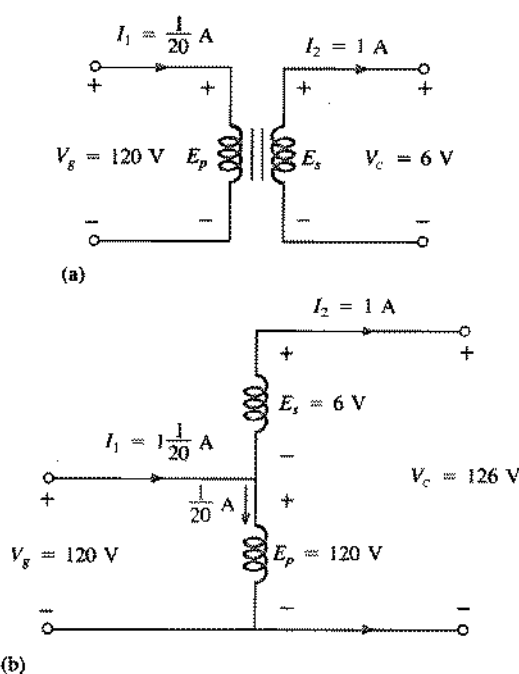


**Fig. 25.37** Duas formas de colocar os enrolamentos de um transformador em um núcleo de ferro.



**Fig. 25.38** Transformador de pequenas dimensões com dois primários e dois secundários. (Cortesia da Microtran Company, Inc.)

ção, controle e instrumentação em que seja necessário um componente de pequenas dimensões (o modelo de 2,5 VA tem uma altura máxima de apenas 1,63 cm). Trata-se na verdade de dois transformadores compartilhando o mesmo núcleo, com o primário e o secundário enrolados lado a lado. A figura mostra também o diagrama esquemático. Os dois pares de terminais da esquerda podem aceitar 115 V e 50 ou 60 Hz, ao passo que os terminais de saída produzem 230 V na mesma frequência de entrada. Observe o uso da convenção do ponto, já discutida anteriormente.



**Fig. 25.39** (a) Transformador comum; (b) autotransformador.

O autotransformador [Fig. 25.39(b)] é um tipo de transformador de alimentação que em vez de usar o princípio de dois circuitos (isolamento completo entre os enrolamentos), possui um enrolamento que é comum aos circuitos de entrada e de saída. Da mesma forma que nos transformadores comuns, a razão entre as tensões no primário e no secundário de um autotransformador é igual à relação de espiras. Os terminais de um transformador comum podem ser ligados de tal forma que ele funcione como um autotransformador. A vantagem da ligação tipo autotransformador é que ela torna possível trabalhar com uma potência aparente mais elevada. Este fato é demonstrado na Fig. 25.39, que apresenta o mesmo transformador funcionando como transformador comum [Fig. 25.39(a)] e como autotransformador [Fig. 25.39(b)].

No circuito da Fig. 25.39(a),  $S = (1/20)(120) = 6 \text{ VA}$ , enquanto no circuito da Fig. 25.39(b),  $S = (21/20)(120) = 126 \text{ VA}$ , um valor muito maior. Observe também que as correntes e tensões nos enrolamentos são as mesmas nos dois casos. A desvantagem do autotransformador é óbvia: perda do isolamento entre os circuitos do primário e do secundário.

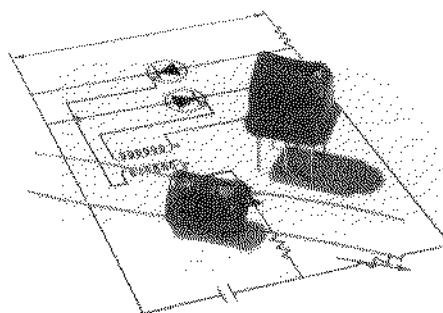
A Fig. 25.40 mostra um transformador de pulsos, projetado para uso em circuitos impressos nos quais pulsos de grande amplitude e longa duração precisam ser transferidos sem saturação. A relação de espiras desse tipo de transformador varia de 1:1 até 5:1 com uma tensão máxima de operação de 240 V rms em 60 Hz. O modelo que aparece na parte superior da fotografia tem dois primários isolados, enquanto o que aparece mais abaixo possui apenas um primário.

Dois transformadores miniatura (0,63 cm por 0,63 cm, aproximadamente) com terminais de encaixe ou fios isolados aparecem na Fig. 25.41, juntamente com suas representações esquemáticas. A potência de trabalho pode ser de 100 mW ou 125 mW, e existem modelos com várias relações de espiras, como 1:1, 5:1, 9,68:1 e 25:1.

## 25.12 TRANSFORMADORES COM DERIVAÇÃO E COM MAIS DE UMA CARGA

No caso do transformador da Fig. 25.42, que possui uma derivação central no primário, a relação  $E_p$  e  $E_s$  é dada por:

$$\frac{E_p}{E_s} = \frac{N_p}{N_s} \quad (25.37)$$



**Fig. 25.40** Transformadores de pulsos. (Cortesia da DALE Electronics, Inc.)

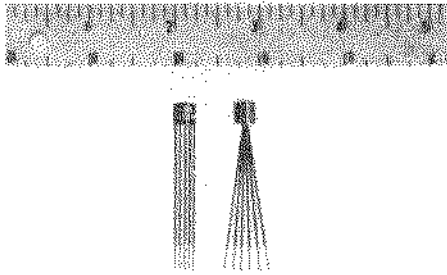


Fig. 25.41 Transformadores miniatura. (Cortesia da PICO Electronics, Inc.)

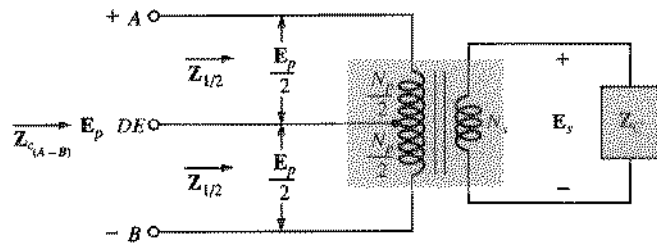
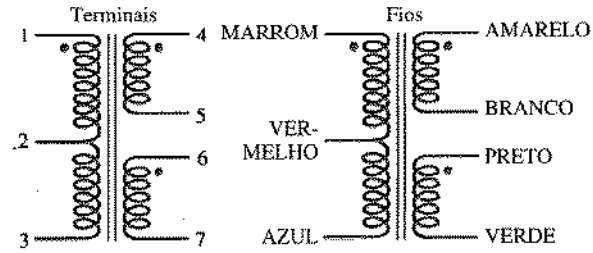


Fig. 25.42 Transformador ideal com derivação central no primário.

Para cada uma das metades do primário,

$$Z_{1/2} = \left(\frac{N_p/2}{N_s}\right)^2 Z_c = \frac{1}{4} \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 Z_c$$

e como  $Z_{i(A-B)} = \left(\frac{N_p}{N_s}\right)^2 Z_c$

temos a relação  $Z_{1/2} = \frac{1}{4} Z_i$  (25.38)

No caso do transformador de dois secundários da Fig. 25.43, podemos usar as seguintes equações:

$$\frac{E_i}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} \quad \frac{E_1}{E_3} = \frac{N_1}{N_3} \quad \frac{E_2}{E_3} = \frac{N_2}{N_3} \quad (25.39)$$

Para determinar a impedância de entrada total basta observar que, em um transformador ideal, a potência fornecida ao primário é igual à potência consumida pela carga, isto é,

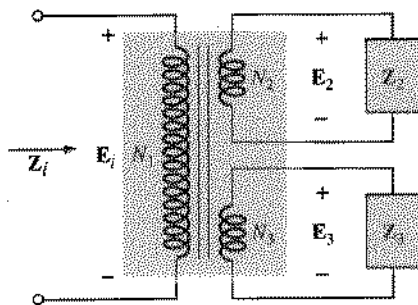


Fig. 25.43 Transformador ideal com dois secundários.

$$P_1 = P_{C_2} + P_{C_3}$$

E no caso de cargas resistivas ( $Z_i = R_i$ ,  $Z_2 = R_2$  e  $Z_3 = R_3$ ),

$$\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{E_2^2}{R_2} + \frac{E_3^2}{R_3}$$

e como  $E_2 = \frac{N_2}{N_1} E_i$  e  $E_3 = \frac{N_3}{N_1} E_i$

então  $\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{[(N_2/N_1)E_i]^2}{R_2} + \frac{[(N_3/N_1)E_i]^2}{R_3}$

e  $\frac{E_i^2}{R_i} = \frac{E_i^2}{(N_1/N_2)^2 R_2} + \frac{E_i^2}{(N_1/N_3)^2 R_3}$

Assim,  $\frac{1}{R_i} = \frac{1}{(N_1/N_2)^2 R_2} + \frac{1}{(N_1/N_3)^2 R_3}$  (25.40)

o que mostra que as resistências de carga são refletidas em paralelo.

No caso do transformador da Fig. 25.44, que possui uma derivação no secundário, podemos aplicar as Eqs. (25.39) e (25.40), contanto que as tensões  $E_2$  e  $E_3$  sejam definidas da forma indicada na figura.

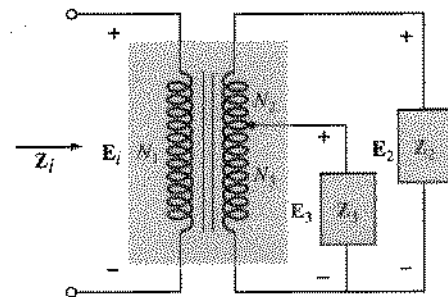


Fig. 25.44 Transformador ideal com derivação no secundário e duas cargas.

## 25.13 CIRCUITOS COM INDUTORES MAGNETICAMENTE ACOPLADOS

No caso de circuitos com indutores magneticamente acoplados, o método de análise mais conveniente é quase sempre o das correntes de malha. Para escrever as equações corretamente, é pre-



ciso respeitar a convenção do ponto, discutida na Seção 25.3. Antes de escrever a equação para uma malha em particular, o leitor deve verificar se o termo de indutância mútua é positivo ou negativo, tendo em mente que este termo terá o mesmo sinal na outra malha que está acoplada magneticamente à malha considerada. No circuito de duas malhas da Fig. 25.45, por exemplo, o termo de indutância mútua é positivo, já que as duas correntes entram nos indutores pelos terminais assinalados com pontos. Na malha da esquerda, temos;

$$E_1 - I_1 Z_1 - I_1 Z_{L_1} - I_2 Z_m - Z_2(I_1 - I_2) = 0$$

onde o valor de  $M$  em  $Z_m = \omega M \angle 90^\circ$  é positivo. Colocando  $I_1$  e  $I_2$  em evidência, temos:

$$I_1(Z_1 + Z_{L_1} + Z_2) - I_2(Z_2 - Z_m) = E_1$$

Observe na expressão acima que o termo relativo à indutância mútua aparece multiplicado pela corrente da outra malha.

Na malha da direita, temos:

$$-Z_2(I_2 - I_1) - I_2 Z_{L_2} - I_1 Z_m - I_2 Z_3 = 0$$

ou

$$I_2(Z_2 + Z_{L_2} + Z_3) - I_1(Z_2 - Z_m) = 0$$

No caso do circuito da Fig. 25.46, existem termos de indutância mútua entre  $L_1$  e  $L_2$  ( $M_{12}$ ) e entre  $L_1$  e  $L_3$  ( $M_{13}$ ).

Para os enrolamentos com pontos ( $L_1$  e  $L_3$ ), como as correntes  $I_1$  e  $I_3$  entram nos enrolamentos pelos terminais assinalados com pontos, o termo de indutância mútua,  $M_{13}$ , é positivo. Por outro lado, para os enrolamentos com triângulos ( $L_1$  e  $L_2$ ), como a corrente  $I_1$  entra em  $L_1$  pelo terminal assinalado com um triângulo e a corrente  $I_2$  sai de  $L_2$  pelo terminal assinalado com um triângulo, o termo de indutância mútua,  $M_{12}$ , é negativo. Assim, a equação para a malha 1 é:

$$E_1 - I_1 Z_1 - I_1 Z_{L_1} - I_2(-Z_{m_{12}}) - I_3 Z_{m_{13}} = 0$$

ou

$$E_1 - I_1(Z_1 + Z_{L_1}) + I_2 Z_{m_{12}} - I_3 Z_{m_{13}} = 0$$

A equação para a malha 2 é:

$$-I_2 Z_2 - I_2 Z_{L_2} - I_1(-Z_{m_{12}}) = 0$$

ou

$$-I_1 Z_{m_{12}} + I_2(Z_2 + Z_{L_2}) = 0$$

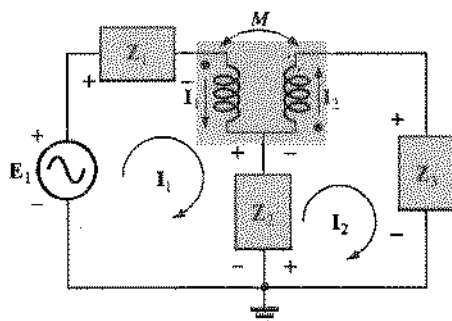


Fig. 25.45 Aplicação do método das correntes de malha a indutores magneticamente acoplados.

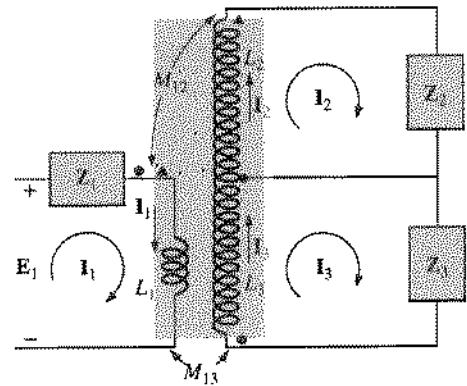


Fig. 25.46 Aplicação do método das correntes de malha a um circuito com três enrolamentos magneticamente acoplados.

A equação para a malha 3 é:

$$-I_3 Z_3 - I_3 Z_{L_3} - I_1 Z_{m_{13}} = 0$$

ou

$$I_1 Z_{m_{13}} + I_3(Z_3 + Z_{L_3}) = 0$$

Reagrupando os termos, obtemos o seguinte sistema de equações:

$$\begin{aligned} I_1(Z_1 + Z_{L_1}) - I_2 Z_{m_{12}} + I_3 Z_{m_{13}} &= E_1 \\ -I_1 Z_{m_{12}} + I_2(Z_2 + Z_{L_2}) + 0 &= 0 \\ I_1 Z_{m_{13}} + 0 + I_3(Z_3 + Z_{L_3}) &= 0 \end{aligned}$$

## 25.14 ANÁLISE COMPUTACIONAL

### PSpice (DOS)

Em PSpice, é muito importante que um dispositivo seja modelado corretamente, caso contrário os resultados obtidos não terão significado físico. Na verdade, para garantir que o modelo está correto, é desejável que ele seja comparado com resultados conhecidos antes de ser aplicado ao circuito a ser analisado. Em outras palavras, o leitor não deve ser muito afoito ao aplicar certos comandos em novas circunstâncias; pode haver limitações muito especiais à sua aplicação.

No caso dos transformadores, o modelo mais simples consiste em duas fontes controladas e uma fonte independente, como na Fig. 25.47.

O fator multiplicador para as duas fontes controladas é o inverso da relação de espiras,  $1/a$ . A Fig. 25.47 mostra que a tensão no secundário é igual a  $1/a$  vezes a tensão no primário, e a corrente no primário é igual a  $1/a$  vezes a corrente no secundário. O uso de uma fonte controlada de corrente e outra de tensão permite levar em conta as importantes relações de corrente em um transformador ( $E_p = aE_s$  e  $I_s = aI_p$ ). A fonte independente VS é necessária para definir o sentido de  $I_s$  para a FCCC. A tensão de controle da FTCT é simplesmente a tensão entre os terminais do primário do transformador. Não há necessidade de levar em conta as relações entre impedâncias ( $Z_i = a^2 Z_c$  etc.) porque elas estão implícitas nas relações entre tensões e correntes no transformador.

Como primeiro exemplo, vamos analisar o circuito da Fig. 25.48 e determinar a tensão na carga,  $V_C$ . A relação de espiras é

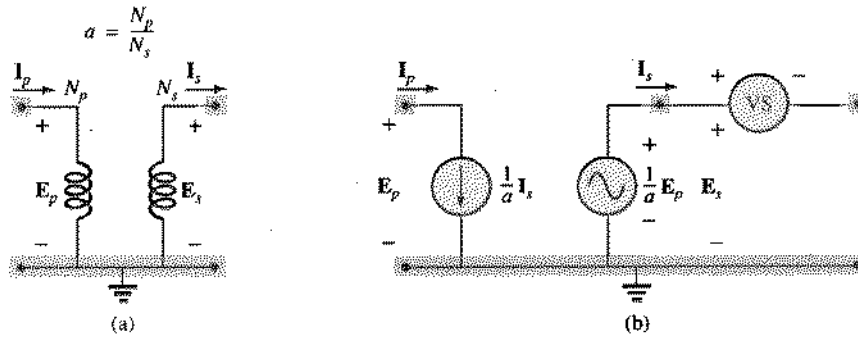


Fig. 25.47 (a) Transformador ideal; (b) modelo utilizado no PSpice.

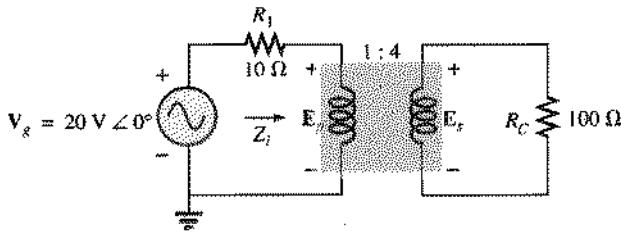


Fig. 25.48 Aplicação do PSpice (DOS) a um transformador elevador de tensão.

$$a = \frac{N_p}{N_s} = \frac{1}{4} < 1$$

e portanto estamos trabalhando com um transformador elevador de tensão.

Antes de rotular os nós e escrever o arquivo de entrada, vamos resolver analiticamente o circuito para podermos comparar os resultados com os do arquivo de saída.

$$\begin{aligned} Z_i &= a^2 Z_C \\ &= \left(\frac{1}{4}\right)^2 100 \Omega \\ &= 6,25 \Omega \end{aligned}$$

$$e \quad E_p = \frac{(6,25 \Omega)(20 \text{ V})}{6,25 \Omega + 10 \Omega} = 7,692 \text{ V}$$

$$\text{logo} \quad E_s = \frac{1}{a} E_p = \frac{1}{\left(\frac{1}{4}\right)} (7,692 \text{ V}) = 4(7,692 \text{ V}) = 30,77 \text{ V}$$

$$e \text{ portanto} \quad V_C = E_s = 30,77 \text{ V}$$

Os nós estão definidos na Fig. 25.49. O nó de referência foi estendido ao circuito de saída para estabelecer uma terra comum. É possível também manter o isolamento entre os circuitos de entrada e de saída usando nós diferentes como referências para os circuitos de entrada e de saída e ligando os dois nós de referência por um resistor de valor muito elevado, como 1E30 Ω para simular um circuito aberto. O que o programa PSpice não aceita é que não exista uma terra comum para todo o sistema.

No arquivo de entrada da Fig. 25.50, os nomes PRI e SEC foram usados para distinguir as duas fontes controladas. Observe que o fator multiplicador para as duas fontes controladas é  $1/a = 4$  e que foi escolhida arbitrariamente uma frequência de 1 kHz para a análise. O resultado que aparece no arquivo de saída é exatamente igual ao da solução analítica.

O segundo circuito com transformador a ser analisado é o da Fig. 25.19. No Exemplo 25.7, a tensão aplicada ao circuito do primário tinha que ser  $V_g = 2452,04 \angle 2,34^\circ$  para que a tensão na carga fosse 1200 V. Neste exemplo, vamos aplicar ao circuito uma tensão  $V_g = 2452,04 \angle 2,34^\circ$  e verificar se a tensão na carga é 1200 V.

Os nós são escolhidos como na Fig. 25.51, com os valores das reatâncias indutivas determinados para uma frequência de 60 Hz. Neste caso,  $a = N_p/N_s = 2/1 = 2$  e portanto o fator multiplicador é  $1/a = 0,5$ , como se pode ver no arquivo de entrada da Fig. 25.52. O resultado que aparece no arquivo de saída é exatamente igual ao do Exemplo 25.7, 1200 V.

## PSpice (Windows)

Uma análise esquemática do circuito da Fig. 25.48 leva ao circuito da Fig. 25.53, com duas fontes controladas. A fonte de corrente controlada por corrente ( $F_1$ ) tem o símbolo F na biblioteca **analog.slb**. A fonte de tensão controlada por tensão ( $E_1$ ) tem o símbolo E na mesma biblioteca. O ganho dessas fontes é definido

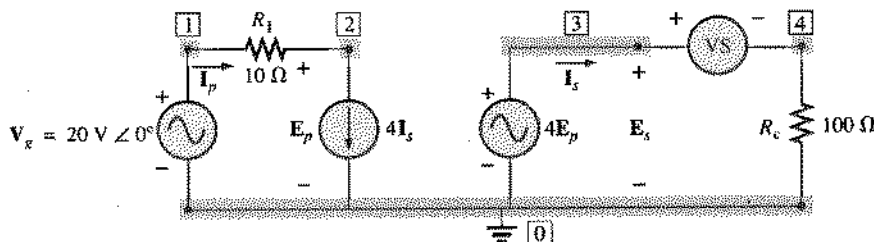


Fig. 25.49 Definição dos parâmetros para uma análise do circuito da Fig. 25.48 utilizando o PSpice (DOS).

# Chapter 25 - Transformer

## \*\*\*\* CIRCUIT DESCRIPTION

\*\*\*\*\*

```

VG 1 0 AC 20V 0
R1 1 2 10
FPRI 2 0 VS 4
VS 3 4 0
ESEC 1 0 2 0 4
RL 4 0 100
.AC LIN 1 1KHz 1KHz
.PRINT AC VM(RL)
.OPTIONS NOPAGE
.END

```

## \*\*\*\* AC ANALYSIS

TEMPERATURE = 27.000 DEG C

| FREQ      | VM(RL)    |
|-----------|-----------|
| 1.000E+03 | 3.077E+01 |

Fig. 25.50 Arquivos de entrada e de saída associados à análise do circuito da Fig. 25.48 com o auxílio do PSpice (DOS).

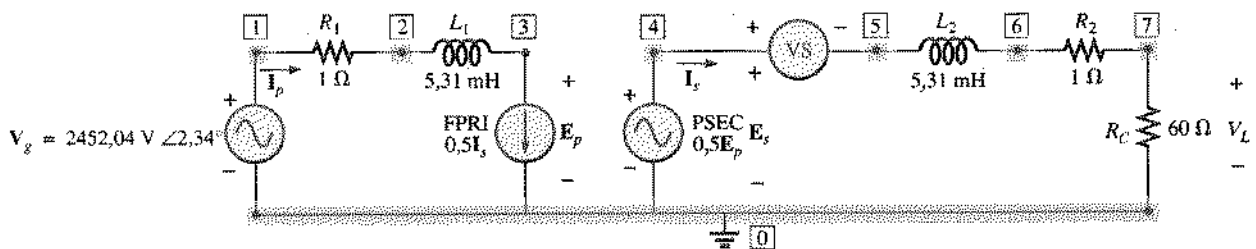


Fig. 25.51 Definição dos parâmetros para a análise do circuito do Exemplo 25.7 com o auxílio do PSpice (DOS).

# Chapter 25 - Transformer (Example 25.8)

## \*\*\*\* CIRCUIT DESCRIPTION

\*\*\*\*\*

```

VG 1 0 AC 2452.04V 2.34
R1 1 2 1
L1 2 3 5.31mH
FPRI 3 0 VS 0.5
VS 4 5 0
ESEC 4 0 3 0 0.5
L2 5 6 5.31mH
R2 6 7 1
RL 7 0 60
.AC LIN 1 60 60
.PRINT AC VM(RL)
.OPTIONS NOPAGE
.END

```

## \*\*\*\* AC ANALYSIS

TEMPERATURE = 27.000 DEG C

| FREQ      | VM(RL)    |
|-----------|-----------|
| 6.000E+01 | 1.200E+03 |

Fig. 25.52 Arquivos de entrada e de saída associados à análise do circuito do Exemplo 25.7 com o auxílio do PSpice (DOS).

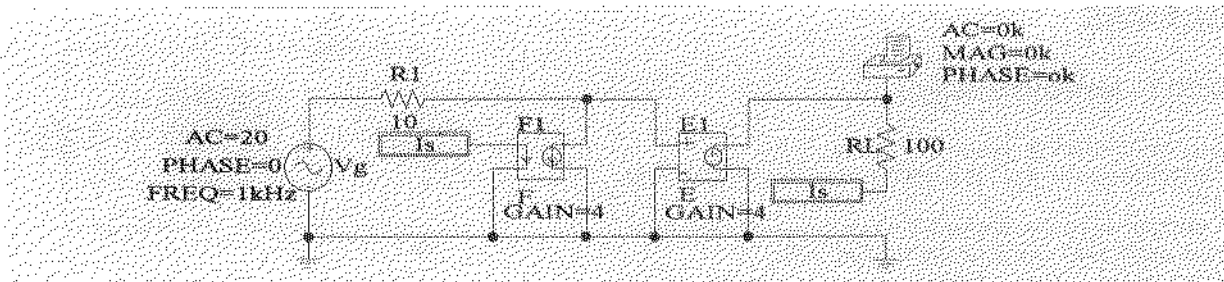


Fig. 25.53 Obtenção do módulo e da fase da tensão na carga no circuito da Fig. 25.48.

| **** AC ANALYSIS |             | TEMPERATURE = 27.000 DEG C |
|------------------|-------------|----------------------------|
| *****            |             |                            |
| FREQ             | VM(SN_0003) | VP(SN_0003)                |
| 1.000E+03        | 3.077E+01   | 0.000E+00                  |

Fig. 25.54 Resultados da análise do circuito da Fig. 25.48 com o auxílio do PSpice (Windows).

dando um duplo clique no símbolo respectivo e digitando o valor apropriado. Não se esqueça de salvar o atributo! O circuito é complexo, já que dispõe de duas fontes controladas, e por isso a opção **GLOBAL** foi escolhida na biblioteca **port.slb** para estabelecer as ligações corretas para a corrente de controle de F1. O rótulo **Is** é aplicado aos pontos desejados do circuito escolhendo novamente a opção **GLOBAL**. Assim, todos os pontos rotulados como **Is** ficam ligados entre si sem necessidade de desenhar um fio.

Observe que os sentidos das correntes da fonte controlada por corrente e as polaridades das tensões da fonte controlada por tensão estão de acordo com o circuito original a ser analisado. O

arquivo de saída da Fig. 25.54 fornece o mesmo resultado que o programa para DOS e a solução analítica.

O mesmo circuito também pode ser analisado usando um dos transformadores disponíveis na biblioteca **eval.slb**, como se pode ver na Fig. 25.55. Foi escolhido o primeiro transformador da lista, cujo nome é **K3019PL\_3C8**. Para definir os atributos do transformador, basta clicar duas vezes no seu símbolo e digitar os valores apropriados: **coupling = 1**, **L1 TURNS = 1** e **L2 TURNS = 4**. O comando **Change Display** foi usado para mostrar os três valores no esquema. Os resultados da análise, que praticamente coincidem com os anteriores, aparecem na Fig. 25.56.

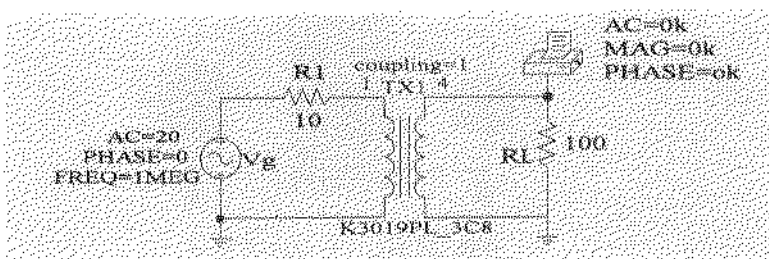


Fig. 25.55 Utilização de um dos transformadores da biblioteca **eval.slb** para analisar o circuito da Fig. 25.48.

| **** AC ANALYSIS |             | TEMPERATURE = 27.000 |
|------------------|-------------|----------------------|
| DEG C            |             |                      |
| *****            |             |                      |
| FREQ             | VM(SN_0001) | VP(SN_0001)          |
| 1.000E+06        | 3.072E+01   | 3.381E+00            |

Fig. 25.56 Resultados da análise do circuito da Fig. 25.48 com o auxílio do PSpice (Windows).



## PROBLEMAS

### SEÇÃO 25.2 Indutância Mútua

- Para o transformador de núcleo de ar da Fig. 25.57:
  - Determine o valor de  $L_s$  se a indutância mútua  $M$  é igual a 80 mH.
  - Determine as tensões induzidas  $e_p$  e  $e_s$  se o fluxo no enrolamento primário está variando à razão de 0,08 Wb/s.
  - Determine as tensões induzidas  $e_p$  e  $e_s$  se a corrente  $i_p$  varia à razão de 0,3 A/ms.

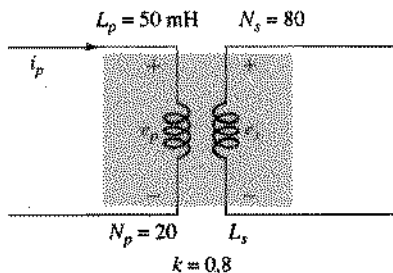


Fig. 25.57 Problemas 1, 2 e 3.

- Repita o Problema 1 para  $k = 1$ .
  - Repita o Problema 1 para  $k = 0,2$ .
  - Compare os resultados dos itens (a) e (b).
- Repita o Problema 1 para  $k = 0,9$ ,  $N_p = 300$  espiras e  $N_s = 25$  espiras.

### SEÇÃO 25.3 Ligação em Série de Indutores Mutuamente Acoplados

- Determine a indutância dos indutores em série da Fig. 25.58.

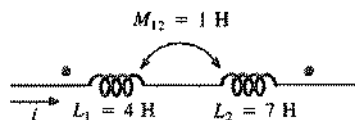


Fig. 25.58 Problema 4.

- Determine a indutância total dos indutores em série da Fig. 25.59.

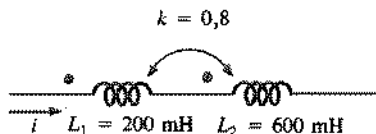


Fig. 25.59 Problema 5.

- Determine a indutância total dos indutores em série da Fig. 25.60.

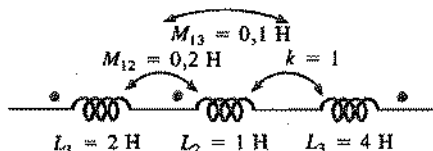


Fig. 25.60 Problema 6.

- Escreva as equações de malha do circuito da Fig. 25.61.

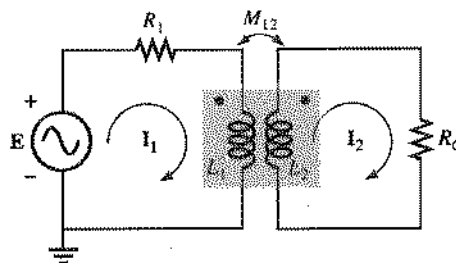


Fig. 25.61 Problema 7.

### SEÇÃO 25.4 O Transformador de Núcleo de Ferro

- Para o transformador de núcleo de ferro ( $k = 1$ ) da Fig. 25.62:

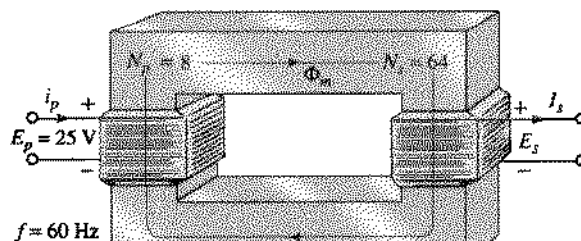


Fig. 25.62 Problemas 8, 9 e 11.

- Determine o módulo da tensão induzida  $E_s$ .
  - Determine o fluxo máximo  $\Phi_m$ .
- Repita o Problema 8 para  $N_p = 240$  e  $N_s = 30$ .
  - Calcule a tensão aplicada a um transformador de núcleo de ferro se a tensão no secundário é 240 V,  $N_p = 60$  e  $N_s = 720$ .
  - Calcule a frequência da tensão de entrada do transformador do Problema 8 se o fluxo máximo no núcleo é 12,5 mWb.

### SEÇÃO 25.5 Impedância Refletida e Potência

- Para o transformador de núcleo de ferro da Fig. 25.63:

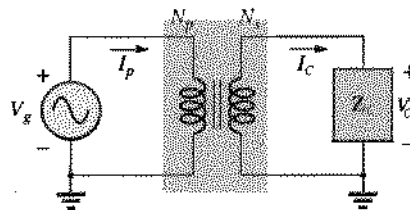


Fig. 25.63 Problemas 12 a 16.

- Determine a corrente  $I_C$  e a tensão  $V_C$  se  $a = 1/5$ ,  $I_p = 2$  A e  $Z_C$  é um resistor de 2  $\Omega$ .
  - Determine a resistência de entrada para os dados especificados no item (a).
- Calcule a impedância de entrada do transformador da Fig. 25.63 para  $a = 2$ ,  $I_p = 4$  A e  $V_s = 1600$  V.
  - Determine a tensão  $V_s$  e a corrente  $I_p$  se a impedância de entrada do transformador de núcleo de ferro da Fig. 25.63 é 4  $\Omega$ ,  $V_C = 1200$  V e  $a = 1/4$ .
  - Se  $V_C = 240$  V,  $Z_C$  um resistor de 20  $\Omega$ ,  $I_p = 0,05$  A e  $N_s = 50$ , determine o número de espiras do enrolamento primário do transformador de núcleo de ferro da Fig. 25.63.
  - Se  $N_p = 400$ ,  $N_s = 1200$  e  $V_s = 100$  V, determine o valor de  $I_p$  no circuito da Fig. 25.63 se  $Z_C = 9 \Omega + j 12 \Omega$ .
    - Determine a tensão  $V_C$  e a corrente  $I_C$  para as condições do item (a).



## SEÇÃO 25.6 Circuito Equivalente do Transformador de Núcleo de Ferro

17. Para o transformador da Fig. 25.64, determine
- a resistência equivalente  $R_e$ .
  - a reatância equivalente  $X_e$ .
  - o circuito equivalente refletido para o primário.
  - a corrente no primário para  $V_g = 50 \text{ V} \angle 0^\circ$ .
  - a tensão na carga  $V_C$ .
  - o diagrama de fasores do circuito refletido para o primário.
  - o novo valor da tensão na carga se imaginarmos que o transformador é ideal com uma relação de espiras de 4:1. Compare o resultado com o do item (c).

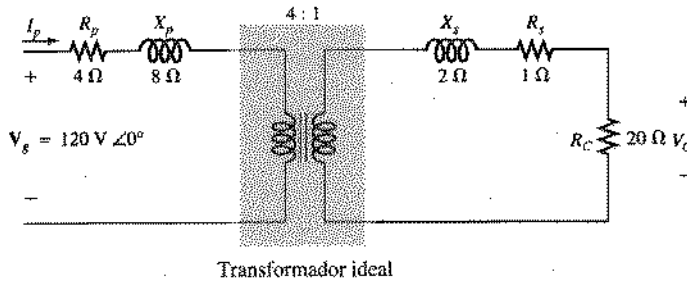


Fig. 25.64 Problemas 17, 30, 33 e 34.

18. Supondo que a carga resistiva seja substituída por uma reatância indutiva de  $20 \Omega$  no circuito da Fig. 25.65:

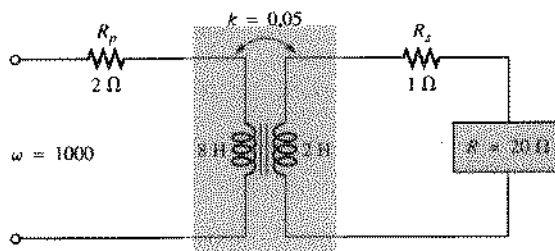


Fig. 25.65 Problemas 18, 19 e 35.

- Determine a impedância total refletida para o primário.
  - Calcule a corrente no primário.
  - Determine as tensões em  $R_e$ ,  $X_e$  e na carga refletida.
  - Construa o diagrama de fasores.
19. Repita o Problema 18 para uma carga capacitiva com uma reatância de  $20 \Omega$ .

## SEÇÃO 25.7 Efeito da Frequência

20. Discuta em suas próprias palavras os efeitos da frequência sobre o funcionamento dos transformadores, usando os circuitos equivalentes das Figs. 25.21 e 25.22.

## SEÇÃO 25.8 O Transformador de Núcleo de Ar

21. Calcule a impedância de entrada do transformador de núcleo de ar da Fig. 25.66. Desenhe o circuito refletido para o primário.

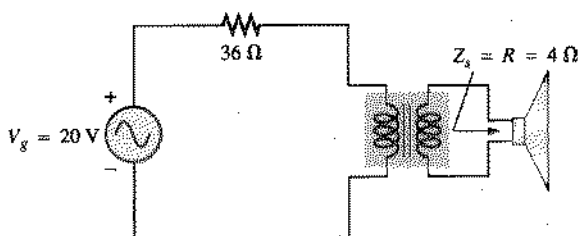


Fig. 25.66 Problemas 21 e 22.

## SEÇÃO 25.9 Uso de Transformadores para Casamento de Impedâncias, Isolamento Elétrico e Medidas de Posição

- Determine a relação de espiras do transformador da Fig. 25.66 para que a potência fornecida ao alto-falante seja máxima.
- Determine a potência fornecida ao alto-falante nas condições do item (a).

## SEÇÃO 25.10 Dados Fornecidos pelo Fabricante

23. Os dados referentes a um transformador ideal são 10 kVA, 2400/120 V e 60 Hz.
- Determine a relação de espiras se a tensão no secundário é 120 V.
  - Determine a corrente no secundário se a tensão no secundário é 120 V.
  - Determine a corrente no primário se a tensão no secundário é 120 V.
  - Repita os itens (a), (b) e (c) se a tensão no secundário é 2400 V.

## SEÇÃO 25.11 Tipos de Transformadores

24. Calcule as tensões no primário e no secundário e as correntes no autotransformador da Fig. 25.67.

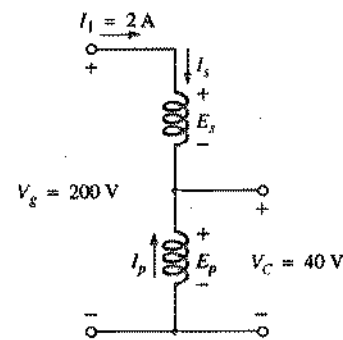


Fig. 25.67 Problema 24.

## SEÇÃO 25.12 Transformador com Derivação e com Mais de uma Carga

25. Para o transformador com derivação central da Fig. 25.42 com  $N_p = 100$ ,  $N_s = 25$ ,  $Z_C = R \angle 0^\circ = 5 \Omega \angle 0^\circ$  e  $E_p = 100 \text{ V} \angle 0^\circ$ :
- Determine a tensão e corrente na carga.
  - Encontre a impedância  $Z_e$ .
  - Calcule a impedância  $Z_{in}$ .
26. Para o transformador com dois secundários da Fig. 25.43, com  $N_1 = 90$ ,  $N_2 = 15$ ,  $N_3 = 45$ ,  $Z_2 = R_2 \angle 0^\circ = 8 \Omega \angle 0^\circ$ ,  $Z_3 = R_C \angle 0^\circ = 5 \Omega \angle 0^\circ$  e  $E_C = 60 \text{ V} \angle 0^\circ$ :
- Calcule as tensões e correntes nas cargas.
  - Obtenha  $Z_i$ .
27. Para o transformador com derivação no secundário da Fig. 25.44 com  $N_1 = 120$ ,  $N_2 = 40$ ,  $N_3 = 30$ ,  $Z_2 = R_2 \angle 0^\circ = 12 \Omega \angle 0^\circ$ ,  $Z_3 = R_3 \angle 0^\circ = 10 \Omega \angle 0^\circ$  e  $E_i = 120 \text{ V} \angle 60^\circ$ :
- Calcule as tensões e as correntes nas cargas.
  - Obtenha  $Z_i$ .

## SEÇÃO 25.13 Circuitos com Indutores Magneticamente Acoplados

- Escreva as equações de malha do circuito da Fig. 25.68.
- Escreva as equações de malha do circuito da Fig. 25.69.

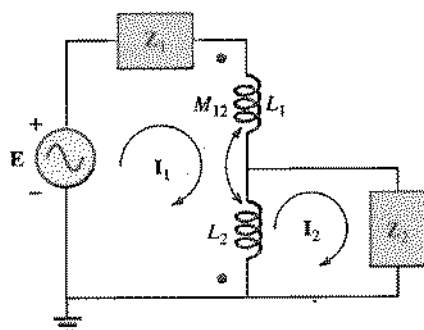


Fig. 25.68 Problema 28.

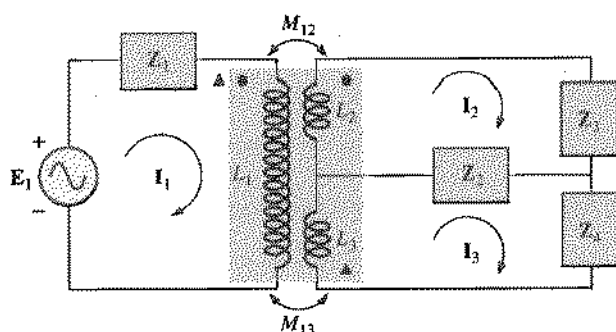


Fig. 25.69 Problema 29.

## SEÇÃO 25.14 Análise Computacional

### PSpice (DOS)

- \*30. Escreva um arquivo de entrada para obter o módulo e a fase de tensão  $V_C$  para o circuito da Fig. 25.64.

## GLOSSÁRIO

**Autotransformador** Transformador que possui um enrolamento comum aos circuitos primário e secundário. A principal desvantagem desse tipo de transformador é a perda de isolamento entre primário e secundário; a principal vantagem é a maior potência de operação.

**Coefficiente de acoplamento ( $k$ )** Uma medida do acoplamento magnético entre dois enrolamentos que varia de um mínimo de 0 até um máximo de 1.

**Convenção do ponto** Convenção que permite determinar o sinal da indutância mútua em um circuito com base no sentido dos enrolamentos envolvidos.

**Dados do fabricante** Informações como a potência de operação, a relação de espiras e a frequência de trabalho que são de primordial importância para a escolha do transformador mais apropriado para uma aplicação específica.

**Fluxo residual** Fluxo que atravessa apenas um dos enrolamentos de um circuito magnético.

- \*31. Escreva um arquivo de entrada para analisar o circuito da Fig. 25.9 utilizando as equações obtidas no Exemplo 25.3 para construir um modelo do circuito. Obtenha a tensão  $V_C$  para  $E_1 = 100 \text{ V} \angle 0^\circ$ ,  $R_C = 100 \Omega$ ,  $R_1 = 10 \Omega$ ,  $L_1 = 2 \text{ H}$ ,  $L_2 = 5 \text{ H}$ ,  $M = 0,9 \text{ H}$  e  $f = 60 \text{ Hz}$ .

- \*32. Escreva um arquivo de entrada para determinar a impedância de entrada  $Z_e$  para o transformador com núcleo de ar da Fig. 25.26. Use as técnicas desenvolvidas em capítulos anteriores para calcular o valor da impedância e as Eqs. (25.33) e (25.35) para construir um modelo do sistema.

### PSpice (Windows)

- \*33. Gere o esquema para o circuito da Fig. 25.64 e calcule a tensão  $V_C$ .  
 \*34. Desenvolva uma técnica, utilizando o PSpice (Windows), para calcular a impedância de entrada do circuito da Fig. 25.64.  
 \*35. Use um transformador da biblioteca eval.sib para determinar a tensão na carga do circuito da Fig. 25.65 para uma tensão aplicada de  $40 \text{ V} \angle 0^\circ$ .

### Linguagens de Programação (C++, BASIC, PASCAL etc.)

36. Escreva um programa que calcule a solução geral para o problema de casamento de impedâncias definido no Exemplo 25.9. Em outras palavras, dadas a impedância do alto-falante e a resistência interna da fonte, o programa deve calcular a relação de espiras do transformador e a potência fornecida à carga. O programa deve calcular também as correntes na fonte e na carga e as tensões no primário e no secundário. A tensão da fonte deve ser considerada um dado adicional a ser fornecido ao programa.  
 37. Escreva um programa para determinar a tensão  $V_e$  no circuito da Fig. 25.19, considerando como dado a corrente  $I_p$ .  
 38. Dados os parâmetros do Exemplo 25.7, escreva um programa para calcular a impedância de entrada em forma polar.

**Frouxamente acoplados** Diz-se de dois enrolamentos para os quais o coeficiente de acoplamento é muito menor do que 1.

**Impedância refletida** Impedância que aparece no primário de um transformador devido a uma carga ligada ao secundário.

**Indutância mútua** Indutância que existe entre dois indutores magneticamente acoplados.

**Primário** Enrolamento do transformador ao qual normalmente é ligada a fonte de energia elétrica.

**Relação de espiras ( $a$ )** Razão entre o número de espiras no primário e o número de espiras no secundário de um transformador.

**Secundário** Enrolamento do transformador ao qual normalmente é ligada a carga.

**Transformador abaixador de tensão** Transformador no qual a tensão no secundário é menor do que a tensão no primário.

**Transformador com derivação** Transformador que possui mais de duas ligações no enrolamento primário ou secundário.

**Transformador com várias cargas** Transformador que possui mais de uma carga ligada ao enrolamento (ou enrolamentos) do secundário.

**Transformador elevador de tensão** Transformador no qual a tensão no secundário é maior do que a tensão no primário.

# 26

## Análise de Sistemas – Uma Introdução

### 26.1 INTRODUÇÃO

O número cada vez maior de sistemas integrados nos campos da eletricidade, eletrônica e computação torna necessária a introdução de pelo menos algumas noções de análise de sistemas na ementa dos cursos introdutórios de engenharia elétrica. Embora o tratamento oferecido neste capítulo seja necessariamente superficial, iremos apresentar muitos termos e técnicas importantes utilizados na abordagem de análise de sistemas. O uso cada vez maior de sistemas integrados é bastante compreensível quando consideramos as vantagens desse tipo de sistemas: menor tamanho, configurações sofisticadas e testadas, menor tempo de fabricação, baixo custo etc. O circuito integrado da Fig. 1.1 é um bom exemplo do grau de miniaturização a que pode levar a moderna tecnologia, com seus 1,2 milhão de transistores concentrados em um componente cujas dimensões são da ordem de um centímetro. O MC68040 é um microprocessador que foi usado como peça central de muitos minicomputadores e microcomputadores. O uso de qualquer componente integrado é limitado apenas pela necessidade de utilizar os terminais disponíveis. Não é possível ter acesso aos elementos internos, o que também elimina a possibilidade de executar reparos em caso de mau funcionamento.

Um dos objetivos da análise de sistemas é o desenvolvimento de modelos de duas, três ou mais portas (pares de terminais) para dispositivos, sistemas e circuitos. Neste capítulo, vamos estudar principalmente os sistemas de duas portas (Fig. 26.1).

Observe que na Fig. 26.1 existem duas portas de interesse, cada uma constituída por um par de terminais. Em alguns sistemas, a configuração da Fig. 26.1 pode assumir o aspecto da Fig. 26.2(a). O diagrama de bloco da Fig. 26.2(a) indica simplesmente que os terminais 1' e 2' estão interligados, o que constitui um caso particular dos sistemas de duas portas. A Fig. 26.2(b) mostra um sistema com uma única porta e um sistema com quatro portas. O primeiro sistema já foi analisado em outros capítulos deste livro; o segundo será examinado rapidamente neste capítulo, mas um estudo mais aprofundado terá que aguardar um curso mais avançado.

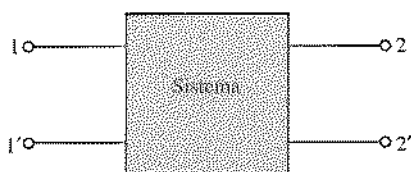
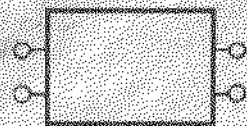


Fig. 26.1 Sistema de duas portas.



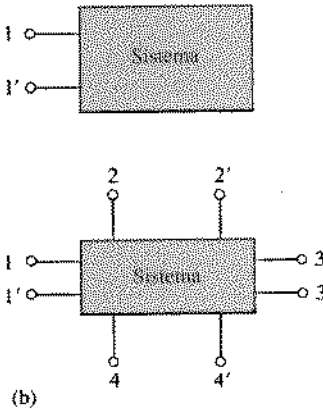
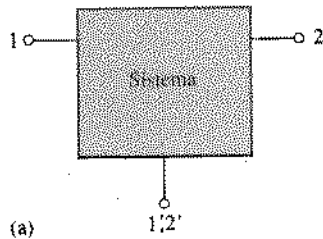


Fig. 26.2 (a) Sistema de duas portas; (b) sistema de uma porta; (c) sistema de quatro portas.

Na parte final deste capítulo é apresentado um conjunto de equações (e, subsequentemente, de circuitos) que permitem modelar o dispositivo ou sistema representado pelo diagrama de bloco da Fig. 26.1. Em outras palavras, poderemos construir um circuito que apresente as mesmas características, do ponto de vista dos terminais, que o circuito original. Na Fig. 26.3, por exemplo, um transistor aparece ligado a quatro terminais. As análises que se seguem permitirão encontrar uma combinação de elementos básicos que se comporte de forma semelhante ao transistor dentro de uma certa faixa de condições de operação. Métodos como o das correntes de malha e o das tensões de nó poderão então ser usados para determinar os parâmetros desconhecidos. Os modelos também permitem estudar o comportamento dos dispositivos sem a necessidade de cálculos matemáticos complicados. Em outras palavras, uma pessoa experiente é capaz de usar os modelos para analisar a operação de sistemas complexos com relativa facilidade. Os resultados na maioria dos casos podem ser apenas aproximados, mas a possibilidade de obter resultados rápidos com um mínimo de trabalho torna este tipo de abordagem extremamente compensador.

Neste capítulo nos limitaremos a analisar sistemas lineares (com parâmetros fixos) de elementos bilaterais. Para a configuração

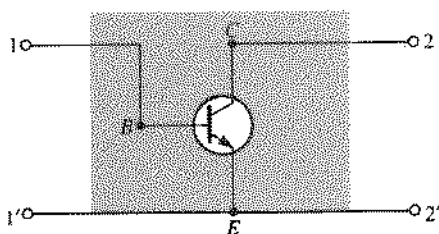


Fig. 26.3 O transistor como um sistema de duas portas.

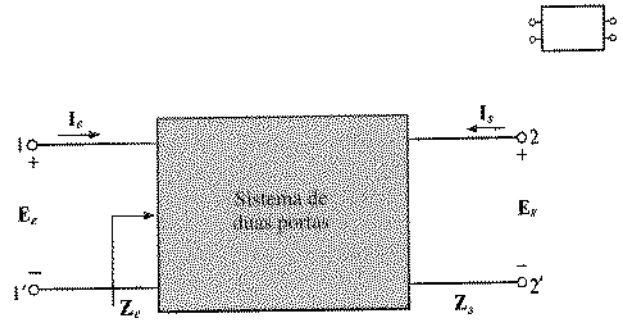


Fig. 26.4 Definição de  $Z_e$  e  $Z_s$ .

ração com duas portas são definidos três conjuntos de parâmetros, denominados parâmetros de impedância ( $z$ ), de admitância ( $y$ ) e híbridos ( $h$ ). No final do capítulo, uma tabela mostra a relação entre os três conjuntos de parâmetros.

## 26.2 OS PARÂMETROS DE IMPEDÂNCIA $Z_e$ E $Z_s$

No sistema de duas portas da Fig. 26.4,  $Z_e$  é a impedância de entrada entre os terminais 1 e 1' e  $Z_s$  é a impedância de saída entre os terminais 2 e 2'. No caso de sistemas com várias portas, podemos sempre definir um valor de impedância entre dois terminais quaisquer (adjacentes ou não) do sistema.

Utilizando a definição de resistência generalizada obtemos, para a impedância de entrada:

$$Z_e = \frac{E_e}{I_e} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.1)$$

onde a corrente  $I_e$  resulta da aplicação de uma tensão  $E_e$ .

A impedância de saída é dada por:

$$Z_s = \frac{E_s}{I_s} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.2)$$

$E_e = 0 \text{ V}$

com a corrente  $I_s$  resultando da aplicação de uma tensão  $E_s$  aos terminais de saída, ao mesmo tempo que a tensão  $E_e$  é igualada a zero.

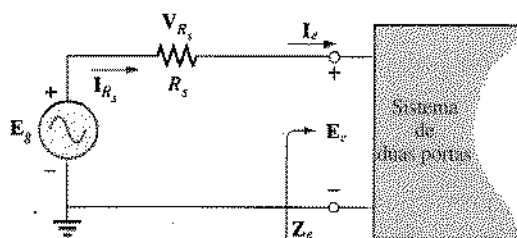
Observe que  $I_e$  e  $I_s$  são definidas como positivas quando entram no sistema. Esta convenção, que é usada em vários métodos de análise de sistemas, fez com que  $Z_e$  e  $Z_s$  sejam grandezas positivas nas Eqs. (26.1) e (26.2). Se, por exemplo, a corrente  $I_s$  fosse definida como positiva quando sai do sistema, a impedância  $Z_s$  dada pela Eq. (26.2) teria que receber um sinal negativo.

A Fig. 26.5 mostra um circuito para medir o valor de  $Z_e$ . O valor do resistor auxiliar  $R_s$  deve ser suficientemente pequeno para não perturbar o funcionamento do sistema. Em condições de operação, a tensão entre os terminais de  $R_s$  é  $E_g - E_e$ , e a corrente no resistor auxiliar é

$$I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{E_g - E_e}{R_s}$$

mas

$$I_e = I_{R_s} \quad \text{logo} \quad Z_e = \frac{E_e}{I_e} = \frac{E_e}{I_{R_s}}$$


 Fig. 26.5 Determinação de  $Z_e$ 

A função do resistor auxiliar, portanto, é permitir a determinação de  $I_e$  usando exclusivamente medidas de tensão.

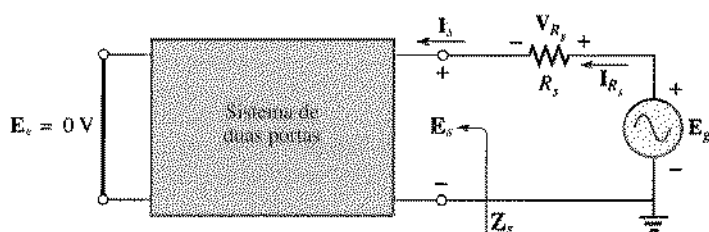
Tenha sempre em mente, à medida que avançamos neste capítulo, que não podemos utilizar um ohmímetro para medir  $Z_o$  ou  $Z_e$ , pois estamos lidando com sistemas que funcionam com corrente alternada e cuja impedância portanto pode depender da frequência do sinal aplicado. Podemos utilizar ohmímetros para medir resistências em circuitos ac ou dc, mas estes medidores só devem ser empregados em circuitos desenergizados, e sua fonte de energia é uma pilha que gera uma tensão contínua.

A impedância de saída pode ser medida com o auxílio do circuito da Fig. 26.6. Observe que mais uma vez é usado um resistor auxiliar e que a tensão aplicada  $E_g$  deve estabelecer as condições típicas de operação. Observe ainda que o sinal de entrada, de acordo com a Eq. (26.2), deve ser zero. A tensão entre os terminais do resistor auxiliar é  $E_g - E_e$  e a corrente no resistor auxiliar é

$$I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{E_g - E_e}{R_s}$$

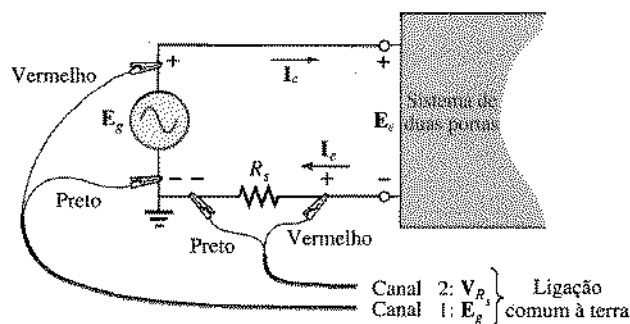
mas

$$I_s = I_{R_s} \text{ logo } Z_e = \frac{E_e}{I_s} = \frac{E_e}{I_{R_s}}$$


 Fig. 26.6 Determinação de  $Z_e$ 

Na maioria dos casos,  $Z_o$  e  $Z_e$  são resistências puras e portanto o ângulo de fase das duas impedâncias é zero. Assim, elas podem ser medidas com o auxílio de um voltímetro digital ou um osciloscópio. Por exemplo: tanto no caso de  $Z_o$  como no caso de  $Z_e$ ,  $V_{R_s}$  pode ser medida com um voltímetro digital, juntamente com  $E_g$  e  $E_e$  ou  $E_s$ . Em seguida, a corrente pode ser determinada com o auxílio da definição de resistência e a impedância calculada com o auxílio da Eq. (26.1) ou (26.2).

No caso de utilizarmos um osciloscópio, devemos prestar muita atenção à necessidade de um aterramento comum. Na Fig. 26.4, por exemplo,  $E_g$  e  $E_e$  podem ser medidas com o osciloscópio, pois possuem uma terra em comum. Se tentássemos me-


 Fig. 26.7 Uso de um osciloscópio para determinar  $Z_e$ 

dir  $V_{R_s}$  diretamente com a terra do osciloscópio no terminal de entrada superior de  $E_e$ , porém, causaríamos um curto-circuito entre os terminais de entrada do sistema, já que tanto a fonte como o osciloscópio estão ligados à terra. Quando a impedância de entrada do sistema é curto-circuitada, a corrente  $I_e$  pode atingir valores perigosos, já que a única resistência presente no circuito de entrada é o resistor auxiliar  $R_s$ , cujo valor é relativamente pequeno. Se usarmos um voltímetro digital para não termos que nos preocupar com esse tipo de problema, devemos nos assegurar de que o instrumento é capaz de funcionar corretamente dentro da faixa de frequências de interesse. Muitos instrumentos comerciais deixam de funcionar adequadamente quando a frequência excede alguns quilohertz.

Quando o ângulo de fase da impedância de entrada não é zero, não é possível usar um voltímetro digital para medir a componente reativa nos terminais de entrada. O módulo de impedância total estará correto se for medido da forma descrita anteriormente, mas o ângulo a partir do qual as componentes resistiva e reativa poderiam ser determinados não estará disponível. Caso seja usado um osciloscópio, as ligações devem ser feitas como na Fig. 26.7. As tensões  $E_g$  e  $V_{R_s}$  podem ser mostradas simultaneamente na tela do osciloscópio, o que permite determinar o ângulo de fase entre elas. Como  $V_{R_s}$  e  $I_e$  estão em fase, o ângulo medido será também o ângulo entre  $E_g$  e  $I_e$ . O ângulo em que estamos interessados é o ângulo entre  $E_e$  e  $I_e$ , e não o ângulo entre  $E_g$  e  $I_e$ ; entretanto, como  $R_s$  em geral é pequena, podemos supor que a queda de tensão em  $R_s$  seja tão pequena em comparação com  $E_g$  que  $E_e \approx E_g$ . Usando os valores de pico, pico-a-pico ou rms medidos com o osciloscópio e o valor do ângulo de fase, é possível calcular o módulo e o ângulo de  $Z_e$  e portanto suas componentes resistiva e reativa. Para verificar se a impedância de entrada é indutiva ou capacitiva, basta observar se  $E_e$  está atrasada ou adiantada em relação a  $Z_e$ . Se  $E_g$  está adiantada em relação a  $V_{R_s}$  (ou seja, se  $E_e$  está adiantada em relação a  $I_e$ ), o circuito é indutivo; se  $E_g$  está atrasada em relação a  $V_{R_s}$ , o circuito é capacitivo.

Para determinar o ângulo da fase de  $Z_e$ , devemos ligar o resistor auxiliar ao terminal de baixo, para que ele e a fonte  $E_g$  tenham a mesma terra. Assim, usando a aproximação  $E_e \approx E_g$ , podemos determinar o módulo e o ângulo de fase de  $Z_e$ .

**EXEMPLO 26.1** Os resultados das medidas executadas com um voltímetro digital em um sistema de duas portas aparecem na Fig. 26.8. Determine a impedância de entrada  $Z_e$  do sistema, sabendo que ela é puramente resistiva.

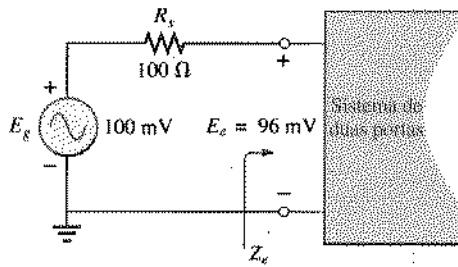


Fig. 26.8 Exemplo 26.1.

**Solução:**

$$V_{R_s} = E_g - E_e = 100 \text{ mV} - 96 \text{ mV} = 4 \text{ mV}$$

$$I_e = I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{4 \text{ mV}}{100 \Omega} = 40 \mu\text{A}$$

$$Z_e = R_e = \frac{E_e}{I_e} = \frac{96 \text{ mV}}{40 \mu\text{A}} = 2,4 \text{ k}\Omega$$

**EXEMPLO 26.2** Os resultados das medidas executadas com um voltímetro digital em um sistema de duas portas aparecem na Fig. 26.9. Determine a impedância de saída  $Z_s$  do sistema, sabendo que ela é puramente resistiva.

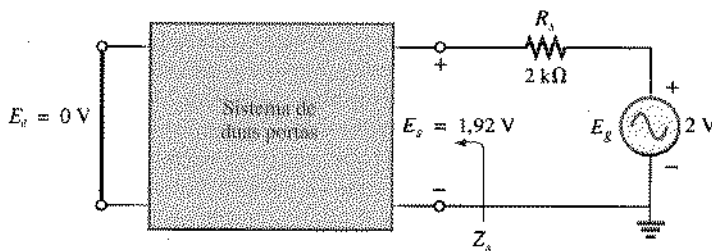


Fig. 26.9 Exemplo 26.2.

**Solução:**

$$V_{R_s} = E_g - E_s = 2 \text{ V} - 1,92 \text{ V} = 0,08 \text{ V} = 80 \text{ mV}$$

$$I_s = I_{R_s} = \frac{V_{R_s}}{R_s} = \frac{80 \text{ mV}}{2 \text{ k}\Omega} = 40 \mu\text{A}$$

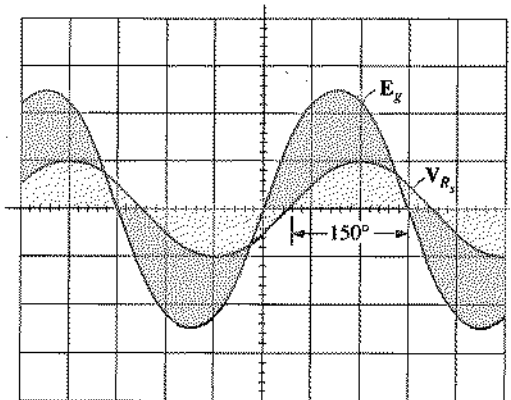
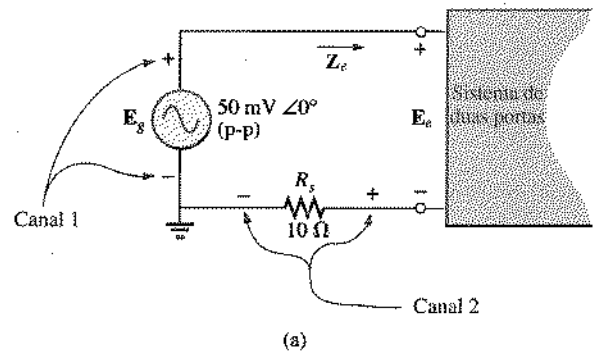
$$Z_s = \frac{E_s}{I_s} = \frac{1,92 \text{ V}}{40 \mu\text{A}} = 48 \text{ k}\Omega$$

**EXEMPLO 26.3** As características de entrada do sistema da Fig. 26.10(a) são conhecidas. Utilizando os resultados das medidas com um osciloscópio da Fig. 26.10(b), calcule a impedância de entrada do sistema. Caso esta impedância tenha uma componente reativa, determine o seu módulo e verifique se é indutiva ou capacitiva.

**Solução:** Módulo de  $Z_e$ :

$$I_{e(p-p)} = I_{R_s(p-p)} = \frac{V_{R_s(p-p)}}{R_s} = \frac{2 \text{ mV}}{10 \Omega} = 200 \mu\text{A}$$

$$Z_e = \frac{E_e}{I_e} \cong \frac{E_g}{I_e} = \frac{50 \text{ mV}}{200 \mu\text{A}} = 250 \Omega$$



$E_g$ : Sensibilidade vertical = 10 mV/div.  
 $V_{R_s}$ : Sensibilidade vertical = 1 mV/div.

(b)

Fig. 26.10 Exemplo 26.3.

Fase de  $Z_e$ : A diferença de fase entre  $E_g$  e  $V_{R_s}$  (ou  $I_{R_s} = I_e$ ) é

$$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

com  $E_g$  adiantada em relação a  $I_e$ ; logo, o sistema é indutivo. Assim,

$$\begin{aligned} Z_e &= 250 \Omega \angle 30^\circ \\ &= 216,51 \Omega + j 125 \Omega = R + j X_L \end{aligned}$$

## 26.3 OS GANHOS DE TENSÃO

$A_{vNL}$ ,  $A_v$  e  $A_{vT}$

O ganho de tensão para o sistema de duas portas da Fig. 26.11 é definido por

$$A_{vNL} = \frac{E_s}{E_e} \quad (26.3)$$

A letra maiúscula **A** foi escolhida para lembrar a expressão fator de amplificação, enquanto o índice **v** nos lembra que lidamos com valores de tensão. O índice **NL** revela que o ganho foi determinado *sem carga* (no load, em inglês), ou seja, que o ganho foi medido sem que nenhuma carga estivesse ligada aos terminais de saída. Os fabricantes de sistemas integrados quase sempre especificam o ganho sem carga, já que a carga varia de acordo com a aplicação específica.

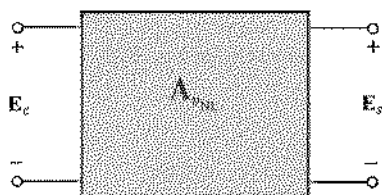


Fig. 26.11 Definição do ganho sem carga  $A_{v_{NL}}$ .

Os módulos das tensões da Eq. (26.30) podem ser medidos com o auxílio de um voltímetro digital ou de um osciloscópio. Apenas um osciloscópio, porém, é capaz de revelar a diferença de fase entre as duas tensões.

O ganho medido em um circuito como o da Fig. 26.12 é chamado de ganho com carga, representado pelo símbolo  $A_v$  e definido por

$$A_v = \left. \frac{E_s}{E_e} \right|_{\text{com } R_C} \quad (26.4)$$

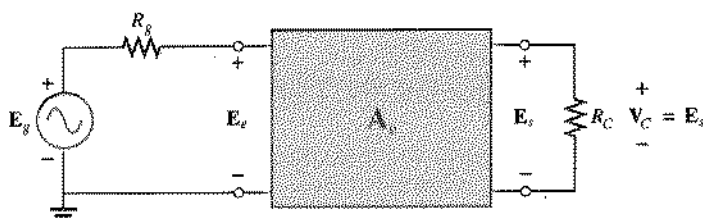


Fig. 26.12 Definição do ganho de tensão com carga  $A_v$  (e  $A_{v_r}$ )

**Nos sistemas de duas portas, o ganho com carga é sempre menor que o ganho sem carga.**

Existe um terceiro ganho de tensão que pode ser definido em sistemas como o da Fig. 26.12, em que a fonte de tensão possui uma resistência interna — situação que ocorre com frequência em sistemas eletrônicos. O ganho total do sistema é representado pelo símbolo  $A_{v_r}$  e definido através da equação

$$A_{v_r} = \frac{E_s}{E_g} \quad (26.5)$$

Devido à queda de tensão na resistência interna da fonte,

**o ganho de tensão total  $A_{v_r}$  é sempre menor do que o ganho de tensão com carga  $A_v$  e o ganho de tensão sem carga  $A_{v_{NL}}$ .**

Se escrevermos a Eq. (26.5) na forma:

$$A_{v_r} = \frac{E_s}{E_g} = \frac{E_s}{E_e} (1) = \frac{E_s}{E_g} \left( \frac{E_e}{E_e} \right) = \frac{E_s}{E_e} \cdot \frac{E_e}{E_g}$$

então 
$$A_{v_r} = A_v \frac{E_e}{E_g} \quad (\text{com carga})$$

ou 
$$A_{v_r} = A_{v_{NL}} \frac{E_e}{E_g} \quad (\text{sem carga})$$

Para determinar a relação entre  $E_e$  e  $E_g$ , basta aplicar a regra dos divisores de tensão ao circuito de entrada do sistema da Fig.

26.12. Chamando de  $Z_e$  a impedância de entrada, temos:

$$E_e = \frac{Z_e (E_g)}{Z_e + R_g}$$

ou

$$\frac{E_e}{E_g} = \frac{Z_e}{Z_e + R_g}$$

Substituindo a relação  $E_e/E_g$  por seu valor nas expressões de  $A_{v_r}$  temos:

$$A_{v_r} = A_v \frac{Z_e}{Z_e + R_g} \quad (\text{com carga}) \quad (26.6)$$

$$A_{v_r} = A_{v_{NL}} \frac{Z_e}{Z_e + R_g} \quad (\text{sem carga}) \quad (26.7)$$

A Fig. 26.13 mostra um modelo equivalente com duas portas para um amplificador sem carga, baseado nas definições de  $Z_e$ ,  $Z_s$  e  $A_{v_{NL}}$ . Tanto  $Z_e$  quanto  $Z_s$  foram consideradas resistivas, pois esta é a situação para a maioria dos amplificadores. O fato de  $Z_e$  e  $Z_s$  terem componentes reativas não destrói, no entanto, a equivalência do modelo.

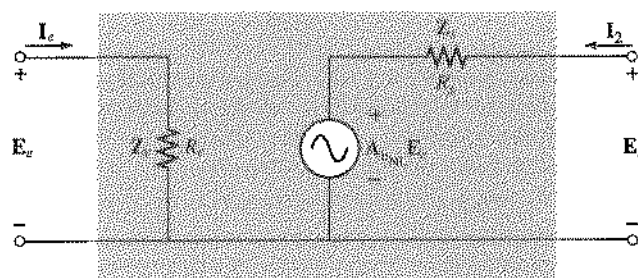


Fig. 26.13 O amplificador como um sistema de duas portas.

A impedância de entrada é definida por  $Z_e = E_e/I_e$  e a tensão  $E_s$ , na ausência de carga, por  $A_{v_{NL}} E_e$ , o que nos dá  $A_{v_{NL}} = E_s/E_e$ , em concordância com a definição. Para definir a impedância de saída, fazemos  $E_e$  igual a zero volt, o que acarreta  $A_{v_{NL}} E_e = 0$  V, tornando possível utilizar um curto-circuito no lugar da fonte controlada. Obtemos então  $Z_s = E_s/I_s$ , o que novamente concorda com a definição, estabelecendo assim a validade do modelo.

Se, como ilustra a Fig. 26.14, inserirmos uma carga, a regra dos divisores de tensão nos dá

$$E_s = \frac{R_C (A_{v_{NL}} E_e)}{R_C + R_s}$$

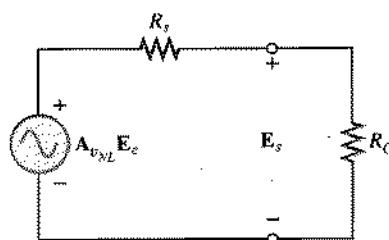


Fig. 26.14 Aplicação de uma carga à saída do circuito da Fig. 26.13.



e portanto

$$A_v = \frac{E_s}{E_e} = A_{vNL} \frac{R_C}{R_C + R_s} \quad (26.8)$$

O valor da razão  $R_C/(R_C + R_s)$  é menor do que 1 sejam quais forem os valores de  $R_C$  ou  $R_s$ , o que mostra que, como foi dito anteriormente,  $A_v$  é sempre menor do que  $A_{vNL}$ . Além disso,

**para uma dada impedância de saída ( $R_s$ ), quanto maior a resistência da carga ( $R_C$ ), mais próximo estará o ganho com carga do ganho sem carga.**

Podemos chegar a um método experimental para medir a impedância  $R_s$  determinando  $R_s$  a partir da Eq. (26.8):

$$A_v = \frac{R_C}{R_C + R_s} A_{vNL}$$

ou

$$A_v(R_C + R_s) = R_C A_{vNL}$$

$$A_v R_C + A_v R_s = R_C A_{vNL}$$

e

$$A_v R_s = R_C A_{vNL} - A_v R_C$$

donde

$$R_s = \frac{R_C(A_{vNL} - A_v)}{A_v}$$

e

$$R_s = R_C \left( \frac{A_{vNL}}{A_v} - 1 \right) \quad (26.9)$$

A Eq. (26.9) mostra que a impedância de saída  $R_s$  de um amplificador pode ser determinada medindo primeiro o ganho de tensão  $E_s/E_e$  sem nenhuma carga, para obter  $A_{vNL}$ , e depois medindo o ganho com uma carga  $R_C$  para obter  $A_v$ . Substituindo  $A_{vNL}$ ,  $A_v$  e  $R_C$  na Eq. (26.9), obtemos então o valor de  $R_s$ .

**EXEMPLO 26.4** Para o sistema da Fig. 26.15(a), usado no amplificador carregado da Fig. 26.15(b):

- Determine o ganho de tensão sem carga,  $A_{vNL}$ .
- Determine o ganho de tensão com carga,  $A_v$ .
- Determine o ganho de tensão total,  $A_{vT}$ .

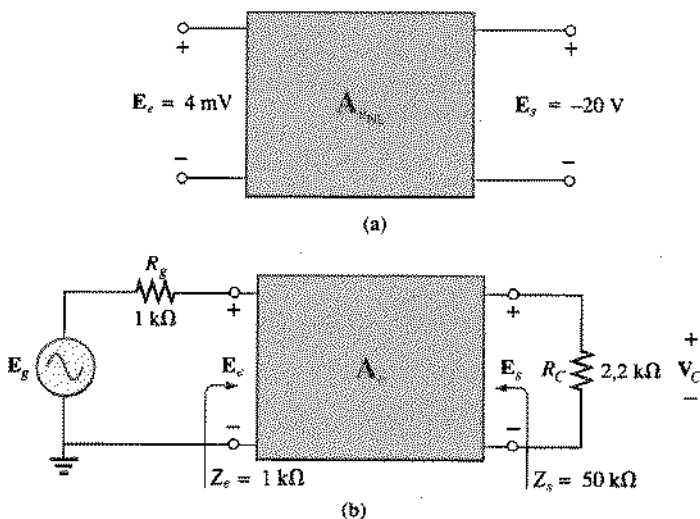


Fig. 26.15 Exemplo 26.4.

- Determine  $R_s$ , com o auxílio da Eq. (26.9), e compare o resultado com o valor especificado na Fig. 26.15.

**Soluções:**

$$a. A_{vNL} = \frac{E_s}{E_e} = \frac{-20 \text{ V}}{4 \text{ mV}} = -5000$$

$$b. A_v = A_{vNL} \frac{R_C}{R_C + R_s} = (-5000) \left( \frac{2.2 \text{ k}\Omega}{2.2 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega} \right) = (-5000)(0.0421) = -210.73$$

$$c. A_{vT} = A_v \frac{Z_e}{Z_e + R_s} = (-210.73) \left( \frac{1 \text{ k}\Omega}{1 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega} \right) = (-210.73) \left( \frac{1}{2} \right) = -105.36$$

$$d. R_s = R_C \left( \frac{A_{vNL}}{A_v} - 1 \right) = 2.2 \text{ k}\Omega \left( \frac{-5000}{-210.73} - 1 \right) = 2.2 \text{ k}\Omega(23.727 - 1) = 2.2 \text{ k}\Omega(22.727) = 50 \text{ k}\Omega, \text{ conforme especificado}$$

## 26.4 OS GANHOS DE CORRENTE $A_i$ E $A_{iT}$ E O GANHO DE POTÊNCIA $A_g$

O ganho de corrente para sistemas com duas portas é, em geral, calculado a partir de valores de tensão. No caso de um circuito sem carga, o ganho de corrente não é definido, pois a ausência de  $R_C$  implica  $I_s = E_s/R_C = 0$  (circuito aberto,  $R_C = \infty$ ) e portanto  $A_i = I_s/I_e = 0$ .

No sistema da Fig. 26.16, existe uma carga ligada à saída do circuito e

$$I_s = -\frac{E_s}{R_C}$$

e

$$I_e = \frac{E_e}{Z_e}$$

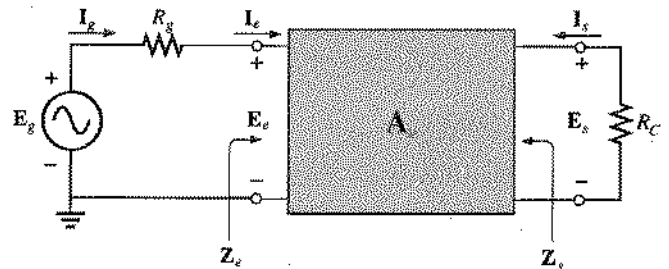


Fig. 26.16 Definição de  $A_i$  e  $A_{iT}$ .

Observe que é necessário usar um sinal negativo na definição de  $I_s$ , porque, de acordo com a polaridade escolhida para  $E_s$ , uma corrente de saída positiva atravessaria  $R_C$  do terminal superior para o terminal inferior.

O ganho de corrente com carga é dado por

$$A_i = \frac{I_s}{I_e} = \frac{-E_s/R_C}{E_e/Z_e} = -\frac{E_s}{E_e} \left( \frac{Z_e}{R_C} \right)$$



e portanto

$$A_i = -A_v \frac{Z_e}{R_C} \quad (26.10)$$

Em geral, portanto, é possível determinar o ganho de corrente com carga a partir do ganho de tensão com carga e da razão  $Z_e$  e  $R_C$ .

Quando é necessário determinar a razão  $A_{v_r} = I_v/I_s$ , podemos usar a seguinte sequência de cálculos:

$$I_s = -\frac{E_s}{R_C}$$

$$I_v = \frac{E_g}{R_g + Z_e}$$

e

$$\text{donde } A_{i_r} = \frac{I_s}{I_g} = \frac{-E_s/R_C}{E_g/(R_g + Z_e)} = -\left(\frac{E_s}{E_g}\right)\left(\frac{R_g + Z_e}{R_C}\right)$$

ou

$$A_{i_r} = \frac{I_s}{I_g} = -A_{v_r}\left(\frac{R_g + Z_e}{R_C}\right) \quad (26.11)$$

Os resultados obtidos usando a Eq. (26.10) e (26.11) seriam os mesmos, já que  $I_g = I_s$ , mas o leitor agora tem a opção de usar o ganho que estiver disponível ou que considerar mais conveniente.

Voltando à Fig. 26.13 (reproduzida na Fig. 26.17), podemos obter uma equação para o ganho de corrente em função do ganho de tensão sem carga.

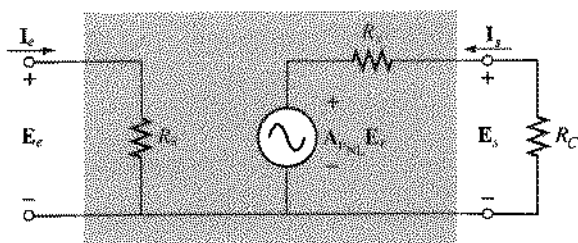


Fig. 26.17 Desenvolvimento de uma expressão para  $A_i$  em termos de  $A_{v_{nl}}$ .

Da definição generalizada de resistência obtemos

$$I_s = -\frac{A_{v_{nl}} E_s}{R_C + R_s}$$

mas

$$E_s = I_v R_e$$

e

$$I_s = -\frac{A_{v_{nl}} (I_v R_e)}{R_C + R_s}$$

de modo que

$$A_i = \frac{I_s}{I_v} = -A_{v_{nl}} \frac{R_e}{R_C + R_s} \quad (26.12)$$

Obtemos assim uma expressão para o ganho de corrente de um amplificador em função do ganho de tensão sem carga fornecido pelo fabricante e dos valores das resistências do circuito.

Vimos anteriormente que quanto maior o valor de  $R_C$ , maior o ganho de tensão com carga. No caso do ganho de corrente, a Eq. (26.12) mostra que

**quanto maior o valor de  $R_C$ , menor o ganho de corrente de um amplificador.**

Ao projetarmos um amplificador, portanto, devemos levar em conta tanto o ganho de tensão como o ganho de corrente para que o ganho de potência seja razoável.

No caso do sistema da Fig. 26.17, a potência fornecida à carga é dada por  $E_s^2/R_C$ , enquanto a potência fornecida aos terminais de entrada é  $E_e^2/R_e$ . O ganho de potência é portanto dado por

$$A_G = \frac{P_s}{P_e} = \frac{E_s^2/R_C}{E_e^2/R_e} = \frac{E_s^2}{E_e^2} \frac{R_e}{R_C} = \left(\frac{E_s}{E_e}\right)^2 \frac{R_e}{R_C}$$

e portanto

$$A_G = A_v^2 \frac{R_e}{R_C} \quad (26.13)$$

A Eq. (26.13) também pode ser escrita na forma:

$$A_G = (A_v) \left( A_v \frac{R_e}{R_C} \right) = (A_v) (-A_i)$$

de modo que

$$A_G = -A_v A_i \quad (26.14)$$

O leitor não deve se preocupar com sinal negativo;  $A_v$  ou  $A_i$  será sempre negativo, de modo que o ganho de potência, dado pela Eq. (26.13), será sempre positivo.

Se fizermos  $A_v = -A_e R_C/R_e$  [de acordo com a Eq. (26.10)] na Eq. (26.14), teremos:

$$A_G = -A_v A_i = -\left(\frac{-A_e R_C}{R_e}\right) A_i$$

ou

$$A_G = A_i^2 \frac{R_C}{R_e} \quad (26.15)$$

que tem a mesma forma que a Eq. (26.13), mas agora  $A_e$  está expresso em termos do ganho de corrente do sistema.

O último ganho de potência a ser expresso é o seguinte:

$$A_{G_r} = \frac{P_C}{P_g} = \frac{E_s^2/R_C}{E_g I_g} = \frac{E_s^2/R_C}{E_g^2/(R_g + R_e)} = \left(\frac{E_s}{E_g}\right)^2 \left(\frac{R_g + R_e}{R_C}\right)$$

ou

$$A_{G_r} = A_{v_r}^2 \left(\frac{R_g + R_e}{R_C}\right) \quad (26.16)$$

A Eq. (26.16) também pode ser escrita na forma:

$$A_{G_r} = A_{v_r} \left( A_{v_r} \frac{R_g + R_e}{R_C} \right)$$

e portanto

$$A_{G_r} = -A_{v_r} A_{i_r} \quad (26.17)$$

**EXEMPLO 26.5** Dado o sistema da Fig. 26.18, com os valores fornecidos pelo fabricante:

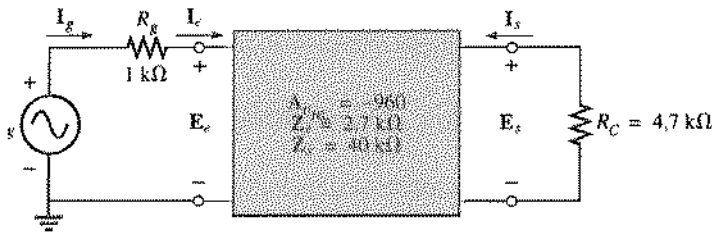


Fig. 26.18 Exemplo 26.5.

- Determine  $A_v$ .
- Calcule  $A_i$ .
- Suponha que o valor de  $R_C$  foi multiplicado por dois e determine o efeito desta variação sobre  $A_v$  e  $A_i$ , comentando os resultados.
- Obtenha  $A_{i_r}$ .
- Calcule  $A_{g_r}$ .
- Calcule  $A_i$  a partir da Eq. (26.1) e compare com o valor obtido no item (b).

**Soluções:**

$$a. A_v = A_{v_{nl}} \frac{R_C}{R_C + R_s} = (-960) \left( \frac{4,7 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} \right) = -100,94$$

$$b. A_i = -A_{v_{nl}} \frac{R_r}{R_C + R_s} = -(-960) \left( \frac{2,7 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} \right) = 57,99$$

$$c. R_C = 2(4,7 \text{ k}\Omega) = 9,4 \text{ k}\Omega$$

$$A_v = A_{v_{nl}} \left( \frac{R_C}{R_C + R_s} \right) = (-960) \left( \frac{9,4 \text{ k}\Omega}{9,4 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} \right) = -182,67 \text{ em lugar de } -100,94, \text{ que é um aumento significativo.}$$

$$A_i = -A_{v_{nl}} \left( \frac{R_r}{R_C + R_s} \right) = -(-960) \left( \frac{2,7 \text{ k}\Omega}{40 \text{ k}\Omega + 9,4 \text{ k}\Omega} \right) = 52,47 \text{ em lugar de } 57,99$$

que é uma redução, mas não tão significativa quanto o aumento de  $A_v$ .

$$d. A_{i_r} = A_i = 57,99 \text{ como no item (b)}$$

$$\begin{aligned} \text{Por outro lado, } A_{i_r} &= -A_{v_r} \left( \frac{R_g + R_r}{R_C} \right) \\ &= - \left[ A_v \frac{R_r}{(R_r + R_g)} \right] \left[ \frac{(R_g + R_r)}{R_C} \right] \\ &= -A_v \frac{R_r}{R_C} = -(-100,94) \left( \frac{2,7 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega} \right) \\ &= 57,99 \text{ novamente} \end{aligned}$$

$$e. A_G = A_v^2 \frac{R_r}{R_C} = (100,94)^2 \left( \frac{2,7 \text{ k}\Omega}{4,7 \text{ k}\Omega} \right) = 5853,19$$

$$f. A_G = -A_v A_i$$

$$\begin{aligned} \text{ou } A_i &= \frac{A_G}{A_v} = - \frac{(5853,19)}{(-100,94)} \\ &= 57,99 \text{ como no item (b)} \end{aligned}$$

**26.5 SISTEMAS EM CASCATA**

O fato mais importante a ser lembrado quando analisamos sistemas em cascata, como o ilustrado na Fig. 26.19, é que

*nas equações para sistemas em cascata devem ser usados os ganho de tensão e de corrente com carga, e não os dados fornecidos pelo fabricante.*

Um erro muito comum é usar os valores sem carga fornecidos pelo fabricante, o que resulta em ganhos absurdamente elevados e expectativas pouco realistas para o sistema. O leitor deve ter em mente que a impedância de entrada do 3.º estágio pode afetar a impedância de entrada do 2.º estágio, que, por sua vez, constitui a carga do 1.º estágio.

Em geral, portanto, os sistemas em cascata podem parecer relativamente fáceis de analisar, mas o leitor deve estar atento para a validade das equações a serem aplicadas a cada caso particular.

O ganho de tensão total para o sistema da Fig. 26.19 é

$$A_{v_T} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} \cdot A_{v_3} \quad (26.18)$$

onde, como já foi dito, os ganhos dos diferentes estágios devem ser os valores com carga.

O ganho de corrente total para o sistema da Fig. 26.19 é

$$A_{i_T} = A_{i_1} \cdot A_{i_2} \cdot A_{i_3} \quad (26.19)$$

onde, novamente, os ganhos dos diferentes estágios devem ser os valores com carga.

O ganho de corrente entre dois estágios também pode ser determinado usando uma equação já deduzida neste capítulo. No caso de sistemas em cascata, a equação assume a seguinte forma:

$$A_i = A_v \frac{Z_e}{R_C} \quad (26.20)$$

onde  $A_v$  é o ganho de tensão com carga correspondente ao ganho de corrente desejado. Em outras palavras, se o ganho é calculado do primeiro até o terceiro estágio, o ganho de tensão usado também é o ganho do primeiro até o terceiro estágio. A impedância de entrada  $Z_e$  é a impedância de entrada do primeiro estágio de interesse, e  $R_C$  é a carga do último estágio de interesse.

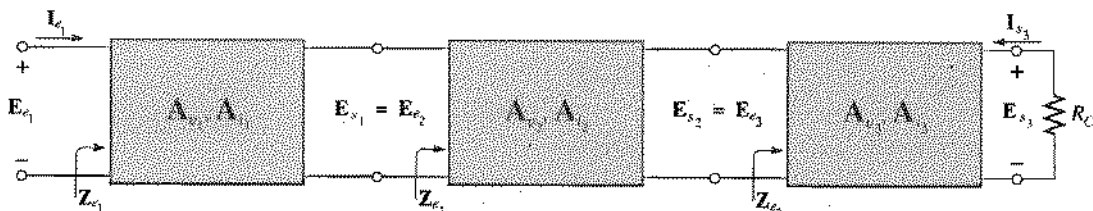


Fig. 26.19 Sistema em cascata.



No caso do amplificador de três estágios da Fig. 26.19, por exemplo,

$$A_{i_3} = A_{v_3} \frac{Z_{e_3}}{R_C}$$

enquanto para os primeiros três estágios,

$$A'_i = A'_v \frac{Z_{e_1}}{Z_{s_1}}$$

onde  $A'_i = \frac{I_{s_2}}{I_{e_1}}$  e  $A'_v = \frac{E_{s_2}}{E_{e_1}}$

O ganho de potência total é dado por

$$A_{G_3} = A_{v_3} A_{i_3} \quad (26.21)$$

onde o ganho de um estágio para outro é simplesmente o produto dos ganhos correspondentes de tensão e corrente. Para os primeiros dois estágios da Fig. 26.19, por exemplo,

$$A'_G = A'_{v_2} \cdot A'_{i_2}$$

onde  $A'_{v_2} = A_{v_1} \cdot A_{v_2}$  e  $A'_{i_2} = A_{i_1} \cdot A_{i_2}$

**EXEMPLO 26.6** Para o sistema em cascata da Fig. 26.20, no qual os parâmetros fornecidos pelo fabricante correspondem à situação sem carga:

- Determine a tensão na carga e os ganhos de corrente dos três estágios e modifique o sistema da Fig. 26.20 substituindo os parâmetros sem carga pelos parâmetros com carga.
- Calcule o ganho de tensão total e o ganho de corrente total.
- Determine o ganho de potência total, usando a Eq. (26.21).
- Calcule os ganhos de tensão e de corrente dos dois primeiros estágios, usando as Eqs. (26.18) e (26.19).
- Determine os ganhos de corrente dos dois primeiros estágios usando a Eq. (26.20) e compare com o resultado do item (d).
- Calcule o ganho de potência dos dois primeiros estágios usando a Eq. (26.21).

- Determine o ganho de potência dos dois primeiros estágios usando a Eq. (26.13) e compare o resultado com o do item (f).
- Calcule (incorretamente) o ganho de tensão total do sistema usando a Eq. (26.18) e os parâmetros fornecidos pelo fabricante para cada estágio. Compare o resultado com o do item (b).

**Soluções:**

$$\begin{aligned} a. \quad A_{v_1} &= A_{v_{NL1}} \frac{R_C}{R_C + R_{s_1}} = A_{v_{NL1}} \frac{Z_{e_2}}{Z_{e_2} + R_{s_1}} = \\ &= (1) \frac{1,8 \text{ k}\Omega}{1,8 \text{ k}\Omega + 25 \text{ }\Omega} = \mathbf{0,986} \end{aligned}$$

$$A_{v_2} = A_{v_{NL2}} \frac{Z_{e_3}}{Z_{e_3} + R_{s_2}} = (-600) \frac{1,2 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} = \mathbf{-17,476}$$

$$\begin{aligned} A_{v_3} &= A_{v_{NL3}} \frac{R_C}{R_C + R_{s_3}} = (-1200) \frac{3,3 \text{ k}\Omega}{3,3 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega} = \\ &= \mathbf{-74,296} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{i_1} &= -A_{v_{NL1}} \frac{R_C}{R_C + R_{s_1}} = -A_{v_{NL1}} \frac{Z_{e_1}}{Z_{e_1} + R_{s_1}} = \\ &= -(1) \frac{50 \text{ k}\Omega}{1,8 \text{ k}\Omega + 25 \text{ }\Omega} = \mathbf{-27,397} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{i_2} &= -A_{v_{NL2}} \frac{Z_{e_2}}{Z_{e_2} + R_{s_2}} = -(-600) \frac{1,8 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega} = \\ &= \mathbf{26,214} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} A_{i_3} &= -A_{v_{NL3}} \frac{Z_{e_3}}{R_C + R_{s_3}} = -(-1200) \frac{1,2 \text{ k}\Omega}{3,3 \text{ k}\Omega + 50 \text{ k}\Omega} = \\ &= \mathbf{27,017} \end{aligned}$$

Observe a Fig. 26.21.

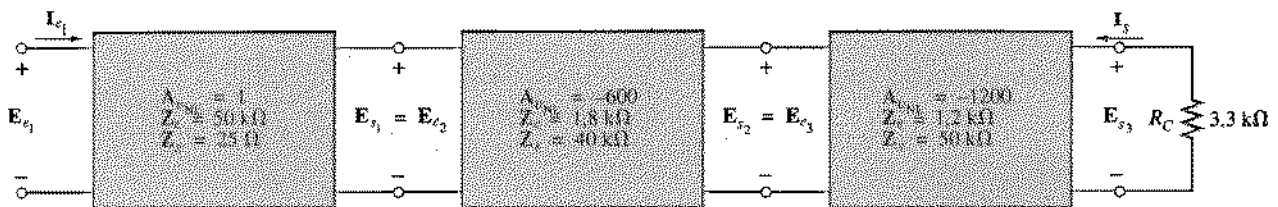


Fig. 26.20 Exemplo 26.6.

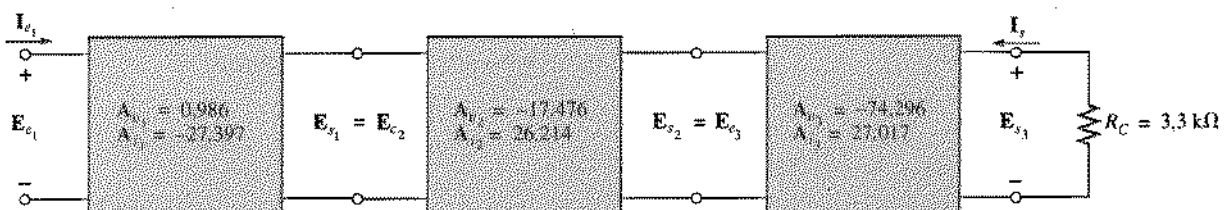


Fig. 26.21 Solução do Exemplo 26.6.



$$b. A_{v_T} = \frac{E_{s_3}}{E_{e_1}} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} \cdot A_{v_3} = (0,986)(-17,476)(-74,296) = 1280,22$$

$$A_{i_T} = \frac{I_{s_3}}{I_{i_1}} = A_{i_1} \cdot A_{i_2} \cdot A_{i_3} = (-27,397)(26,214)(27,017) = -19.403,20$$

$$c. A_{G_T} = -A_{v_T} \cdot A_{i_T} = -(1280,22)(-19.403,20) = 24,84 \times 10^6$$

$$d. A'_{v_2} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} = (0,986)(-17,476) = -17,231$$

$$A'_{i_2} = A_{i_1} \cdot A_{i_2} = (-27,397)(26,214) = -718,185$$

$$e. A'_{i_2} = A_{v_1} \frac{Z_{e_1}}{R_C} = A'_{v_2} \frac{Z_{e_1}}{Z_{e_3}} = (-17,231) \frac{50 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega} = -717,958 \text{ em vez de } -718,185$$

A diferença se deve a erros de arredondamento.

$$f. A'_{G_2} = A'_{v_2} \cdot A'_{i_2} = (-17,231)(-718,185) = 12.375,05$$

$$g. A'_{G_2} = A_{v_1}^2 \frac{R_e}{R_C} = (A'_{v_2})^2 \frac{R_{i_1}}{Z_{i_3}} = (-17,231)^2 \frac{50 \text{ k}\Omega}{1,2 \text{ k}\Omega} = 12.371,14$$

$$h. A_{v_T} = A_{v_1} \cdot A_{v_2} \cdot A_{v_3} = (1)(-600)(-1200) = 7,2 \times 10^5$$

$$720.000:1280,22 = 562,40:1$$

que é certamente uma diferença significativa.

## 26.6 PARÂMETROS DE IMPEDÂNCIA (z)

No caso de uma configuração de duas portas como a da Fig. 26.22, existem quatro variáveis envolvidas. Na maioria dos casos, quando duas dessas variáveis são especificadas, as outras duas podem ser calculadas. As quatro variáveis estão relacionadas pelas seguintes equações:

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad (26.22a)$$

$$E_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2 \quad (26.22b)$$

Os parâmetros de impedância  $z_{11}$ ,  $z_{12}$  e  $z_{22}$  são medidos em ohms.

Para modelar o sistema, cada parâmetro de impedância deve ser determinado igualando a zero uma das variáveis.

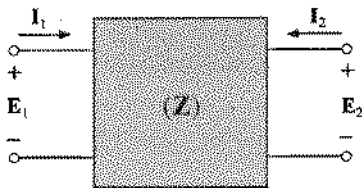


Fig. 26.22 Tensões e correntes em um sistema de duas portas.

### $z_{11}$

No caso de  $z_{11}$ , se  $I_2$  é igualada a zero, como na Fig. 26.23, a Eq. (26.22a) se torna

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}(0)$$

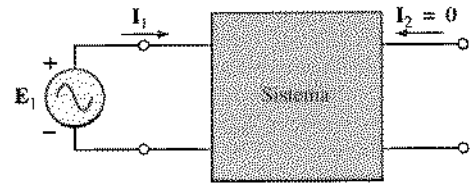


Fig. 26.23 Determinação de  $z_{11}$ .

e portanto

$$z_{11} = \frac{E_1}{I_1} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.23) \quad I_2 = 0$$

A Eq. (26.23) mostra que, com  $I_2 = 0$ , o parâmetro de impedância  $z_{11}$  é dado pela relação entre  $E_1$  e  $I_1$ . Como  $E_1$  e  $I_1$  são grandezas de entrada, o parâmetro  $z_{11}$  tem a seguinte definição formal:

$z_{11}$ : parâmetro de impedância de entrada em circuito aberto

### $z_{12}$

No caso de  $z_{12}$ , se  $I_1$  é igualado a zero, a Eq. (26.22a) se torna

$$z_{12} = \frac{E_1}{I_2} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.24) \quad I_1 = 0$$

Na maioria dos sistemas em que as grandezas de entrada e saída são comparadas, a razão de interesse é considerada a grandeza de saída dividida pela grandeza de entrada. No caso de  $z_{12}$ , porém, ocorre o *inverso*, já que este parâmetro de impedância pode ser definido da seguinte forma:

$z_{12}$ : parâmetro de impedância de transferência inverso em circuito aberto.

O termo de *transferência* indica que  $z_{12}$  relaciona grandezas de entrada e de saída; o termo *inverso*, que se trata da relação  $E_1/I_2$ , e não da relação  $E_2/I_1$ ; e o termo de *circuito aberto*, que estamos supondo que  $I_1 = 0$ . O circuito para medir  $z_{12}$  aparece na Fig. 26.24.

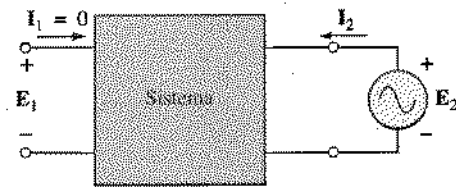


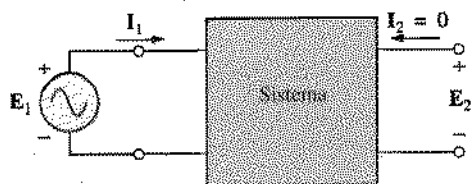
Fig. 26.24 Determinação de  $z_{12}$ .

### $z_{21}$

Para determinar  $z_{21}$ , basta fazer  $I_2 = 0$  e determinar a razão  $E_2/I_1$ , de acordo com a Eq. (26.22b), isto é,

$$z_{21} = \frac{E_2}{I_1} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.25) \quad I_2 = 0$$

Neste caso, temos novamente uma relação entre uma grandeza de entrada e outra de saída, o que implica o uso do termo *trans-*


 Fig. 26.25 Determinação de  $z_{21}$ .

ferência na definição do parâmetro correspondente. Neste caso, porém, trata-se de relação entre uma grandeza de saída e uma grandeza de entrada, de modo que usamos o termo *direto*:

$z_{21}$  = parâmetro de impedância de transferência direto em circuito aberto.

O circuito correspondente aparece na Fig. 26.25. Para uma tensão aplicada  $E_1$ , o parâmetro  $z_{21}$  é dado pela razão  $E_2/I_1$ , com  $I_2 = 0$ .

$z_{22}$

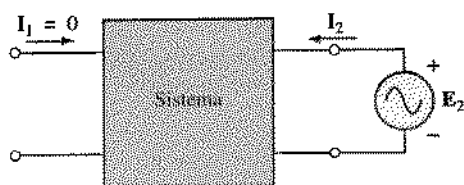
O parâmetro  $z_{22}$  é dado por

$$z_{22} = \frac{E_2}{I_2} \quad (I_1 = 0) \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.26)$$

de acordo com a Eq. (26.22b), com  $I_1 = 0$ . Como se trata da relação entre duas grandezas de saída, a definição usada é a seguinte:

$z_{22}$ : parâmetro de impedância de saída em circuito aberto.

O circuito correspondente aparece na Fig. 26.26. Para uma tensão aplicada  $E_2$ , o parâmetro  $z_{22}$  é dado pela razão  $E_2/I_2$  com  $I_1 = 0$ .


 Fig. 26.26 Determinação de  $z_{22}$ .

**EXEMPLO 26.7** Determine os parâmetros de impedância do circuito T da Fig. 26.27.

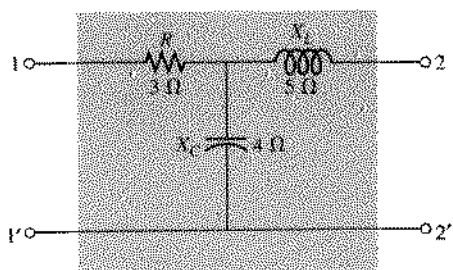
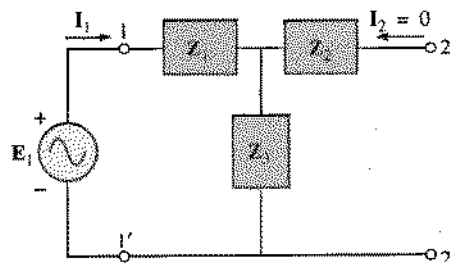


Fig. 26.27 Circuito T.


 Fig. 26.28 Determinação de  $z_{11}$ .

**Solução:** O circuito aparece na Fig. 26.28, onde  $Z_1 = 3 \Omega \angle 0^\circ$ ,  $Z_2 = 5 \Omega \angle 90^\circ$  e  $Z_3 = 4 \Omega \angle -90^\circ$ . Temos:

$$I_1 = \frac{E_1}{Z_1 + Z_3}$$

Assim,

$$z_{11} = \frac{E_1}{I_1} \Big|_{I_2 = 0}$$

e portanto

$$z_{11} = Z_1 + Z_3 \quad (26.27)$$

O circuito usado para medir  $z_{12}$  aparece na Fig. 26.29. Temos:

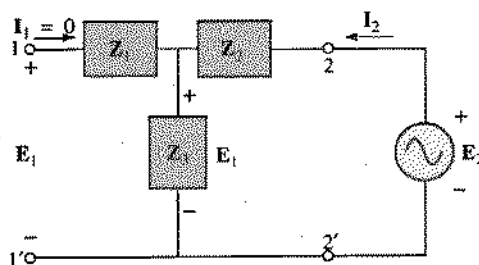
$$E_1 = I_2 Z_3$$

Assim,

$$z_{12} = \frac{E_1}{I_2} \Big|_{I_1 = 0} = \frac{I_2 Z_3}{I_2}$$

e portanto

$$z_{12} = Z_3 \quad (26.28)$$

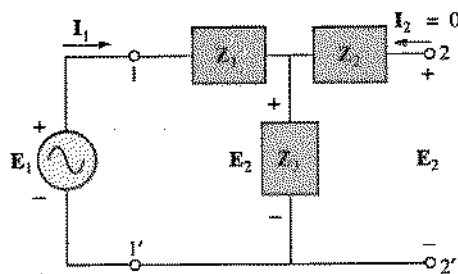

 Fig. 26.29 Determinação de  $z_{12}$ .

O circuito usado para medir  $z_{21}$  aparece na Fig. 26.30. Temos:

$$E_2 = I_1 Z_3$$

Assim,

$$z_{21} = \frac{E_2}{I_1} \Big|_{I_2 = 0} = \frac{I_1 Z_3}{I_1}$$


 Fig. 26.30 Determinação de  $z_{21}$ .



e portanto

$$z_{21} = Z_3$$

$$(26.29) \quad z_{11} = Z_1 + Z_3 = 3 \Omega - j 4 \Omega$$

O circuito usado para medir  $z_{22}$  aparece na Fig. 26.31. Temos:

$$I_2 = \frac{E_2}{Z_2 + Z_3}$$

Assim,

$$z_{22} = \frac{E_2}{I_2} \Big|_{I_1=0} = \frac{I_2(Z_2 + Z_3)}{I_2}$$

e portanto

$$z_{22} = Z_2 + Z_3$$

$$(26.30)$$

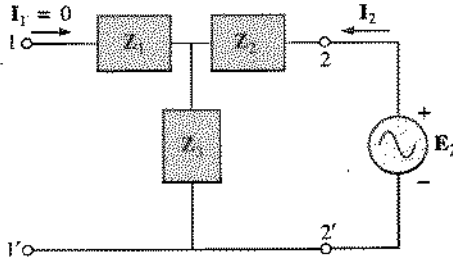


Fig. 26.31 Determinação de  $z_{22}$ .

Observe que nos circuitos em T  $Z_{12} = Z_{21}$ . Para  $Z_1 = 3 \Omega \angle 0^\circ$ ,  $Z_2 = 5 \Omega \angle 90^\circ$  e  $Z_3 = 4 \Omega \angle -90^\circ$ , temos:

$$z_{12} = z_{21} = Z_3 = 4 \Omega \angle -90^\circ = -j 4 \Omega$$

$$z_{22} = Z_2 + Z_3 = 5 \Omega \angle 90^\circ + 4 \Omega \angle -90^\circ = 1 \Omega \angle 90^\circ = j 1 \Omega$$

Um conjunto de parâmetros de impedância determina totalmente o comportamento de um sistema de duas portas como o da Fig. 26.22. Um *circuito equivalente* para o sistema pode ser construído a partir das Eqs. (26.22a) e (26.22b) e dos valores dos parâmetros de impedância. A Fig. 26.32 mostra dois possíveis circuitos equivalentes.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões às malhas de entrada e de saída do circuito da Fig. 26.32(a), temos:

$$E_1 - z_{11}I_1 - z_{12}I_2 = 0$$

e

$$E_2 - z_{22}I_2 - z_{21}I_1 = 0$$

que podem ser escritas na forma

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2 \quad E_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

sendo idênticas, portanto, às Eqs. (26.22a) e (26.22b).

No caso do circuito da Fig. 26.32(b), temos:

$$E_1 - I_1(z_{11} - z_{12}) - z_{12}(I_1 + I_2) = 0$$

e

$$E_2 - I_1(z_{21} - z_{12}) - I_2(z_{22} - z_{12}) - z_{12}(I_1 + I_2) = 0$$

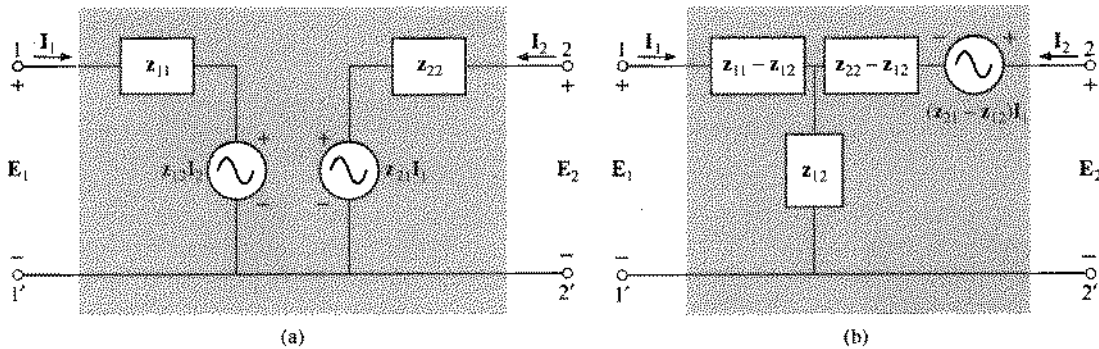


Fig. 26.32 Dois circuitos equivalentes baseados nos parâmetros  $z$ .

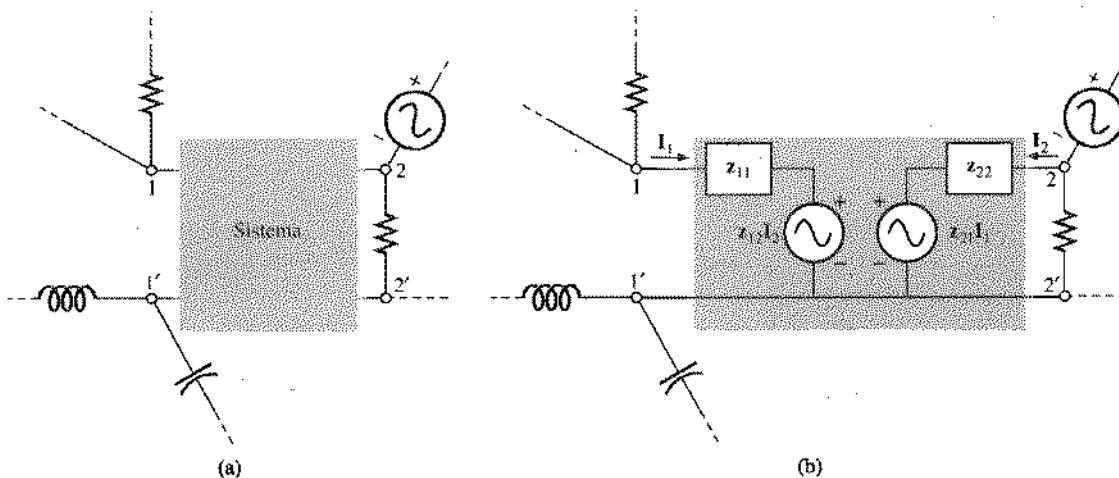


Fig. 26.33 Substituição de parte de um sistema complexo por um circuito equivalente baseado nos parâmetros  $z$ .



que podem ser escritos na forma

$$E_1 = I_1(z_{11} - z_{12} + z_{12}) + I_2 z_{12}$$

$$E_2 = I_1(z_{21} - z_{12} + z_{12}) + I_2(z_{22} - z_{12} + z_{12})$$

onde

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

$$E_2 = z_{21}I_1 + z_{22}I_2$$

Observe que nos dois circuitos foram usadas fontes de tensão controladas por corrente.

Para ter uma idéia melhor da utilidade dos parâmetros de impedância, considere o sistema da Fig. 26.33(a), que contém um dispositivo cujos parâmetros de impedância são conhecidos. Como se pode ver na Fig. 26.33(b), o dispositivo pode ser substituído por seu circuito equivalente e em seguida métodos como o das correntes de malha, das tensões nodais etc. podem ser usados para determinar as grandezas desconhecidas. Desta forma, é possível obter as soluções desejadas com mais facilidade do que se nos baseássemos apenas nas características do dispositivo.

**EXEMPLO 26.8** Construa o circuito equivalente na forma da Fig. 26.32(b) utilizando os parâmetros de impedância obtidos no Exemplo 26.7.

**Solução:** O circuito é o que aparece na Fig. 26.34.

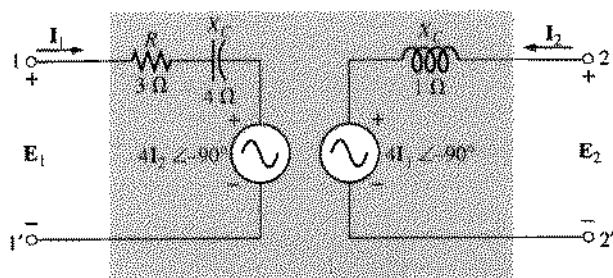


Fig. 26.34 Exemplo 26.8.

## 26.7 PARÂMETROS DE ADMITÂNCIA (y)

As equações que relacionam as duas tensões e as duas correntes da Fig. 26.22 também podem ser escritas na forma:

$$I_1 = y_{11}E_1 + y_{12}E_2 \quad (26.31a)$$

$$I_2 = y_{21}E_1 + y_{22}E_2 \quad (26.31b)$$

Observe que neste caso os termos das equações têm dimensões de corrente e não de tensão, como nas Eqs. (26.22a) e (26.22b). Além disso, o valor dos coeficientes é medido em siemens e não em ohms, como acontecia com os parâmetros de impedância.

Os parâmetros de impedância foram determinados fazendo uma das correntes do dispositivo igual a zero; no caso dos parâmetros de admitância das Eqs. (26.31a) e (26.31b), é preciso fazer uma das tensões igual a zero.

A terminologia usada para os parâmetros de admitância é análoga à empregada para os parâmetros de impedância; as equa-

ções usadas para calculá-los podem ser obtidas a partir das Eqs. (26.31a) e (26.31b) fazendo uma das tensões igual a zero.

**y<sub>11</sub>**

$$y_{11} = \frac{I_1}{E_1} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.32)$$

$E_2 = 0$

**y<sub>11</sub>:** parâmetro de admitância de entrada em curto-circuito

O circuito para medir  $y_{11}$  aparece na Fig. 26.35.



Fig. 26.35 Determinação de  $y_{11}$ .

**y<sub>12</sub>**

$$y_{12} = \frac{I_1}{E_2} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.33)$$

$E_1 = 0$

**y<sub>12</sub>:** parâmetro de admitância de transferência inverso em curto-circuito

O curto-circuito para medir  $y_{12}$  aparece na Fig. 26.36.



Fig. 26.36 Determinação de  $y_{12}$ .

**y<sub>21</sub>**

$$y_{21} = \frac{I_2}{E_1} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.34)$$

$E_2 = 0$

**y<sub>21</sub>:** parâmetro de admitância de transferência direto em curto-circuito

O circuito para medir  $y_{21}$  aparece na Fig. 26.37.

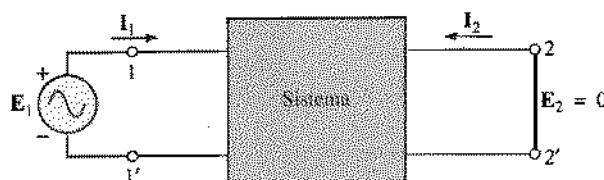


Fig. 26.37 Determinação de  $y_{21}$ .

$y_{22}$ 

$$y_{22} = \frac{I_2}{E_2} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.35)$$

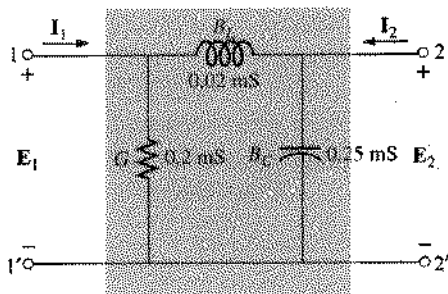
$E_1 = 0$

$y_{22}$ : *parâmetro de admitância de saída em curto-circuito*

O circuito para medir  $y_{22}$  aparece na Fig. 26.38.

Fig. 26.38 Determinação de  $y_{22}$ .

**EXEMPLO 26.9** Determine os parâmetros de admitância para o circuito  $\pi$  da Fig. 26.39.

Fig. 26.39 Circuito  $\pi$ .

**Solução:** O circuito para calcular  $y_{11}$  aparece na Fig. 26.40, com

$$Y_1 = 0,2 \text{ mS} \angle 0^\circ \quad Y_2 = 0,02 \text{ mS} \angle -90^\circ$$

$$Y_3 = 0,25 \text{ mS} \angle 90^\circ$$

Fazemos

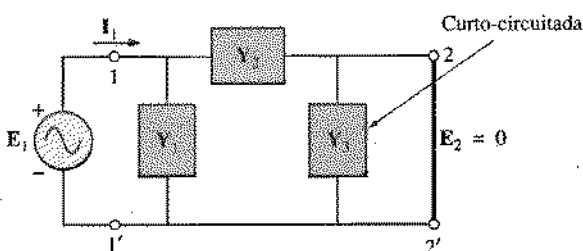
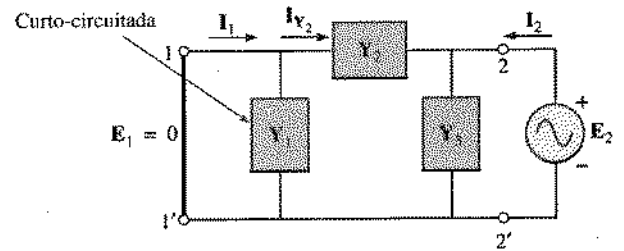
$$I_1 = E_1 Y_T = E_1 (Y_1 + Y_2)$$

e

$$y_{11} = \frac{I_1}{E_1} \Big|_{E_2 = 0}$$

logo

$$y_{11} = Y_1 + Y_2 \quad (26.36)$$

Fig. 26.40 Determinação de  $y_{11}$ .Fig. 26.41 Determinação de  $y_{12}$ .

O circuito para calcular  $y_{12}$  aparece na Fig. 26.41.  $y_1$  é substituído por um curto-circuito; assim,  $I_{Y_2} = I_1$  e

$$I_{Y_2} = I_1 = -E_2 Y_2$$

O sinal negativo aparece porque a direção definida para  $I_1$  na Fig. 26.41 é oposta ao sentido correspondente à polaridade definida pela tensão  $E_2$ . Assim,

$$y_{12} = \frac{I_1}{E_2} \Big|_{E_1 = 0}$$

tem como resultado

$$y_{12} = -Y_2 \quad (26.37)$$

O circuito para calcular  $y_{21}$  aparece na Fig. 26.42. Neste caso,  $Y_3$  é substituído por um curto-circuito e assim

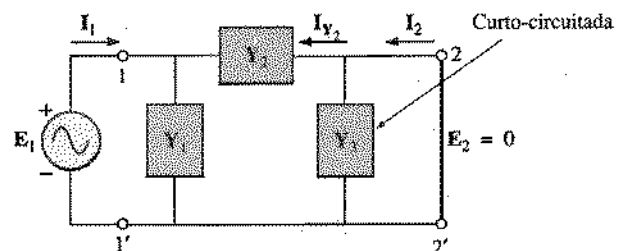
$$I_{Y_2} = I_2 \quad \text{e} \quad I_{Y_2} = I_2 = -E_1 Y_2$$

e portanto

$$y_{21} = \frac{I_2}{E_1} \Big|_{E_2 = 0}$$

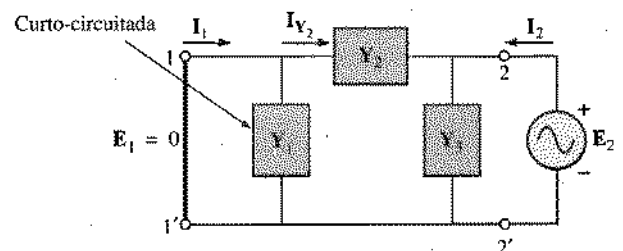
tem como resultado

$$y_{21} = -Y_2 \quad (26.38)$$

Fig. 26.42 Determinação de  $y_{21}$ .

Observe que nos circuitos  $\pi$ ,  $y_{12} = y_{21}$ , o que era de se esperar, já que nos circuitos T  $z_{12} = z_{21}$ . Os circuitos T podem ser convertidos em circuitos  $\pi$  através de uma transformação Y- $\Delta$ .

O circuito para calcular  $y_{22}$  aparece na Fig. 26.43:

Fig. 26.43 Determinação de  $y_{22}$ .



$$Y_T = Y_2 + Y_3 \quad \text{e} \quad I_2 = E_2(Y_2 + Y_3)$$

e portanto 
$$y_{22} = \frac{I_2}{E_2} \Big|_{E_1=0}$$

tem como resultado 
$$y_{22} = Y_2 + Y_3 \quad (26.39)$$

Substituindo por valores numéricos, temos:

$$Y_1 = 0,2 \text{ mS } \angle 0^\circ$$

$$Y_2 = 0,02 \text{ mS } \angle -90^\circ$$

$$Y_3 = 0,25 \text{ mS } \angle 90^\circ$$

$$y_{11} = Y_1 + Y_2$$

$$= 0,2 \text{ mS } - j 0,02 \text{ mS (ind.)}$$

$$y_{12} = y_{21} = -Y_2 = -(-j 0,02 \text{ mS})$$

$$= j 0,02 \text{ mS (cap.)}$$

$$y_{22} = Y_2 + Y_3 = -j 0,02 \text{ mS } + j 0,25 \text{ mS}$$

$$= j 0,23 \text{ mS (cap.)}$$

Observe as semelhanças entre  $y_{11}$  e  $y_{22}$  para o circuito  $\pi$  e  $z_{11}$  e  $z_{22}$  para o circuito T.

A Fig. 26.44 mostra dois circuitos que satisfazem às Eqs. (26.31a) e (26.31b). Observe que são usadas componentes em paralelo, já que todos os termos das Eqs. (26.31a) e (26.31b) são correntes e o caminho mais simples para chegar a um circuito equivalente é aplicar a lei de Kirchhoff para correntes. No caso dos parâmetros de impedâncias, em que os termos das equações eram tensões, foi mais simples aplicar a lei de Kirchhoff para tensões e usar componentes em série para chegar ao circuito equivalente da Fig. 26.44(a).

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao circuito da Fig. 26.44(a), temos:

|       | Entrando                      | Saindo                        |
|-------|-------------------------------|-------------------------------|
| Nó a: | $I_1 = y_{11}E_1 + y_{12}E_2$ |                               |
| Nó b: |                               | $I_2 = y_{22}E_2 + y_{21}E_1$ |

que equivalem às Eqs. (26.31a) e (26.31b).

Se aplicarmos os resultados do Exemplo 26.9 ao circuito da Fig. 26.45, teremos o circuito equivalente da Fig. 26.44(a).

## 26.8 PARÂMETROS HÍBRIDOS (h)

Os *parâmetros híbridos (h)* são muito usados para analisar circuitos transistorizados. O nome *híbrido* se deve ao fato de que esses parâmetros não têm todos as mesmas dimensões, como os parâmetros  $z$ , que são medidos em ohms. Na verdade, um dos parâmetros  $h$  é medido em ohms, outro em siemens e os dois restantes são adimensionais.

As equações que definem os parâmetros híbridos são as seguintes:

$$E_1 = h_{11}I_1 + h_{12}E_2 \quad (26.40a)$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}E_2 \quad (26.40b)$$

A terminologia usada para os parâmetros híbridos é análoga à empregada para os parâmetros de impedância e admitância; as equações usadas para calculá-los podem ser obtidas a partir das Eqs. (26.40a) e (26.40b) fazendo uma das tensões ou correntes igual a zero.

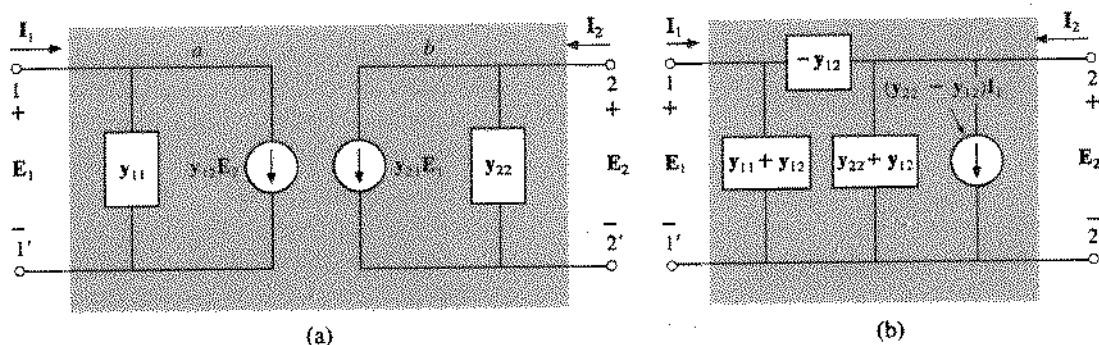


Fig. 26.44 Dois circuitos equivalentes baseados nos parâmetros  $y$ .

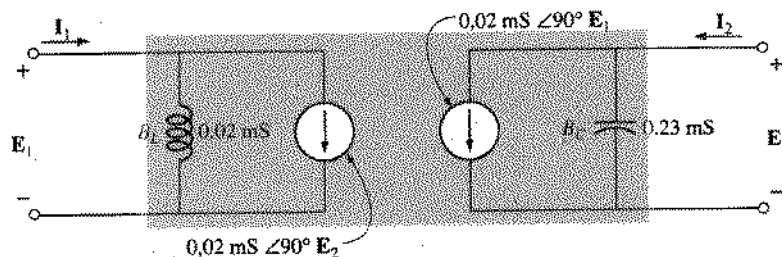


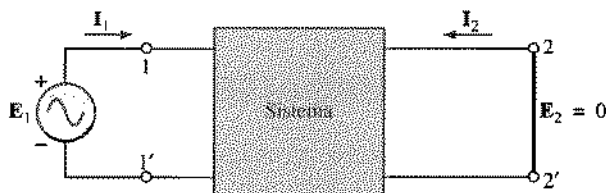
Fig. 26.45 Circuito equivalente baseado nos resultados do Exemplo 26.9.

 $h_{11}$ 

$$h_{11} = \frac{E_1}{I_1} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (26.41) \quad E_2 = 0$$

$h_{11}$ : *parâmetro de impedância de entrada em curto-circuito*

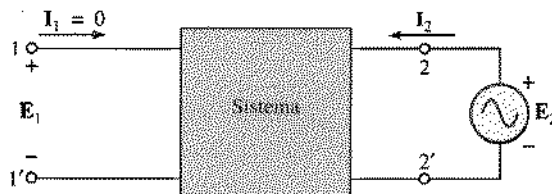
O circuito para medir  $h_{11}$  aparece na Fig. 26.46.

Fig. 26.46 Determinação de  $h_{11}$ . $h_{22}$ 

$$h_{22} = \frac{I_2}{E_2} \quad (\text{siemens, S}) \quad (26.44) \quad I_1 = 0$$

$h_{22}$ : *parâmetro de admitância de saída em circuito aberto*

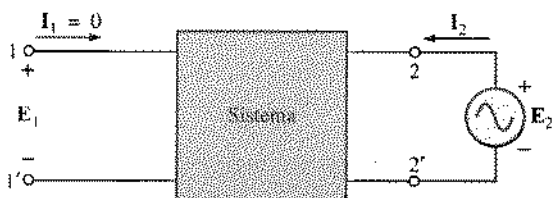
O circuito para medir  $h_{22}$  aparece na Fig. 26.49.

Fig. 26.49 Determinação de  $h_{22}$ . $h_{12}$ 

$$h_{12} = \frac{E_1}{E_2} \quad (\text{adimensional}) \quad (26.42) \quad I_1 = 0$$

$h_{12}$ : *parâmetro de razão de tensões de transferência inverso em circuito aberto*

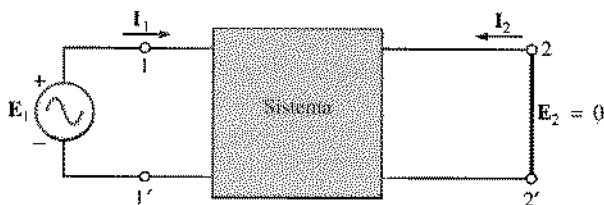
O circuito para medir  $h_{12}$  aparece na Fig. 26.47.

Fig. 26.47 Determinação de  $h_{12}$ . $h_{21}$ 

$$h_{21} = \frac{I_2}{I_1} \quad (\text{adimensional}) \quad (26.43) \quad E_2 = 0$$

$h_{21}$ : *parâmetro de razão de correntes de transferência direto em curto-circuito*

O circuito para medir  $h_{21}$  aparece na Fig. 26.48.

Fig. 26.48 Determinação de  $h_{21}$ .

Em lugar de  $h_{11}$ ,  $h_{12}$ ,  $h_{21}$ , e  $h_{22}$ , alguns autores preferem usar a notação  $h_e$ ,  $h_i$ ,  $h_o$ , e  $h_s$ , de acordo com a correspondência a seguir:

$$h_{11} = h_e \quad h_{12} = h_i \quad h_{21} = h_o \quad h_{22} = h_s$$

As letras são as iniciais das palavras entrada, inversa, direta e saída, respectivamente.\*

A Fig. 26.50 mostra um circuito que satisfaz às Eqs. (26.40a) e (26.40b). Como os termos da Eq. (26.40a) são tensões, a lei de Kirchhoff para tensões foi usada para determinar os componentes em série do circuito de entrada; como os termos da Eq. (26.40b) são correntes, a lei de Kirchhoff para correntes foi usada para determinar os componentes em série do circuito de saída.

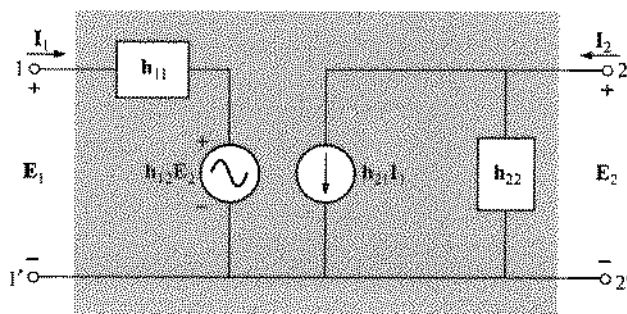


Fig. 26.50 Circuito equivalente baseado nos parâmetros híbridos.

Observe que o circuito de entrada dispõe de uma fonte de tensão controlada por tensão cuja tensão controladora é a tensão de saída, enquanto o circuito de saída dispõe de uma fonte de corrente controlada por corrente cuja corrente controladora é a corrente de entrada.

\*Em textos em inglês, são utilizadas as iniciais *i*, *r*, *f* e *o*, as iniciais de input, reverse, forward e output, respectivamente. (N. do T.)

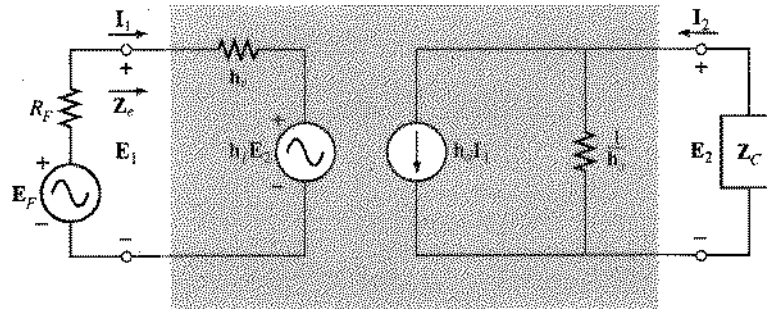


Fig. 26.51 Exemplo 26.10.

**EXEMPLO 26.10** Para o circuito equivalente baseado em parâmetros híbridos da Fig. 26.51:

- Determine o ganho de corrente  $A_i = I_2/I_1$ .
- Determine o ganho de tensão  $A_v = E_2/E_1$ .

**Soluções:**

- Usando a regra dos divisores de corrente, temos:

$$I_2 = \frac{(1/h_s)h_o I_1}{(1/h_s) + Z_C} = \frac{h_o I_1}{1 + h_s Z_C}$$

e portanto

$$A_i = \frac{I_2}{I_1} = \frac{h_o}{1 + h_s Z_C} \quad (26.45)$$

- Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões ao circuito de entrada:

$$E_1 - h_e I_1 - h_i E_2 = 0 \quad \text{e} \quad I_1 = \frac{E_1 - h_i E_2}{h_e}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao circuito de saída:

$$I_2 = h_o I_1 + h_s E_2$$

Entretanto

$$I_2 = -\frac{E_2}{Z_C}$$

de modo que

$$-\frac{E_2}{Z_C} = h_o I_1 + h_s E_2$$

Substituindo  $I_1$  por seu valor, temos:

$$-\frac{E_2}{Z_C} = h_o \left( \frac{E_1 - h_i E_2}{h_e} \right) + h_s E_2$$

ou  $h_e E_2 = -h_o Z_C E_1 + h_i h_o Z_C E_2 - h_s h_e Z_C E_2$

logo  $E_2(h_e - h_i h_o Z_C + h_s h_e Z_C) = -h_o Z_C E_1$

e portanto

$$A_v = \frac{E_2}{E_1} = \frac{-h_o Z_C}{h_e(1 + h_s Z_C) - h_i h_o Z_C} \quad (26.46)$$

**EXEMPLO 26.11** Os parâmetros híbridos de um certo transistor são  $h_e = 1 \text{ k}\Omega$ ,  $h_i = 4 \times 10^{-4}$ ,  $h_o = 50$  e  $h_s = 25 \mu\text{S}$ . Deter-

mine os ganhos de corrente e de tensão supondo que  $Z_C$  seja uma carga resistiva de  $2 \text{ k}\Omega$ .

**Solução:**

$$A_i = \frac{h_o}{1 + h_s Z_C} = \frac{50}{1 + (25 \mu\text{S})(2 \text{ k}\Omega)}$$

$$= \frac{50}{1 + (50 \times 10^{-3})} = \frac{50}{1,050} = 47,62$$

$$A_v = \frac{-h_o Z_C}{h_e(1 + h_s Z_C) - h_i h_o Z_C}$$

$$= \frac{-(50)(2 \text{ k}\Omega)}{(1 \text{ k}\Omega)(1,050) - (4 \times 10^{-4})(50)(2 \text{ k}\Omega)}$$

$$= \frac{-100 \times 10^3}{(1,050 \times 10^3) - (0,04 \times 10^3)} = \frac{100}{1,01} = -99$$

O sinal negativo indica que, para as polaridades definidas na Fig. 26.51, existe uma diferença de fase de  $180^\circ$  entre  $E_2$  e  $E_1$ .

## 26.9 IMPEDÂNCIAS DE ENTRADA E DE SAÍDA

Vamos agora determinar as impedâncias de entrada e de saída de um circuito equivalente baseado em parâmetros híbridos e outro baseado em parâmetros de impedância. A impedância de entrada é obtida calculando-se a razão entre a tensão de entrada e a corrente de entrada, com ou sem uma carga ligada à saída. A impedância de saída é obtida calculando-se a razão entre a tensão de saída e a corrente de saída, com a tensão ou a corrente de entrada igual a zero. Vimos na seção anterior que para o circuito equivalente da Fig. 26.51,

$$E_1 = h_i I_1 + h_i E_2$$

$$E_2 = -I_2 Z_C$$

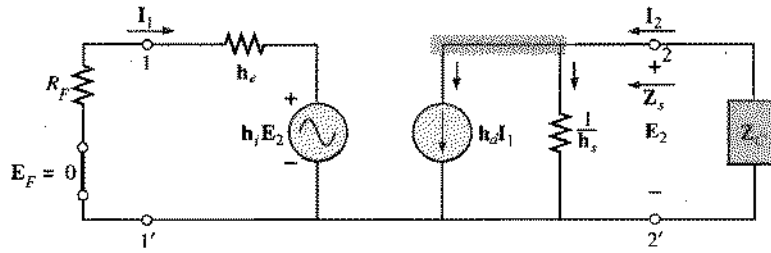
e portanto

$$\frac{I_2}{I_1} = \frac{h_o}{1 + h_s Z_C}$$

Substituindo  $I_2$  na segunda equação por seu valor, obtido a partir da terceira equação, temos:

$$E_2 = -\left( \frac{h_o I_1}{1 + h_s Z_C} \right) Z_C$$

De modo que a primeira equação se torna

Fig. 26.52 Determinação de  $Z_e$  em um circuito equivalente obtido a partir dos parâmetros híbridos.

$$E_1 = h_e I_1 + h_i \left( -\frac{h_d I_1 Z_C}{1 + h_s Z_C} \right)$$

ou

$$E_1 = I_1 \left( h_e - \frac{h_i h_d Z_C}{1 + h_s Z_C} \right)$$

Assim,

$$Z_e = \frac{E_1}{I_1} = h_e - \frac{h_i h_d Z_C}{1 + h_s Z_C} \quad (26.47)$$

Para calcular a impedância de saída, fazemos a tensão da fonte igual a zero mas mantemos sua resistência  $R_F$ , como na Fig. 26.52.

Como  $E_F = 0$

então 
$$I_1 = -\frac{h_i E_2}{h_e + R_F}$$

No circuito de saída, temos

$$I_2 = h_d I_1 + h_s E_2$$

ou

$$I_2 = h_d \left( -\frac{h_i E_2}{h_e + R_F} \right) + h_s E_2$$

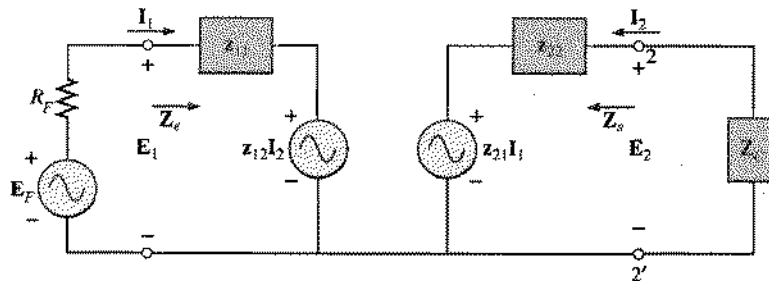
e portanto

$$I_2 = \left( -\frac{h_i h_d}{h_e + R_F} + h_s \right) E_2$$

Assim,

$$Z_e = \frac{E_2}{I_2} = \frac{1}{h_s - \frac{h_i h_d}{h_e + R_F}} \quad (26.48)$$

**EXEMPLO 26.12** Determine a impedância de entrada  $Z_e$  e a impedância de saída  $Z_o$  de um transistor cujos parâmetros híbridos são os do Exemplo 26.11, supondo que  $Z_C$  seja uma carga resistiva de 1 kΩ.

Fig. 26.53 Determinação de  $Z_o$  em um circuito equivalente obtido a partir dos parâmetros de impedância.

**Solução:**

$$Z_e = h_e - \frac{h_i h_d Z_C}{1 + h_s Z_C} = 1 \text{ k}\Omega - \frac{0,04 \text{ k}\Omega}{1,050}$$

$$= 1 \times 10^3 - 0,0381 \times 10^3 = 961,9 \Omega$$

$$Z_o = \frac{1}{h_s - \frac{h_i h_d}{h_e + R_F}} = \frac{1}{25 \mu\text{S} - \frac{(4 \times 10^{-4})(50)}{1 \text{ k}\Omega + 1 \text{ k}\Omega}}$$

$$= \frac{1}{25 \times 10^{-6} - 10 \times 10^{-6}} = \frac{1}{15 \times 10^{-6}}$$

$$Z_o = 66,67 \text{ k}\Omega$$

No caso do circuito equivalente baseado em parâmetros de impedância da Fig. 26.53, temos:

$$I_2 = -\frac{z_{21} I_1}{z_{22} + Z_C}$$

e

$$I_1 = \frac{E_1 - z_{12} I_2}{z_{11}}$$

ou

$$E_1 = z_{11} I_1 + z_{12} I_2 = z_{11} I_1 + z_{12} \left( -\frac{z_{21} I_1}{z_{22} + Z_C} \right)$$

e portanto

$$Z_e = \frac{E_1}{I_1} = z_{11} - \frac{z_{12} z_{21}}{z_{22} + Z_C} \quad (26.49)$$

Para calcular a impedância de saída, fazemos  $E_F = 0$ . Nesse caso,

$$I_1 = -\frac{z_{12} I_2}{R_F + z_{11}} \quad \text{e} \quad I_2 = \frac{E_2 - z_{21} I_1}{z_{22}}$$

ou

$$E_2 = z_{22} I_2 + z_{21} I_1 = z_{22} I_2 + z_{21} \left( -\frac{z_{12} I_2}{R_F + z_{11}} \right)$$



e portanto

$$E_2 = z_{22}I_2 - \frac{z_{12}z_{21}I_2}{R_F + z_{11}}$$

Assim,

$$Z_s = \frac{E_s}{I_2} = z_{22} - \frac{z_{12}z_{21}}{R_F + z_{11}} \quad (26.50)$$

## 26.10 CONVERSÃO DE PARÂMETROS

As equações que relacionam os parâmetros de impedância e admitância podem ser obtidas a partir das Eqs. (26.22) e (26.31). De acordo com as Eqs. (26.31a) e (26.31b), temos:

$$I_1 = y_{11}E_1 + y_{12}E_2$$

$$I_2 = y_{21}E_1 + y_{22}E_2$$

Resolvendo o sistema de equações acima com o auxílio de determinantes, temos:

$$E_1 = \frac{\begin{vmatrix} I_1 & y_{12} \\ I_2 & y_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} y_{11} & y_{12} \\ y_{21} & y_{22} \end{vmatrix}} = \frac{y_{22}I_1 - y_{12}I_2}{y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}}$$

Usar a notação

$$\Delta_y = y_{11}y_{22} - y_{12}y_{21}$$

temos

$$E_1 = \frac{y_{22}}{\Delta_y}I_1 - \frac{y_{12}}{\Delta_y}I_2$$

que, quando aplicada à Eq. (26.22a),

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

mostra que

$$z_{11} = \frac{y_{22}}{\Delta_y} \quad \text{e} \quad z_{12} = \frac{y_{12}}{\Delta_y}$$

Da mesma forma,

$$z_{21} = \frac{y_{21}}{\Delta_y} \quad \text{e} \quad z_{22} = \frac{y_{11}}{\Delta_y}$$

As equações que relacionam os parâmetros híbridos aos parâmetros de impedância podem ser obtidas a partir das Eqs. (26.22) e (26.40). De acordo com as Eqs. (26.40a) e (26.40b), temos:

$$E_1 = h_{11}I_1 + h_{12}E_2$$

$$I_2 = h_{21}I_1 + h_{22}E_2$$

Resolvendo o sistema de equações acima com o auxílio de determinantes, temos:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} E_1 & h_{12} \\ I_2 & h_{22} \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} h_{11} & h_{12} \\ h_{21} & h_{22} \end{vmatrix}} = \frac{h_{22}E_1 - h_{12}I_2}{\Delta_h}$$

e portanto

$$\frac{h_{22}}{\Delta_h}E_1 = I_1 - \frac{h_{12}}{\Delta_h}I_2$$

ou

$$E_1 = \frac{\Delta_h I_1}{h_{22}} - \frac{h_{12}}{h_{22}}I_2$$

que, quando aplicado à Eq. (26.22a),

$$E_1 = z_{11}I_1 + z_{12}I_2$$

mostra que

$$z_{11} = \frac{\Delta_h}{h_{22}} \quad \text{e} \quad z_{12} = -\frac{h_{12}}{h_{22}}$$

A determinação dos outros fatores de conversão fica por conta do leitor. Todos os fatores de conversão entre os parâmetros de impedância, de admitância e híbridos aparecem na Tabela 26.1.

Tabela 26.1

Fatores de Conversão entre os parâmetros  $z$ ,  $y$  e  $h$ .

| De<br>Para | $\rightarrow z$ | $y$                        | $h$                       |
|------------|-----------------|----------------------------|---------------------------|
| $z$        | $z_{11}$        | $\frac{y_{22}}{\Delta_y}$  | $\frac{\Delta_h}{h_{22}}$ |
|            | $z_{12}$        | $\frac{-y_{12}}{\Delta_y}$ | $\frac{h_{12}}{h_{22}}$   |
| $y$        | $y_{11}$        | $\frac{1}{z_{11}}$         | $\frac{h_{21}}{h_{11}}$   |
|            | $y_{12}$        | $\frac{-z_{21}}{z_{11}}$   | $\frac{\Delta_h}{h_{11}}$ |
| $h$        | $h_{11}$        | $\frac{\Delta_y}{z_{11}}$  | $\frac{1}{z_{11}}$        |
|            | $h_{12}$        | $\frac{-y_{12}}{z_{11}}$   | $\frac{\Delta_y}{z_{11}}$ |



## 26.11 ANÁLISE COMPUTACIONAL

### PSpice (DOS)

#### Determinação de $A_v$ e $Z_o$ em um Circuito Equivalente Baseado em Parâmetros Híbridos

Neste capítulo limitaremos a análise computacional a uma sessão prática destinada ao aprendizado de como entrar com fontes controladas no pacote de software PSpice. O sistema a ser analisado é um circuito de duas portas baseado em parâmetros híbridos (Fig. 26.54). Observe a presença de uma fonte auxiliar para definir o sentido de  $I_1$  e o uso de um nó de referência comum aos circuitos de entrada e saída. A tensão de saída  $V_C = E_2$  é também a tensão de controle da fonte de tensão controlada por tensão do circuito de entrada.

Antes de examinar os arquivos de entrada e de saída, vamos determinar o ganho de tensão com o auxílio da Eq. (26.46).

$$\begin{aligned} A_v &= \frac{-h_o R_C}{h_i(1 + h_o R_C) - h_f h_o R_C} \\ &= \frac{-(50)(2 \text{ k}\Omega)}{(1 \text{ k}\Omega)(1 + (25 \times 10^{-6} \text{ S})(2 \text{ k}\Omega)) - (4 \times 10^{-4})(50)(2 \text{ k}\Omega)} \\ &= \frac{-100 \times 10^3}{(1 \text{ k}\Omega)(1 + 50 \times 10^{-3}) - 40} = \frac{-100 \times 10^3}{1050 - 40} = -99,01 \end{aligned}$$

e portanto

$$A_v = \frac{E_2}{E_1} = \frac{V_C}{E_1}$$

de modo que  $V_C = A_v E_1 = (-99,01)(1 \text{ V} \angle 0^\circ) = 99,01 \text{ V} \angle 180^\circ$

Na Fig. 26.55 vemos os arquivos de entrada e de saída com os dados necessários e a solicitação do cálculo da tensão na carga. A solução exibida no arquivo de saída concorda exatamente com a que obtivemos acima.

A última utilização do PSpice nesta seção (e neste livro) será para determinar a impedância de saída do circuito da Fig. 26.54

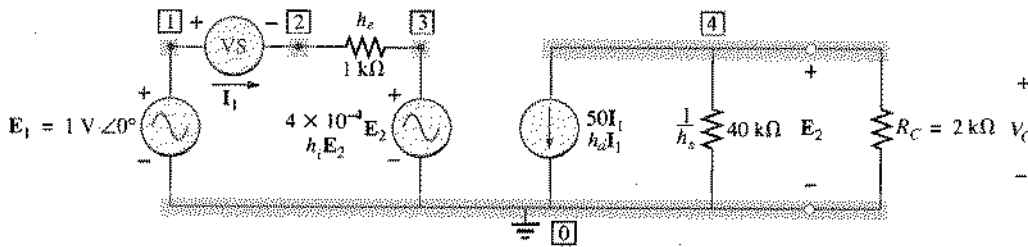


Fig. 26.54 Definição dos parâmetros para uma análise com o PSpice (DOS) de um circuito equivalente obtido a partir dos parâmetros híbridos.

Chapter 26 - Two Port Networks - Hybrid Model

\*\*\*\* CIRCUIT DESCRIPTION

\*\*\*\*\*

```
VI 1 0 AC 1V
VSENSE 1 2 0
R1 2 3 1K
ER 3 0 4 0.4E-4
PF 4 0 VSENSE 50
R2 4 0 40K
RL 4 0 2K
AC LIN 1 1KH 1KH
PRINT AC VM(4,0) VP(4,0)
OPTIONS NOPAGE
END
```

\*\*\*\* AC ANALYSIS

TEMPERATURE = 27.000 DEG C

| FREQ      | VM(4,0)   | VP(4,0)   |
|-----------|-----------|-----------|
| 1.000E+03 | 9.901E+01 | 1.800E+02 |

Fig. 26.55 Arquivos de entrada e saída para determinar a tensão de saída do circuito da Fig. 26.54.

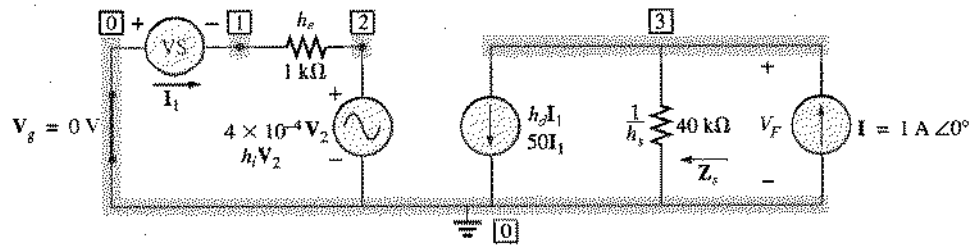


Fig. 26.56 Determinação de  $Z_o$  para um circuito equivalente obtido a partir dos parâmetros híbridos usando o PSpice (DOS).

anulando a fonte de tensão, como ilustra a Fig. 26.56. Foi inserida uma fonte de corrente de 1 A e a tensão  $V_F$  foi determinada; ela tem o mesmo módulo e fase que  $Z_o$ , pois

$$Z_o = \frac{V_F}{I} = \frac{V_F}{1 \text{ A} \angle 0^\circ} = \frac{V_F}{1 \text{ A}} \angle \theta_s - 0^\circ = V_F \angle \theta_s$$

Antes de examinar os arquivos de entrada e de saída, vamos calcular analiticamente a solução para comparar o resultado com o fornecido pelo computador. De acordo com a Eq. (26.48), temos:

$$Z_o = \frac{1}{h_o - \frac{h_i h_o}{h_e + R_F}} = \frac{1}{25 \times 10^{-6} \text{ S} - \frac{(4 \times 10^{-4})(50)}{1 \text{ k}\Omega + 0}} = \frac{1}{25 \times 10^{-6} \text{ S} - 20 \times 10^{-6} \text{ S}} = \frac{1}{5 \times 10^{-6} \text{ S}} = 200 \text{ k}\Omega$$

O arquivo de saída da Fig. 26.57 inclui a fonte de corrente de 1 A com fase nula e utiliza uma frequência de 1 kHz para realizar a análise ac. Observe, em particular, a associação de um dos terminais da fonte auxiliar ao nó de referência e a necessidade de redefinir os nós da Fig. 26.54. O módulo da tensão  $V_F$  calculado pelo computador é igual ao valor obtido analiticamente.

## PSpice (Windows)

**Determinação de  $A_v$ .** Calcularemos agora, usando esquemas, o ganho do circuito da Fig. 26.54. Usando uma fonte de corrente controlada por corrente definida por:

| Símbolo | Arquivo de Biblioteca | Esquema    |
|---------|-----------------------|------------|
| CCCS    | F                     | analog.slb |

e uma fonte de tensão controlada por tensão dada por:

| Símbolo | Arquivo de Biblioteca | Esquema    |
|---------|-----------------------|------------|
| VCVS    | E                     | analog.slb |

podemos construir o circuito da Fig. 26.58.

Conforme observamos em capítulos anteriores, o sentido das correntes na FCCC e a polaridade das tensões nas FTCT devem ser cuidadosamente observados durante a construção do circuito. Levando em conta o tamanho do circuito e a presença de duas fontes controladas, seria difícil, para não dizer confuso, realizar

```
Chapter 26 - Two Port Networks - Output Impedance

****      CIRCUIT DESCRIPTION
*****

VS 0 1 0
R1 1 2 1K
ER 2 0 3 0.4E-4
FF 3 0 VS 50
R2 3 0 40K
IS 0 3 AC 1 0
.AC LIN 1 1K 1K
.PRINT AC VM(3,0)
.OPTIONS NOPAGE
.END

****      AC ANALYSIS      TEMPERATURE = 27.000 DEG C

FREQ      VM(3,0)

1.000E+03  2.000E+05
```

Fig. 26.57 Arquivos de entrada e saída para determinar a impedância de saída do circuito da Fig. 26.54.

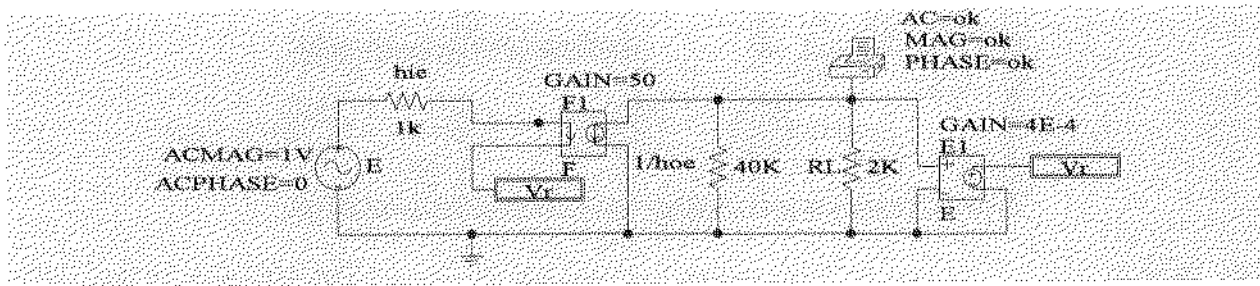


Fig. 26.58 Esquema do PSpice (Windows) para o circuito da Fig. 26.54.

as conexões necessárias selecionando **WIRE** no menu. Em situações como essa é aconselhável utilizar a opção **GLOBAL** do arquivo da biblioteca **port.slb**. Uma vez escolhida e localizada, devemos associar-lhe um nome (LABEL), tal como **Vr** na Fig. 26.58. Optando novamente por **GLOBAL** e associando o mesmo LABEL, podemos associar a mesma tensão a outro ponto do circuito. Em outras palavras, podemos considerar os dois pontos como se estivessem conectados por um condutor perfeito, embora não seja necessário um fio real. Pontos adicionais quaisquer sob a opção **GLOBAL** com o mesmo LABEL também estarão todos ao mesmo potencial.

Devemos associar às duas fontes controladas um **GAIN** (ganho) clicando duas vezes sobre os seus símbolos no esquema e entrando com o valor desejado. Se entrar com mais de uma FTCT no mesmo esquema, certifique-se de associar nomes diferentes a cada uma delas, caso contrário aparecerá uma mensagem de erro quando você tentar rodar o programa. Na realidade, você deve tomar o cuidado, em qualquer circuito, para evitar que dois componentes tenham o mesmo nome.

Os resultados que vemos no arquivo de saída da Fig. 26.59 são idênticos aos obtidos anteriormente, ou seja, o módulo de  $V_c$  é 99,01 V e a fase é  $180^\circ$ .

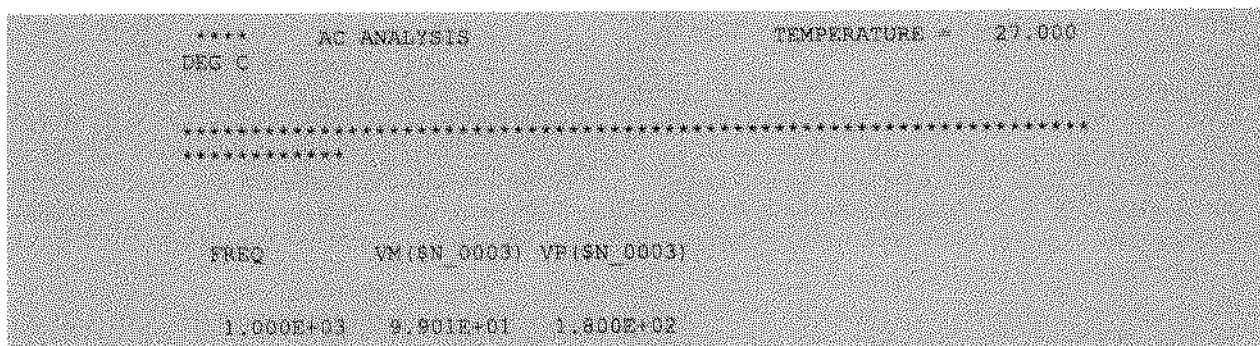


Fig. 26.59 Arquivo de saída do PSpice (Windows) para o esquema da Fig. 26.58.

## PROBLEMAS

### SEÇÃO 26.2 Os Parâmetros de Impedância $Z_e$ e $Z_s$

1. Dados os valores de tensão da Fig. 26.60, calcule o módulo da impedância de entrada  $Z_e$ .

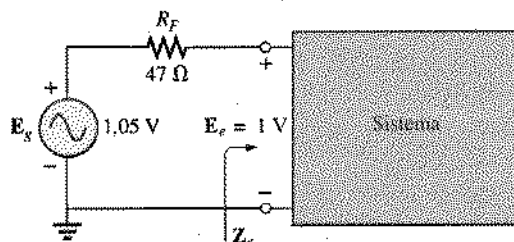


Fig. 26.60 Problema 1.

2. Determine, para um sistema com  $E_s = 120 \text{ V} \angle 0^\circ$  e  $I_s = 6,2 \text{ A} \angle -10,8^\circ$ , a impedância de entrada em forma retangular. Conside-

rando a frequência como 60 Hz, obtenha os valores fornecidos pelo fabricante para os parâmetros.

3. Obtenha, para o sistema de quatro portas ilustrado na Fig. 26.61:

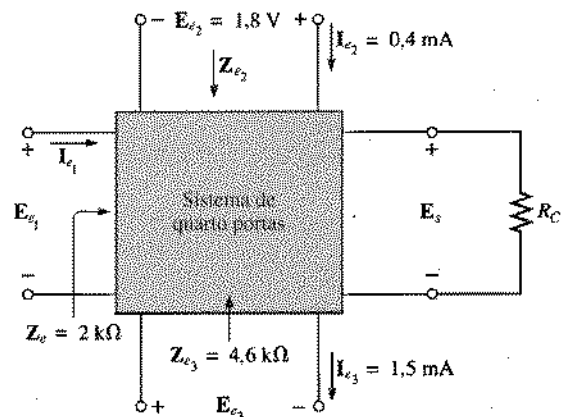


Fig. 26.61 Problema 3.

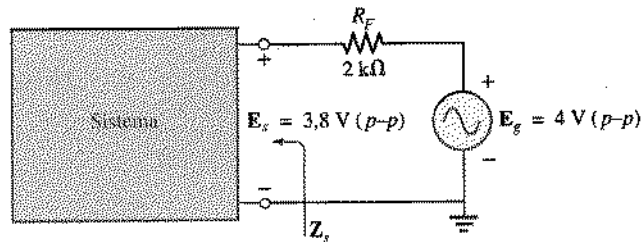


Fig. 26.62 Problemas 4 a 6.

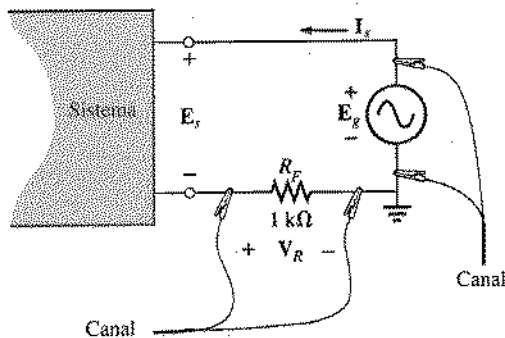
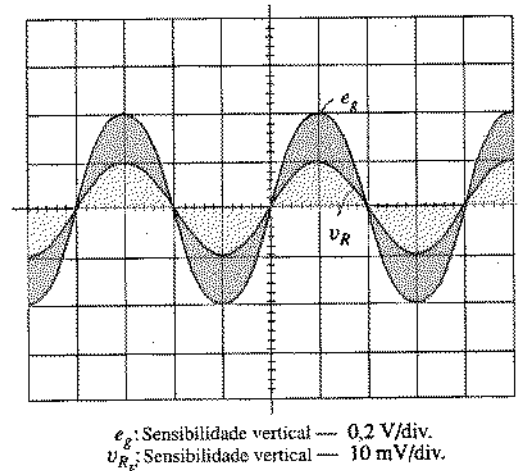


Fig. 26.63 Problema 7.



- O módulo de  $I_{i1}$  se  $E_{i1} = 20$  mV.
  - $Z_{i2}$ , utilizando as informações fornecidas.
  - O módulo de  $E_{i2}$ .
- Calcule  $Z_s$  para os valores de tensão indicados na Fig. 26.62.
  - Calcule  $Z_s$  para a configuração da Fig. 26.62, sabendo que  $E_s = 2 \sin 377t$  e  $v_R = 40 \times 10^{-3} \sin 377t$  e também que  $R_F = 0,91$  kΩ.
  - Obtenha  $Z_s$  para o circuito da Fig. 26.62 se  $E_s = 1,8$  V (p-p) e  $E_g = 0,6$  V rms.

- Calcule a impedância de saída do sistema da Fig. 26.63, com base nas medidas mostradas na tela de um osciloscópio.

### SEÇÃO 26.3 Os Ganhos de Tensão $A_{v_{NL}}$ , $A_v$ e $A_{v_T}$

- Dado o sistema da Fig. 26.64, determine o ganho de tensão sem carga  $A_{v_{NL}}$ .
- Calcule, para o sistema da Fig. 26.65:
  - $A_v = E_g/E_s$
  - $A_{v_T} = E_g/E_{R_F}$

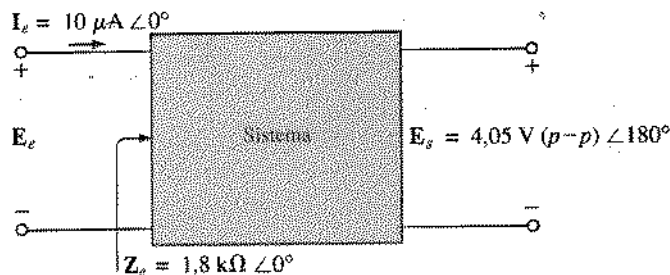


Fig. 26.64 Problema 8.

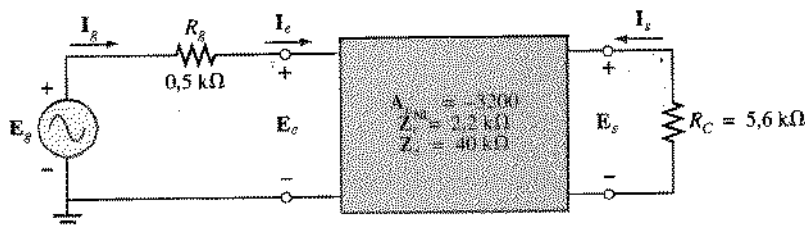


Fig. 26.65 Problemas 9, 12 e 13.

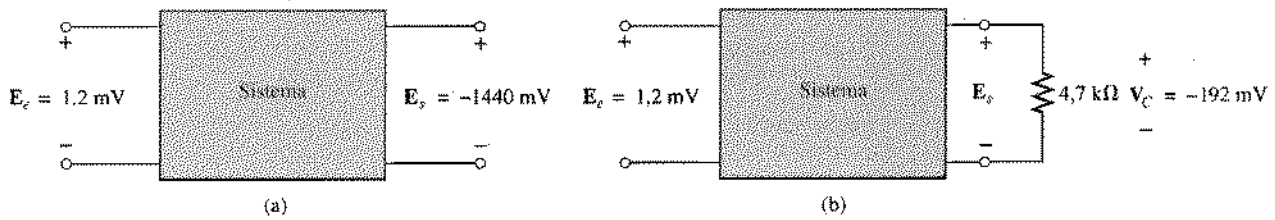


Fig. 26.66 Problema 10.

10. A tensão de saída sem carga do sistema da Fig. 26.66(a) é  $-1440$  mV, com  $1,2$  mV aplicados aos terminais de entrada. Na Fig. 26.66(b), uma carga de  $4,7$  kΩ é ligada ao mesmo sistema e a tensão de saída cai para  $-192$  mV, com o mesmo sinal de entrada. Qual é a impedância de saída do sistema?

\*11. Determine, para o sistema da Fig. 26.67, com  $A_v = -160$ ,  $I_s = 4$  mA  $\angle 0^\circ$  e  $E_g = 70$  mV  $\angle 0^\circ$ :

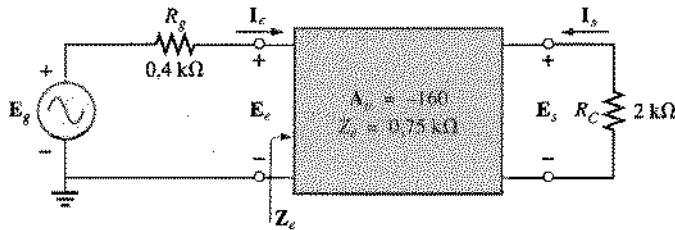


Fig. 26.67 Problemas 11 e 14.

- O ganho de tensão sem carga.
- O módulo de  $E_e$ .
- $Z_e$ .

#### SEÇÃO 26.4 Os Ganhos de Corrente $A_i$ e $A_{iT}$ e o Ganho de Potência $A_p$

- Para o sistema da Fig. 26.65:
  - Calcule  $A_e = I_s/I_e$ .
  - Obtenha  $A_{it} = I_s/I_e$ .
  - Compare os resultados dos itens (a) e (b) e explique a diferença.
- Para o sistema da Fig. 26.65:
  - Determine  $A_o$  usando a Eq. (26.13) e compare com o resultado obtido usando a Eq. (26.14).
  - Determine  $A_{or}$  usando a Eq. (26.16) e compare com o resultado obtido usando a Eq. (26.17).
- Para o sistema da Fig. 26.67:
  - Determine o módulo de  $A_i = I_s/I_e$ .
  - Determine o ganho de potência  $A_{or} = P_o/P_e$ .

#### SEÇÃO 26.5 Sistemas em Cascata

- Para o sistema de dois estágios da Fig. 26.68:
  - Determine o ganho de tensão total  $A_{vT} = V_o/E_e$ .
  - Determine o ganho de corrente total  $A_{iT} = I_s/I_e$ .
  - Determine os ganhos de corrente dos dois estágios,  $A_{i1}$  e  $A_{i2}$ .
  - Determine o ganho de corrente total usando os resultados do item (c) e compare com o resultado do item (b).
- Para o sistema da Fig. 26.69:

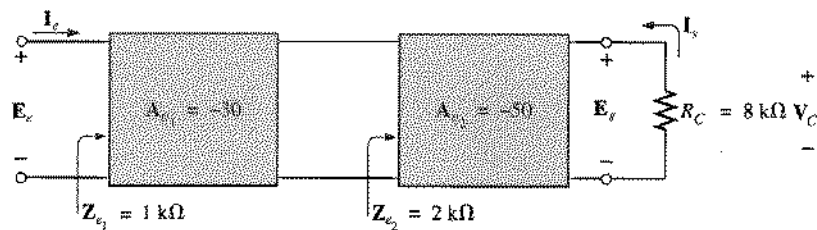


Fig. 26.68 Problema 15.

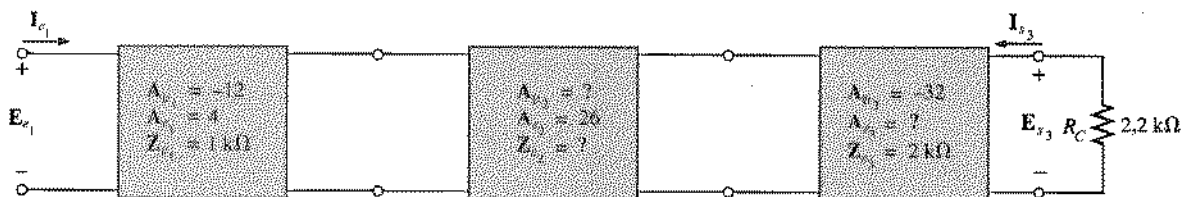


Fig. 26.69 Problema 16.



- Determine  $A_{v_2}$ , se  $A_{v_T} = -6912$ .
- Determine  $Z_{v_2}$ , a partir das informações disponíveis.
- Determine  $A_{v_3}$  e  $A_{v_T}$ , a partir das informações disponíveis.

### SEÇÃO 26.6 Parâmetros de Impedância (z)

- Determine os parâmetros de impedância (z) para o circuito da Fig. 26.70.
- Com base nos resultados do item (a), construa um circuito equivalente ao da Fig. 26.70. (Use uma das formas da Fig. 26.32.)

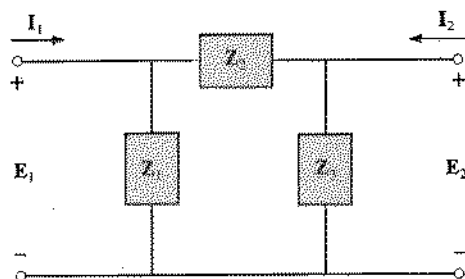


Fig. 26.70 Problemas 17 e 21.

- Determine os parâmetros de impedância (z) para o circuito da Fig. 26.71.
- Com base nos resultados do item (a), construa um circuito equivalente ao da Fig. 26.71. (Use uma das formas da Fig. 26.32.)

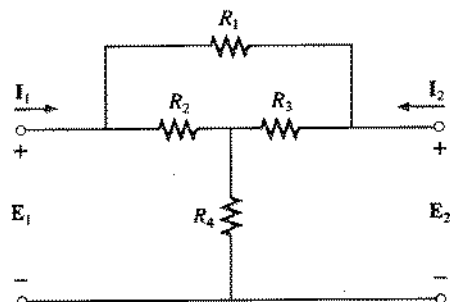


Fig. 26.71 Problemas 18 e 22.

### SEÇÃO 26.7 Parâmetros de Admitância (y)

- Determine os parâmetros de admitância (y) para o circuito T da Fig. 26.72.
- Com base nos resultados do item (a), construa um circuito equivalente ao da Fig. 26.72. (Use uma das formas da Fig. 26.44.)

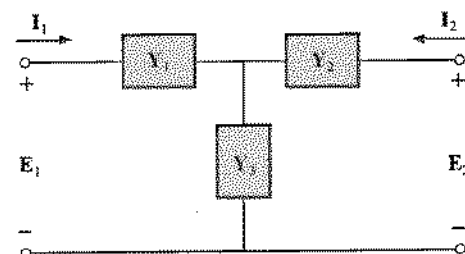


Fig. 26.72 Problemas 19 e 23.

- Determine os parâmetros de admitância (Y) para o circuito da Fig. 26.73.
- Com base nos resultados do item (a), construa um circuito equivalente ao da Fig. 26.73. (Use uma das formas da Fig. 26.44.)

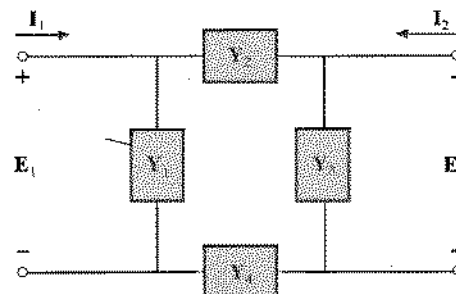


Fig. 26.73 Problemas 20 e 24.

### SEÇÃO 26.8 Parâmetros Híbridos (h)

- Determine os parâmetros h para o circuito da Fig. 26.70.
- Com base nos resultados do item (a), construa um circuito equivalente ao da Fig. 26.70.
- Determine os parâmetros h para o circuito da Fig. 26.71.
- Com base nos resultados do item (a), construa um circuito equivalente ao da Fig. 26.71.
- Determine os parâmetros h para o circuito da Fig. 26.72.
- Com base nos resultados do item (a), construa um circuito equivalente ao da Fig. 26.72.
- Determine os parâmetros h para o circuito da Fig. 26.73.
- Com base nos resultados do item (a), construa um circuito equivalente ao da Fig. 26.73.
- Para o circuito equivalente da Fig. 26.74, baseado em parâmetros híbridos:
  - Determine o ganho de corrente  $A_i = I_2/I_1$ .
  - Determine o ganho de tensão  $A_v = E_2/E_1$ .

### SEÇÃO 26.9 Impedâncias de Entrada e Saída

- Para o circuito equivalente da Fig. 26.74, baseado em parâmetros híbridos:
  - Determine a impedância de entrada.
  - Determine a impedância de saída.
- Determine as impedâncias de entrada e saída do circuito equivalente baseado em parâmetros de impedância da Fig. 26.75.
- Determine as expressões para as impedâncias de entrada e saída de um circuito equivalente baseado em parâmetros de admitância.

### SEÇÃO 26.10 Conversões de Parâmetros

- Determine os parâmetros h correspondentes aos seguintes parâmetros z:

$$z_{11} = 4 \text{ k}\Omega$$

$$z_{12} = 2 \text{ k}\Omega$$

$$z_{21} = 3 \text{ k}\Omega$$

$$z_{22} = 4 \text{ k}\Omega$$

- Determine os parâmetros z correspondentes aos seguintes parâmetros h:

$$h_{11} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$h_{12} = 2 \times 10^{-4}$$

$$h_{21} = 100$$

$$h_{22} = 20 \times 10^{-6} \text{ S}$$

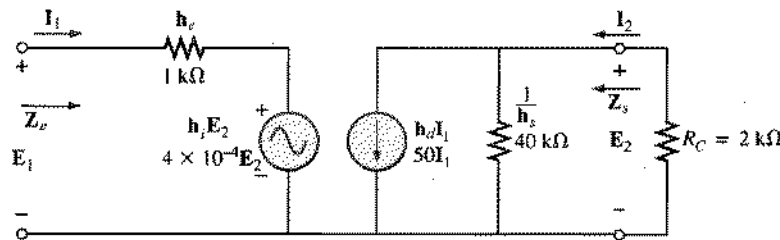


Fig. 26.74 Problemas 25 e 26.

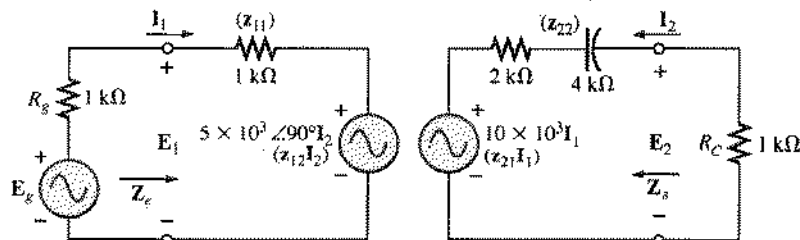


Fig. 26.75 Problemas 27, 32 e 34.

- b. Determine os parâmetros  $y$  correspondentes aos parâmetros híbridos do item (a).

### SEÇÃO 26.11 Análise Computacional

#### PSpice (DOS ou Windows)

31. Para  $E_1 = 4 \text{ V} \angle 30^\circ$ , determine  $E_2$  com uma carga resistiva de  $2 \text{ k}\Omega$  ligada aos terminais 2 e 2' da Fig. 26.34.

32. Para  $E_s = 2 \text{ V} \angle 0^\circ$ , determine  $E_2$  no circuito da Fig. 26.75.  
 33. Determine  $Z_c$  para o circuito da Fig. 26.34 com uma carga resistiva de  $2 \text{ k}\Omega$  ligada aos terminais 2 e 2'.  
 34. Determine  $Z_c$  no circuito da Fig. 26.75.

## GLOSSÁRIO

**Circuito de duas portas** Circuito com dois pares de terminais de acesso.

**Circuito de uma porta** Circuito com um único par de terminais de acesso.

**Impedância de entrada** Impedância do ponto de vista dos terminais de entrada de um sistema.

**Impedância de saída** Impedância do ponto de vista dos terminais de saída de um sistema, com a tensão ou corrente de entrada igual a zero.

**Parâmetros de admitância** Conjunto de parâmetros, medidos em siemens, que pode ser usado para descrever um sistema de duas portas.

**Parâmetros de impedância** Conjunto de parâmetros, medidos em ohms, que pode ser usado para descrever um sistema de duas portas.

**Parâmetros híbridos** Conjunto de parâmetros (um medido em ohms, um medido em siemens e dois adimensionais) que pode ser usado para descrever um sistema de duas portas.

# Índice

## A

acoplamento fraco, 703, 726  
 adiantamento de fase, 345-47  
 adição (de formas de onda não-senoidais), 696  
 admitância(s), 422-24, 456  
 - diagrama de, 423-24, 425, 427, 428-29, 437, 456  
 - parâmetros de, 739-42, 752  
 alfabeto grego, 768  
 algarismos significativos, 8  
 alto-falante, 285, 300, 725  
 Amp-Clamp (marca registrada), 356, 364  
 ampère, 2, 22, 35  
 Ampère, André Marie, 2, 3, 22, 282  
 ampères-hora, 27-29, 35  
 amperímetro, 31-32, 35  
 - efeito da carga sobre o, 95-96  
 - projeto de um, 148-49  
 amplificador, 4  
 amplitude  
 - de pico, 337, 364  
 - de uma forma de onda pulsada, 640, 641-42, 657  
 analisador  
 - de Fourier, 688  
 - de onda, 688-89  
 - espectral, 688  
 análise computacional  
 - análise de nós, 493-95  
 - BASIC. *Veja* BASIC  
 - BREADBOARD, 15  
 - C++, 14-15, 75, 99-100, 152-56, 358-60, 396  
 - capacitores, 271-75  
 - circuito em ponte, 495  
 - circuitos ac em série e em paralelo, 439-47  
 - circuitos ac em série-paralelo, 464-69  
 - circuitos dc em paralelo, 126-27  
 - circuitos dc em série, 92-101  
 - circuitos dc em série-paralelo, 152-56  
 - circuitos não-senoidais, 696-98  
 - entrada do valor de resistência, 56  
 - filtros, 628-32  
 - fontes controladas, 527-28  
 - fontes de corrente contínua, 33  
 - FORTRAN, 14  
 - introdução, 32-33  
 - lei de Ohm (definição de resistência), 72-75  
 - linguagens, 14  
 - métodos, 191-94  
 - números complexos, 389, 393-99  
 - pacotes de software, 15  
 - PASCAL, 14, 75  
 - potência em circuitos ac, 555-58  
 - PSpice. *Veja* PSpice  
 - resposta a pulsos, 653-55  
 - ressonância, 583-86  
 - sistemas com duas portas, 746-49  
 - sistemas trifásicos, 674-78  
 - teorema de Thévenin para circuitos ac, 525-27, 530-32  
 - teoremas para circuitos dc, 231-38  
 - transformadores, 720-24  
 - transientes em circuitos R-L, 325-28  
 - WINDOWS, 15  
 análise de sistemas, 727-48  
 - análise computacional, 746-49  
 - circuitos equivalentes, 738-39  
 - conversões, 745  
 - ganho de corrente, 732-34

- ganho de potência, 733-34  
 - ganho de tensão, 730-33  
 - parâmetros de admitância, 739-42, 752  
 - parâmetros de impedância, 728-31, 736-39, 743-45, 752  
 - parâmetros híbridos, 741-44, 752  
 - sistemas em cascata, 734-37  
 análise/método de malhas, 163, 171-77, 201, 476-80, 487-88, 503  
 - em ac  
 - - abordagem geral, 476-78  
 - - abordagem padronizada, 175-77  
 - - circuitos em ponte, 487-88  
 - em dc  
 - - abordagem geral, 171-75  
 - - abordagem padronizada, 175-77  
 análise nodal  
 - em ac, 480-87, 489, 503  
 - - abordagem sistemática, 484-87  
 - - método geral, 480-84  
 - em dc, 177-84  
 - - abordagem geral, 177-81  
 - - abordagem padronizada, 181-84  
 Armstrong, Edwin, 4  
 arquivo  
 - de entrada, 72-74, 78  
 - de saída, 72-74, 74, 78  
 arsenieto de gálio, 31, 42  
 atenuador, 650-53, 657  
 - compensado, 650-51, 657  
 aterramento, 89-91, 150-52  
 átomo  
 - camadas eletrônicas, 20-21  
 - de cobre, 21  
 - de hélio, 19  
 - de hidrogênio, 19  
 - elétrons, 19-23  
 - estrutura do, 20, 21  
 - núcleo do, 19-21  
 - prótons, 19-21  
 atraso de fase, 345-47  
 auto-indutância, 310-11, 333, 703-06  
 autotransformador, 718, 726

## B

Babbage, Charles, 4  
 Baird, John, 4  
 banda passante, 568-70, 575-76, 589  
 - relativa, 570  
 Bardeen, John, 5  
 BASIC  
 - circuitos em série, 100-01  
 - circuitos em série-paralelo, 152-53  
 - entrada R, 56  
 - fontes de tensão, 33  
 - introdução ao, 14, 18, 75  
 - lei de Ohm (definição de resistência), 75  
 - métodos de análise (ac), 493  
 - métodos de análise (dc), 193-94  
 - potência em circuitos ac, 555-58  
 - rotina de conversão, 396-99  
 - transferência máxima de potência, 237-38  
 bateria, 21-22, 23, 25-29, 80-81, 95  
 - de chumbo-ácido, 25-26  
 - de níquel-cádmio, 25, 26-27  
 Bednorz, George, 45

bilateral, 163  
 blindagem magnética, 283  
 bobina de ignição, 317  
 bobinas. *Veja* Indutores  
 Bode, Hendrik Wade, 606  
 - gráficos de, 606-28, 638  
 bolhas, 291  
 bordo  
 - de descida, 639  
 - de fuga, 640  
 - de subida, 639  
 Brattain, Walter H., 5  
 BREADBOARD, 15

## C

calculador diferencial, 4, 18  
 calculadoras, 388, 415-16, 462, 463, 479, 508, 520  
 - científica, 387-89  
 - TI-85, 170, 173, 177, 185, 388, 415-16, 462-63, 479  
 camadas, 20-21  
 campo  
 - elétrico, 245-49  
 - magnético, 282-86, 324, 553-54  
 capacitância(s), 246-54, 281, 709, 711  
 - medidor de, 254  
 - parasita, 271, 281  
 capacitores, 3-4, 245-75, 281, 369-71, 373, 374-77, 709, 711, 766-67  
 - análise computacional, 272-75  
 - campo elétrico, 245-49  
 - capacitância, 246-56, 281, 709, 711  
 - capacitâncias parasitas, 271, 281  
 - código de cores, 253, 766-67  
 - constante de tempo, 257-58, 281  
 - constante dielétrica, 248-49, 281  
 - correntes de fuga, 250, 260, 281  
 - de acoplamento, 460-61  
 - de ajuste (*trimmer*), 254, 255  
 - de ar, 254  
 - de cerâmica, 251  
 - de mica, 251-52  
 - de Tântalo, 253  
 - dielétricos, 248-49, 281  
 - efcitos de borda, 247, 281  
 - eletrolítico, 251-53  
 - em paralelo, 268-71  
 - energia armazenada, 271  
 - farad, 247-48  
 - fluxo do campo elétrico, 245-48  
 - permissividade, 248-50, 281  
 - reatância, 370  
 - resposta ac, 369-71, 373  
 - resposta de frequência, 374-77  
 - rigidez dielétrica, 250, 281  
 - testes, 254  
 - tipos, 251-56  
 - transientes, 256-65, 281  
 - valores iniciais, 263-64  
 - valores-padrão, 254  
 carga(s)  
 - desequilibradas (não-equilibradas), 672-74, 684  
 - equilibrada, 662-63, 664, 670-72  
 casamento de impedâncias, 713-15  
 célula  
 - fotocondutora, 43, 54-55, 59

- primária, 25, 26, 35
- secundária, 25-27, 35
- solar, 25, 27, 35, 335
- voltagem, 3, 18
- centímetros, 6-7
- cerâmicas, 45-46, 252
- CGS, sistema de unidades, 6-8, 18
- Chu, Paul, 46
- CI (circuito integrado), 1, 2, 5, 18, 31
- ciclo, 338, 364
- de operação, 642-44, 657
- circuitos(s), 81, 108
- abertos, 121-24, 134, 736-37
- de desvio, 625-27
- em cascata
  - em ac, 464, 466-69, 472
  - em dc, 143-45, 154-56, 162
- em paralelo
  - ac, 422-35, 456
  - admitância, 422-25, 456
  - análise computacional, 439-47
  - diagrama de admitâncias, 423-24, 425, 427, 428, 437, 456
  - diagrama de fasores, 426, 427, 429
  - lei de Kirchhoff para correntes, 425-26, 427, 429
  - regra dos divisores de corrente, 430, 456
  - resposta de frequência, 430-35
  - resumo, 434
  - susceptância, 422-23, 456
  - dc, 109-27, 134
  - análise computacional, 126-27
  - com capacitores, 268-71
  - condutância, 110-14
  - definição, 109-10
  - fontes de corrente, 166-68
  - indutores, 322-23
  - lei de Kirchhoff para correntes, 116-18
  - regra dos divisores de corrente, 118-21, 134
  - resistência, 110-16
- em ponte, 163, 184-87, 201, 487-90, 503
- comparação de capacitâncias, 490
- Hay, 488-90
- Maxwell, 487-88, 490
- em série
  - ac, 404-22, 456
  - análise computacional, 440-46
  - diagrama de fasores, 405, 407, 408, 411-13, 414, 417, 420
  - diagrama de impedâncias, 408-11, 412, 414, 456
  - fator de potência, 412
  - impedância, 405, 406, 408
  - potência, 410, 411-12
  - regra dos divisores de tensão, 415-16, 456
  - resposta de frequência, 417-21
  - resumo, 421-22
  - dc, 80-101, 108
  - amperímetros, 95-96
  - análise computacional, 96-101
  - capacitores, 268-71
  - definição, 81
  - fontes de corrente, 167
  - fontes de tensão, 83
  - indutores, 322-23
  - lei de Kirchhoff para tensões, 83-86, 108
  - notação, 89-93
  - regra dos divisores de tensão, 87-89, 108
  - resistência, 81
  - magnéticos, 292-96
- em série-paralelo
  - ac, 457-69
  - de, 135-56, 162
  - magnéticos, 296-98
  - método de redução e retorno, 136
  - método dos diagramas de blocos, 136-40
  - equivalentes, 434-38, 456, 709-12, 738-39
  - integrado, 1, 2, 5, 18, 31
  - magneticamente acoplados, 719-20
  - magnéticos, 282-308
  - campos magnéticos, 282-84
  - curva normal de magnetização, 289-91
  - densidade de fluxo, 284-85, 308
  - determinação de  $\phi$ , 297-99
  - eletromagnetismo, 282, 308
  - em série, 292-97
  - em série-paralelo, 297-98
  - entreferrós, 295-96
  - força magnetizante, 287-94, 308
  - força magnetomotriz, 287, 308
  - histerese, 287-91, 308
  - lei de Ampère para circuitos, 282, 291-92, 308
  - linhas de campo magnético, 282-87, 308
  - permeabilidade, 286-89, 308
  - regra da mão direita, 283-84
  - relutância, 286-87, 308
  - não-senoidais, 685-98
  - adição e subtração em, 696
  - analisador de onda, 688-89
  - análise computacional, 696-98
  - componente fundamental, 686
  - funções ímpares, 686, 690, 701
  - funções pares, 687, 701
  - harmônicos, 687-89, 701
  - resposta, 692-96
  - simetria axial, 687, 701
  - simetria central, 686, 701
  - simetria de meia-onda, 687, 701
  - simetria especular, 687-88, 701
  - valor eficaz, 693-95
  - residencial, 709
  - co-fator, 764
  - co-senóide, 344-45
  - cobre, 30-31, 35, 42-44
  - código de cores
    - para capacitores, 253, 254, 766-67
    - para resistores, 51-53, 59
  - coeficiente
    - de acoplamento, 703-04, 706, 726
    - de temperatura de resistência, 44
    - de temperatura de resistência positivo, 54
    - de temperatura negativo, 31, 43, 54, 59
  - complexo conjugado, 383, 403, 546
  - componentes
    - capacitor, 250-56
    - fundamental, 686
    - indutor, 311-12
    - resistor, 48-51
    - transformador, 717-19
  - computadores, 4-5
  - condensador, 3
  - condutância, 53, 59, 422
  - condutividade, 30-31
  - condutores, 30-31, 35, 42-43
  - configuração
    - em delta, 201
    - $\pi$ , 491
    - T, 490
    - Y, 201
  - conjugado, 522-23
  - considerações de segurança, 23
  - constante
    - de tempo
      - RC, 257-60, 281, 646-50
      - RL, 315-17
    - dielétrica, 248-49, 281
  - convenção do ponto, 705-06, 718, 726
  - conversão(ões)
    - de fonte, 165-67, 474-76, 503, 539
    - de parâmetros magnéticos, 769
    - em potências de dez, 11-12
    - entre fontes
      - de ac, 474-76, 503
      - de dc, 165-66
    - entre parâmetros para sistemas com duas portas, 745
    - entre sistemas de unidades, 12-13
    - fatores de, 756-58
    - $\Delta$ -Y
      - em circuitos ac, 490-93, 503
      - em circuitos dc, 163, 187-91
      - $\pi$ -T, 187-91
      - T- $\pi$ , 187-91
      - Y- $\Delta$ 
        - ac, 490-93, 503
        - dc, 163, 187-91
  - correção do fator de potência, 549-52, 562
  - corrente(s), 21-24, 62-66
  - alternada, 80
  - contínua, 25, 35, 80
  - de fuga, 250, 260, 281
  - de malha, 171-72, 201
  - de ramo, 168-71
  - parasitas, 553, 554, 562, 706, 709, 717
  - correntes e tensões senoidais, 80, 334-60
  - capacitores, 369-71
  - definições, 335-40
  - expressão, 342-44
  - fator de potência, 378-79
  - frequência, 336-39, 364
  - frequência angular, 341, 342, 365
  - frequência, 336-39, 364
  - geração, 335
  - indutores, 368-69
  - medidas em radianos, 339-42
  - números complexos, 379-89
  - período, 338-39
  - potência média, 377-79, 403
  - relações de fase, 344-46
  - resistores, 367
  - valor eficaz, 352-55
  - coulomb, 22-24, 35, 246-50
  - Coulomb, Charles Augustin de, 3, 20
  - curto-circuito, 121-24, 134, 739-40
  - curva
    - de histerese, 716
    - de magnetização normal, 289-91
    - de seletividade
    - ressonância em paralelo, 575-77
    - ressonância em série, 568-70

## D

  - dados fornecidos pelo fabricante (transformadores), 716-18, 726
  - década, 608
  - decibéis, 593-95, 637
  - DeForest, Lee, 4
  - densidade de fluxo, 245-48, 284-86, 292-99
  - remanente, 288
  - dente-de-serra, 685
  - derivada, 366-67, 403
  - determinação de  $\Phi$ , 297-99
  - determinantes, 201, 759-65
  - diagrama(s)
    - de admitâncias, 423-24, 425, 427, 428-29, 437, 456
    - de blocos, método dos, 136-40
    - de fasores, 403, 404, 405-06, 407, 408-09, 411-13, 414, 417, 420, 426, 427, 429, 433-34, 456
    - de fiação, 151-52
    - de impedâncias, 408-11, 412, 414, 456
    - diamagnético, 286, 308
    - dielétrico, 248-49, 281
    - diferença de potencial (ddp), 24, 31, 35
    - diferenciação, 367
    - dina, 6-7
    - dina-centímetro, 6-7
    - diodo, 63, 78, 355, 685-86
    - dipolos, 248
    - disco rígido, 300-03
    - disjuntor, 71, 78
    - domínios, 291, 308
    - Dufay, Charles, 3
    - utilidade, 35

## E

  - Edison, Thomas, 4
  - efeito(s)
    - Cooper, 45, 59
    - da carga (sobre voltmímetro), 124-25
    - da temperatura, 28-29, 36, 42-44
    - coeficiente da resistência, 44
    - resistor, 36, 42-44
    - de borda, 247, 281, 295
    - Edison, 4, 18
    - Josephson, 47
    - Meissner, 47, 59
    - pelicular, 553, 562
  - eficiência, 66-68, 78
  - EHF, 337-38
  - Einstein, 45
  - círculo
    - imaginário, 380
    - real, 380
  - elektron, 3
  - eletricidade estática, 3, 18
  - eletrodinamômetro, 355, 364
  - usado como wattímetro, 552
  - eletrodo, 25
  - eletroímã, 284, 293-94
  - eletrolítico, 24-26, 35
  - eletromagnetismo, 3, 18, 282, 308
  - elétron(s), 19-24, 30, 35
  - de valência, 30
  - livre, 21-23, 35

energia, 6-8, 18, 23-24, 67, 68-74, 78, 271, 314, 317-18,  
541, 543-45, 565-66  
- armazenada, 305, 314-17, 324  
- elétrica, 335  
- potencial, 23-24, 35  
Eniac, 4, 18  
entrefreiros, 295-96  
era do estado sólido, 5  
erg, 6-7  
escala  
- analógica, 32  
- logarítmica, 54  
escoamento de cargas, 23, 80-81, 108  
especificação de ohms/volt, 124-25, 134  
estator, 335

## F

faixas de frequência, 568-70, 589  
Farad, 247-48  
Faraday, Michael, 3-4, 247, 282  
fasores, 389-93, 403  
fator de potência, 378-79, 403, 412, 413, 414, 422, 426,  
428, 429-30, 434, 437, 458, 463, 522-23, 541-42, 565,  
668-69, 669-70, 671  
- adiantado, 379, 403  
- atrasado, 379, 403  
fator de qualidade  
- ressonância em paralelo, 575-80, 589  
- ressonância em série, 565-67, 589  
fem, 24  
ferromagnético, 310, 311, 553, 717  
FET, 474  
filme de poliéster, 253-54  
filtro(s), 595-632  
- análise computacional, 627-32  
- ativo, 595-96, 637  
- de banda de atenuação, 596-97, 604-05, 637  
- de banda de transmissão, 596-97, 601-04, 638  
- de banda dupla, 605-06, 628, 630, 638  
- gráficos de Bode, 606-27, 638  
- passa-altos, 595-96, 599-601, 606-10, 611-14, 617-21,  
623-25, 638  
- passa-baixos, 595-99, 610-11, 614-17, 623-25, 638  
- passivos, 596-632  
- R-C, 596-632  
fios circulares, 37  
Flaming, John Ambrose, 4  
fluxo  
- do campo elétrico, 245-48  
- do campo magnético, 312-13, 554  
- residual, 709, 711, 726  
fonte(s)  
- com divisor de tensão, 145-46  
- de alimentação, 29-30  
- de corrente, 30, 35, 163-67, 173-75, 201, 194-97  
- de corrente controlada por corrente, 527-28, 539  
- de corrente controlada por tensão, 528-29, 539  
- dependentes, 473-75, 477, 482-83, 483-84, 503, 508-10,  
520-22  
- de tensão, 83, 89-91, 121, 473-76  
- de  
- - em paralelo, 121  
- - em série, 83  
- - notação, 90  
- de tensão controlada por corrente, 528, 539  
- de tensão controlada por tensão, 527, 528  
- de tensão dependente entre nós escolhidos, 483  
- independentes, 473-75, 476-77, 478, 480-82, 483, 503,  
505-08, 518-20

força  
- coerciva, 288  
- eletromotriz, 24  
- magnetizante, 287-94, 308  
- magnetomotriz, 287, 308  
forma  
- polar, 381-82, 403  
- retangular, 380, 403  
forma(s) de onda  
- alternada, 334, 364  
- de ac. *Veja* Forma de onda senoidal, onda quadrada,  
onda triangular  
- pulsadas, 639-56  
- - amplitude, 640, 641-42, 657  
- - análise computacional, 653-56  
- - ciclo de operação, 642-44, 657  
- - ideal, 639, 657  
- - inclinação, 641-42, 657

- largura de pulso, 641, 642, 657  
- - nível de base, 640, 642, 644, 657  
- - pulso negativo, 641, 642-43, 657  
- - pulso positivo, 641, 642-43, 657  
- - real, 639-42, 657  
- - taxa de repetição de pulsos, 642-44, 657  
- - tempo de descida, 641, 657  
- - tempo de subida, 641-42, 657  
- - transientes em circuitos R-C, 644-55  
- - trem de pulsos periódico, 642-44, 657  
- - valor médio, 644-45  
- - triangular, 334, 685  
FORTRAN, 14  
fótons, 335  
Fourier, Barão Jean, 686  
Franklin, Benjamin, 3  
frequência, 338-39, 364  
- de corte, 568-70, 589  
- natural, 563-64  
freqüencímetro, 356, 365  
função ímpar, 686, 690, 701  
função par, 687  
fusível(is), 71, 78

## G

Galvani, Luigi, 3  
galvanômetro de d'Arsonval, 148-50, 162, 285  
ganho(s)  
- de corrente  $A_c$  e  $A_p$ , 732-33  
- de potência, 733-34  
- de tensão  $A_{v_{NL}}$ ,  $A_v$ ,  $A_{vT}$ , 730-32  
- sem carga, 730  
garrafa de Leyden, 3, 18  
gauss, 286, 769  
Gauss, Karl Friedrich, 282  
gerador  
- ac, 335, 658  
- bifásico, 658  
- de, 29, 35, 93-95  
- de sinais, 335  
- monofásico, 658-59, 684  
- tipo  $\Delta$ , 665-67, 684  
- tipo Y, 660-65, 684  
- trifásico, 659-62  
germânio, 31, 42  
gilbert, 769  
Gilbert, William, 3  
gráfico(s)  
- de Bode, 606-628, 638  
- log-log, 591, 638  
graus  
- Celsius, 6-7, 43-44  
- centígrados, 6-7  
- Fahrenheit, 6-7  
Gray, Stephen, 3  
Guericke, Otto von, 3

## H

harmônicos, 687-89, 701  
henry, 310, 703  
Henry, Joseph, 310  
Hertz, Heinrich Rudolph, 4, 336  
histocresce, 287-91, 308  
hp (horsepower), 64, 78

## I

ímã, 47  
- permanente, 282, 284, 308  
impedância(s), 405, 406, 408, 422-23  
- acopladas, 713  
- refletida, 708-09, 726  
inclinação, 641-42, 657  
indicador de sequência de fases, 674, 684  
indução eletromagnética, 3  
indutância, 702-06, 711-12  
- métrica, 702-06, 712-13, 720, 726  
- - acopladas, 704-06  
- - convenção do ponto, 705-06  
indutor, 271, 311-28  
- análise computacional, 325-28  
- aplicações, 312  
- auto-indutância, 310-11, 333  
- circuitos ac, 368-69, 373, 375-77

- circuitos dc, 323-24  
- constante de tempo, 315-17  
- de núcleo de ar, 310-11, 312  
- em paralelo, 322-23  
- em série, 322-23  
- encapsulados, 312  
- energia armazenada, 314-17, 324-25  
- lei de Faraday, 309-10, 333  
- lei de Lenz, 310, 333  
- PSpice, 441-47  
- reatância, 369  
- resposta de frequência, 374-77  
- tensão induzida, 309-10, 312-14  
- teorema de Thévenin, 321  
- tipos, 311-12  
- toroidal, 312  
- transientes, 314-22  
- valores iniciais, 319-20  
- valores padrão dos, 312  
instrumentação, 350-51, 354-55, 595, 694  
integração, 349, 371  
intensidade  
- de campo elétrico, 245-48, 281  
- de campo magnético, 46, 309-10  
interruptor de corrente por falha no aterramento (ICFA),  
23, 71  
inversor, 335  
ions, 21, 23  
- positivo, 21, 35  
isolantes, 30-31, 35, 43, 247

## J

joules, 6-7, 18, 23-24, 64, 68-69

## K

kclvin, 6-7, 18  
Kirchhoff, Gustav Robert, 4, 83

## L

legislação norte-americana, 151  
lei  
- de Ampère para circuitos, 282, 291-92, 308  
- de Coulomb, 20, 35, 246, 281  
- de Faraday, 301-02, 309-10, 333, 553, 703, 706-07  
- de Kirchhoff para correntes  
- - em circuitos ac, 425-26, 427, 429, 458-59, 481, 481-83,  
509, 521-22, 710, 742  
- - em circuitos dc, 116-18, 134, 164, 167-75, 177-81  
- de Kirchhoff para tensões  
- - em circuitos ac, 410, 411, 413, 414, 460, 476, 477, 509,  
516, 521-22, 605, 660, 738-39, 742  
- - em circuitos dc, 83-87, 108, 164, 168-75, 177  
- de Lenz, 310, 333  
- de Ohm (definição de resistência), 2, 3, 60-64, 78, 286-  
87  
Leibniz, Gottfried Wilhelm von, 4  
libra, 6-7, 18  
libra-pé, 6-7  
linear, 163  
linguagem, 18  
- C, 14  
linhas  
- de campo, 46-47, 245-48, 282-87, 291-99, 308, 309-10  
- de fluxo do campo elétrico, 281  
- de força do campo magnético, 46-47  
logarítimos  
- decibéis, 593-95  
- decimais, 590-95  
- ganho de tensão, 594-95  
- naturais (neperianos), 590-91, 592  
- propriedades, 592-93  
- resposta auditiva humana, 594-95  
LVDT, 715-16

## M

malcabibilidade, 35  
malha fechada, 108  
Marconi, Guglielmo, 4  
MathCad, 169, 177, 179, 184, 388-89, 479, 482, 485,  
755  
Maxwell, James Clerk, 3, 282  
medidas de fase, 346, 438-39

## medidor(es)

- de ac, 355-57
- de capacitâncias, 254
- de fator de potência, 552
- de potência, 66, 79, 552-55, 670-72
- de quilowatts-hora, 69, 79
- de rms verdadeiro, 354, 694
- megohmmetro, 150, 162
- menor, 15, 18
- métodos de análise, 163, 168-85, 476-87, 503
- de redução e retorno, 136
- dos dois wattímetros, 670-72, 684
- dos três wattímetros, 670, 684
- em ac
  - análise computacional, 493-97
  - das correntes de malha, 476-80
  - das tensões nodais, 480-87
- em dc
  - análise computacional, 191-94
  - das correntes de malha, 163, 171-77, 201
  - das correntes de ramo, 164, 168-71, 201
  - das tensões nodais, 163, 177-84, 201
- metro, 18
- microbar, 594-95
- microfone, 300
- MicroSim PSpice A/D Circuit Analysis User's Guide with Schematics*, 469
- miliohmímetro, 150
- milis circulares (CM), 37-42, 59
- MKS, sistema de unidades, 6-8, 18
- mobilidade, 30
- MRI, 304-05
- Muller, Alex, 45
- multímetro digital (MMD), 32, 53, 350, 354, 356
- Musschenbroek, Pieter van, 3

## N

- neutro, 660, 662-63, 684
- newton, 6-7, 18, 20, 34
- newton-metro, 6-7
- nível de base, 640, 642, 644, 657
- nó, 33, 35, 72-74, 75, 134, 168-69, 177, 201
- normalização, 597
- Norton, Edward L., 216
- notação, 89-93
- científica, 10, 18
- de ponto fixo, 10
- de ponto flutuante, 10
- duplo índice, 90
- fontes de tensão, 89-90
- índice único, 90
- terra, 89-90
- núcleo, 19-21, 35
- números complexos, 379-89, 403
- adição, 384
- calculadoras científicas, 388-89
- complexo conjugado, 383, 403
- conversões, 381-83
- divisão, 386-87
- eixo imaginário, 380
- eixo real, 380
- fasores, 389-93
- forma polar, 381
- forma retangular, 380
- métodos computacionais, 388, 393-99
- multiplicação, 385-86
- subtração, 384-85
- técnicas de conversão, 387-89

## O

- Oersted, Hans Christian, 3, 282
- ohm, 2, 36, 59
- Ohm, Georg Simon, 2, 3, 61
- ohmmetro em série, 149, 162
- ohmmetros, 53-54, 59, 148, 149-50
- oitava, 608
- onda(s)
  - eletromagnéticas, 4, 553
  - quadrada, 334, 348-49, 646-51, 657, 685, 691-92
- oscilação, 641
- oscilador, 4
- osciloscópio, 151, 339, 350-51, 356-57, 365, 373, 438-39, 650-53, 729-30
- de traço duplo, 356, 438-39, 729

## P

- paramagnético(s), 286, 308
- parâmetros
  - de admitância, 739-42, 752
  - de impedância
    - sistemas com duas portas, 736-39, 752
    - $Z_o$ , 728-30, 742-45, 752
  - híbridos, 741-44, 752
- PASCAL, 14, 75
- Pascal, Blaise, 4
- perdas
  - por histerese, 552, 553-54, 562, 706, 709
  - por radiação, 553, 562
- período, 336, 365, 685-86
- permeabilidade, 286-88, 308, 310
- relativa, 286-88, 308
- permissividade, 248-50, 281
- relativa, 248-50, 281
- peso específico, 25, 35
- piezoelétrico, 300
- pilha (bateria), 3, 25-29, 35
- ponte
  - de comparação de capacitâncias, 490
  - de Hay, 488-90, 503
  - de Maxwell, 487, 490, 503
- Popov, Aleksandr, 4
- potência
  - aparente, 541-42, 562, 668, 669, 716-17, 718
  - em circuitos trifásicos, 668, 669
  - de quadratura, 545
  - em circuitos ac, 410, 412, 413, 414, 425-26, 428, 429, 437, 458, 463, 540-62, 708-09, 716-18
  - aparente, 541-42, 562
  - circuito em série, 410, 411, 413, 414
  - circuito em série-paralelo, 458, 463
  - circuito resistivo, 541
  - circuitos em paralelo, 425-26, 428, 429, 437-38
  - correção do fator de potência, 549-52, 562
  - fator de potência, 541-42, 552-53
  - média, 541-42, 562
  - medidores de fator de potência, 552-53
  - potência reativa, 542-47, 562
  - sistemas trifásicos, 667-70
  - transformadores, 708-09, 716-18
  - triângulo de potências, 545-46
  - wattímetros, 552-54
  - em circuitos dc, 64-66, 79
  - fasorial, 545
  - média, 377-79, 403, 540-41, 565, 667, 668-69, 670
  - em circuitos trifásicos, 667, 668-69, 670
  - real, 546
  - reativa, 542-47, 562, 565-66, 575, 667-70
  - em circuitos trifásicos, 667-70
- potencial, 24
- potências de dez, 8-12
- adição, 9
- divisão, 10
- formato, 8-9
- multiplicação, 9-10
- notação científica, 10
- operações básicas, 9-10
- potenciação, 10
- prefixos, 11
- subtração, 9
- potenciômetro, 48-51, 59
- ligação de uma carga, 146-48
- ppm/°C, 44, 59
- pré-sinal, 641
- prefixos, 11
- primário, 702-04, 709-10, 712-15, 717-18, 726
- PROBE, 235-38, 244
- programa, 14, 18
- próton, 19-21, 35
- PSpice, 15, 18, 32-33, 72-76
- análise de sistemas, 746-49
- Apêndice A, 754-55
- arquivo de entrada, 72-74
- arquivo de saída, 72-74, 74
- capacitores, 271-75, 393-95
- circuito em paralelo (ac), 446-47
- circuito em paralelo (dc), 125-26
- circuito R-C em série, 440-43
- circuito R-L em paralelo, 446-47
- circuito R-L em série, 443-45
- circuitos em série (ac), 440-46
- circuitos em série (dc), 96-99
- circuitos em série-paralelo (ac), 461-66

- circuitos em série-paralelo (dc), 152-54
- entrada R, 56
- filtros, 627-32
- fontes controladas, 525-32
- fontes de tensão, 33
- indutores, 393, 443-48
- lei de Ohm, 72-75
- métodos de análise (dc), 191-93
- nodal(jc) (ac), 493-95
- ponte (ac), 494-95
- resposta a pulsos, 653-56
- ressonância, 583-85
- sistemas trifásicos, 674-77
- teorema de Thévenin (ac), 525-27, 529-32
- teoremas (dc), 231-38
- transformadores, 720-23
- transientes em circuitos R-L, 325-28
- pulso
  - negativo, 641, 641-42, 657
  - positivo, 641, 641-42, 657

## Q

- quilograma, 6-8, 18
- quilowatt-hora, 69-71

## R

- radianos, 339-42
- rádio, 4
- raios X, 4
- ramo, 81, 108
- corrente(s) de, 168-71
- método das, 163, 168-71, 201
- reatância, 369, 370, 403
- de capacitores, 370
- de indutores, 369
- recíproco, 384, 387, 403
- regra
  - da mão direita, 283-84
  - dos divisores de corrente
  - em circuitos ac, 430, 456, 458-59, 463, 505-07, 508, 514, 520
  - em circuitos dc, 118-21, 134
  - dos divisores de tensão
  - ac, 415-16, 456, 459-61, 510-11, 523-25, 566, 650, 709
  - dc, 87-89, 108
- regulação de tensão, 95, 108
- relação(ões)
  - de espiras, 707-08, 715, 726
  - de fase, 344-47, 373
- TIB, 46-47
- relé, 296
- reed, 304
- rels, 286
- relutância, 286, 308
- reostato, 48-51, 59
- resistência, 36-56, 59, 367-68, 374
- célula fotocondutora, 54-55
- código de cores, 51-53
- coeficiente de temperatura, 44
- condutância, 53
- efetiva, 562
- entrada R, 56
- fios circulares, 37-42
- geométrica, 552
- interna, 93-95, 108, 731
- laminar, 42, 59
- milis circulares, 42
- ohmmetros, 53-54
- PPM, 44-45
- resposta de frequência, 374
- temperatura absoluta inferida, 43-44
- unidades métricas, 41-42
- resistividade, 37-42, 59
- resistência laminar, 42
- siemens, 53
- símbolo, 36
- supercondutores, 45-48
- tabelas de fios, 39-41
- termistores, 54
- tipos, 48-51
- valores padrões, 52
- variação com a temperatura, 36, 42-44, 48
- varistores, 55
- resistor(es)
  - auxiliar, 728-30

- de filme metálico, 49
- fixos, 48
- variável, 48-51
- resposta de frequência
  - de capacitores, 374-77
  - de circuitos *R-C*, 417-21
  - de circuitos *R-C* em paralelo, 434
  - de circuitos *R-L*, 421
  - de circuitos *R-L* em paralelo, 430-34
  - de indutores, 374-77
  - de resistores, 374
- ressonância, 47, 563-86, 603-04, 605-06
  - análise computacional, 583-86
  - banda passante, 568-70, 575, 578, 589
  - conclusões, 578-79
  - efeito de  $Q$ ,  $\geq 10$ , 577-80
  - em paralelo, 572-83, 602-04, 605-06
  - em série, 564-73, 602-03, 605-06, 711
  - faixas de frequências, 568-70
  - fator de qualidade, 565-66, 575-80, 589
  - $f_{\text{res}}$ , 575, 577-78
  - $f_{\text{L}}$ , 573-74, 577-78
  - $f_{\text{H}}$ , 566
  - gráfico de fase, 568, 576
  - magnética, 47, 285, 304-05
  - seletividade, 568-70, 575-76, 589
- retificação, 29, 35, 355-56, 685-86, 691-92
  - de meia onda, 685-86
  - de onda completa, 355
- retificador
  - de meia onda, 355, 686
  - em ponte, 355
- rigidez dielétrica, 31, 250-51, 281
- roda de Leibniz, 4
- Röntgen, Wilhelm, 4
- rotor, 335, 658-59

**S**

- secundário, 702-04, 709-11, 712-15, 717, 726
- segundo, 18
- semicondutores, 31, 35, 63-64
- semilog, papel para gráficos, 591, 638
- senóide. *Véja* Tensões e correntes senoidais.
- sensibilidade
  - de corrente, 148-50
  - de tensão, 149
- sensor de efeito Hall, 302-04
- sentido convencional da corrente, 23, 80-81, 108
- seqüência de fases, 661-62, 666
- série de Fourier, 686-96, 701
  - analisador de onda, 688
  - componente fundamental, 686
  - função ímpar, 686, 691, 701
  - função par, 687, 701
  - harmônicos, 687-89, 701
  - resposta de circuitos, 692-96
  - simetria axial, 687, 701
  - simetria central, 686, 701
  - simetria de meia onda, 687-88, 701
  - simetria especular, 687, 701
  - valor eficaz, 692-95
- servomecanismo, 655
- Shockley, William, 5
- SI (sistema de unidades), 6-7, 18
- siemens, 53, 422-23
- silício, 31, 42, 554
- símbolos, 13
- simetria
  - axial, 687, 701
  - central, 686, 701
  - especular, 687-88, 701
- sintonia, 563-64
- sistema(s)
  - com duas portas, 727-48
  - de gravação, 299
  - de som, 714-15
  - em cascata, 734-36
  - inglês de unidades, 6-8
  - métrico de unidades, 6-8
  - polifásicos
    - análise computacional, 674-78
    - cargas desequilibradas (não-equilibradas), 672-74, 684
    - gerador tipo  $\Delta$ , 665-67, 684
    - gerador trifásico, 659-60
    - geradores tipo Y, 660-65, 684
    - medidas, 670-72, 684
  - potência, 667-70
  - seqüência de fases, 661-62, 666
  - $\Delta$ - $\Delta$ , 666-67
  - $\Delta$ -Y, 666-67
  - Y- $\Delta$ , 663-65
  - Y-Y, 662-63
  - sing, 6-7, 18
  - sobre-sinal, 641
  - software, pacotes de, 15, 18
  - soluções dos problemas com numeração ímpar, 772-80
  - SQUID, 47, 59
  - Steinmetz, Charles Proteus, 389
  - super-heteródino, 4
  - supercondutores, 45-48, 59
    - aplicações, 47-48
    - cerâmica, 45-46
    - efeito Cooper, 45
    - efeito Meissner, 47
    - introdução, 45
    - relação TIB, 46-47
    - supermalha, 477
  - superposição
    - ac, 504, 10, 539
    - fontes dependentes, 508-10
    - fontes independentes, 505-08
    - dc, 202-08, 244
  - susceptância, 422, 456

## T

- tabelas de fios, 39-41
- taxa de repetição de pulsos, 642-44, 657
- técnicas para pesquisar defeitos, 125-26
- televisão, 4
- temperatura
  - absoluta inferida, 43-44, 59
  - crítica, 46
  - em graus Celsius, 6-7
  - em graus centígrados, 6-7
  - em graus Fahrenheit, 6-7
  - em kelvins, 6-7
- tempo
  - de descida, 641, 657
  - de subida, 641-42, 657
- tensão, 23-30, 62-66
  - de pico, 253, 281
  - de ruptura, 250, 281
  - de trabalho, 253, 281
  - induzida, 309-17, 312-14, 333
- teorema
  - ac, 505-32
  - análise computacional, 525-32
  - da reciprocidade
    - ac, 525, 539
    - dc, 230-31, 244
  - da substituição
    - ac, 525, 539
    - dc, 229-30, 244
  - da superposição
    - ac, 504-10
    - dc, 202-07, 244
  - da transferência máxima de potência, 770-71
  - em ac, 522-25, 539
  - em dc, 219-26, 244
  - dc, 202-38
  - análise computacional, 231-38
  - de Millman, 226-29, 244, 525, 539
  - em ac, 525
  - em dc, 226-29, 244
  - de Norton
    - em ac, 518-23, 539
    - fontes dependentes, 520-22
    - fontes independentes, 518-20
    - em dc, 216-20, 244
  - de Pitágoras, 546
  - de Thévenin
    - ac, 509-18, 522-25, 539, 651
    - fontes dependentes, 513-18
    - fontes independentes, 510-13, 518
    - máxima de potência, 522-25
    - dc, 208-16, 219-26, 244, 265-67, 317, 321
    - máxima de potência, 219-26
  - teoria dos domínios para o ferromagnetismo, 289
  - termistores, 43, 54, 59
  - terra do chassis, 150
  - tesla, 284-85

- Tesla, Nikola, 386
- Thévenin, Leon-Charles, 208
- transformadores, 285, 294-95, 702-24
  - abaixador de tensão, 707-08, 726
  - análise computacional, 720-24
  - autotransformador, 718, 726
  - características do isolamento, 715-16
  - casamento de impedâncias, 713-15
  - circuito equivalente, 709-12
  - coeficiente de acoplamento, 703-04, 706, 726
  - com derivação e mais de uma carga, 718-20, 726
  - convenção do ponto, 705-06, 718, 726
  - dados fornecidos pelo fabricante, 716-17, 726
  - de núcleo de ar, 712-13, 717
  - de núcleo de ferro, 702-12, 716-23
  - de pulsos, 718
  - diferencial linear variável, 715-17
  - efeito da frequência, 711-13
  - elevador de tensão, 707-08, 726
  - impedância refletida, 708-09, 726
  - indutância mútua, 702-06, 712-13, 720, 726
  - potência, 708-09, 716-18
  - primário, 702-04, 709-11, 712-15, 717, 726
  - relação de espiras, 707-08, 715, 726
  - secundário, 702-04, 709-11, 712-15, 717, 726
  - tipos, 717-18
- transientes
  - em circuitos *R-C*, 256-65, 281, 644-55
  - em circuitos *R-L*, 314-22, 325-28
- transistor, 5, 18, 141-42, 162, 164, 271, 460-62, 474, 487-88, 512-13, 582-83
- trem de pulsos periódico, 642-44, 657
- triângulo de potências, 545-47, 566
- triodo, 4

## U

- unidades de medida, 5-8

## V

- VA, 542
- valor(es)
  - de pico, 337, 365
  - eficaz, 352-55, 365, 693-96
  - iniciais, 644-46
  - instantâneo, 320-21, 365
  - médio, 347-52, 365, 643-45
  - para formas de onda pulsadas, 643-45
  - padrões (R), 52
  - pico a pico, 337, 365
  - rms, 353
- válvula de Fleming, 4, 18
- VAR, 543
- variação do fluxo, 310
- varistor, 55, 59
- velocidade
  - angular, 341, 342, 365
  - da luz, 4, 45
- VLF, 337-38
- volt, 2, 23-24, 35
- volt-ampère, 542
- reativos, 543
- volt-ohm-miliamperímetro (VOM), 32, 54
- Volta, Alessandro, 2, 3
- voltímetros, 31-32, 35, 124-25, 149, 150-51
- efeito da carga, 124-25
- projeto, 149, 150-51
- VOM, 32, 54, 355

## W

- watt, 64-66
- Watt, James, 64
- watt-hora, 69
- watt-segundo, 69
- wattímetro digital, 552
- weber, 284-85
- Weber, Wilhelm Eduard, 284-85
- WINDOWS, 15
- Wu, Man Kven, 46

## Z

- zero absoluto, 43, 59

