

DISPOSITIVOS ELETRÔNICOS e teoria de circuitos

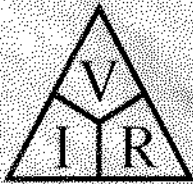
Parte 2

8ª Edição

Robert L. Boylestad
Louis Nashelsky



www.elsevier.com/locate/9780131054249



Lei de Ohm, Potência e Energia

4.1 LEI DE OHM

Considere a seguinte relação:

$$\text{Efeito} = \frac{\text{causa}}{\text{oposição}} \quad (4.1)$$

Qualquer processo de conversão de energia pode ser relacionado a uma equação desse tipo. Em circuitos elétricos, o *efeito* que desejamos estabelecer é o escoamento de cargas ou *corrente*. A *diferença de potencial* ou tensão entre dois pontos do circuito é a *causa* (análoga à diferença de pressão no escoamento de um fluido), e a *resistência* representa a oposição ao escoamento de cargas.

Substituindo estes termos na Equação (4.1), obtemos:

$$\text{Corrente} = \frac{\text{diferença de potencial}}{\text{resistência}}$$

e

$$I = \frac{E}{R} \quad (4.2)$$

A Equação (4.2) é conhecida como *lei de Ohm* em homenagem a Georg Simon Ohm (Fig. 4.1). * Esta expressão nos mostra claramente que, quanto maior a tensão aplicada

*A relação (4.2) não é na realidade o enunciado da lei de Ohm e sim a definição de resistência. Quando aplicamos uma diferença de potencial entre dois pontos de um material e medimos a corrente resultante, utilizamos a Equação (4.2) para calcular a resistência do material entre estes dois pontos *para esta tensão aplicada*. Se modificarmos o valor da tensão e novamente medirmos a intensidade da corrente, o valor da resistência obtido de (4.2) não será, em geral, o mesmo. Além disso, muitas vezes o valor da resistência depende também da polaridade da tensão aplicada. Atualmente consideramos enunciado correto da lei de Ohm o seguinte:

Para alguns materiais, chamados ôhmicos, o valor de R não depende do módulo ou da polaridade da tensão aplicada.

Talvez esta confusão se deva ao fato de Ohm, no seu artigo *Die Galvanisch Kette Mathematisch Bearbeitet*, publicado em 1827, ter, além de enunciar a lei que leva seu nome, introduzido também a definição de resistência. O enunciado que aparece no artigo de Ohm, como ressalta a nota biográfica na Fig. 4.1, sempre foi considerado um pouco confuso.

Na realidade, é de importância vital para a indústria eletrônica o fato de alguns materiais, e também de alguns componentes eletrônicos, não obedecerem à lei de Ohm. Ver *Física*, Halliday, Resnick, Krane, LTC-Livros Técnicos e Científicos Editora, Vol. 3, Cap. 32, 1996). (N.T.)

Alemão (Erlangen,
Colônia)
(1789-1854)
Físico e
Matemático
Professor de física,
Universidade de
Colônia



Cortesia da
Smithsonian Institution,
foto n.º 51.145.

Descobriu, em 1827, uma das mais importantes leis empíricas relativas a circuitos elétricos: a *lei de Ohm*. Quando publicou seus resultados pela primeira vez, Ohm apresentou uma documentação que foi considerada incompleta e incoerente, o que fez com que perdesse seu emprego de professor, passando a ganhar a vida realizando as mais diferentes tarefas, além de dar algumas aulas particulares. Foram necessários cerca de 22 anos para que seu trabalho fosse reconhecido como uma importante contribuição para o estudo da eletricidade. Ganhou então uma cátedra na Universidade de Munique, e recebeu a Medalha Copley da Royal Society em 1841. Realizou pesquisas também nas áreas de física molecular, acústica e comunicação telegráfica.

Fig. 4.1 Georg Simon Ohm.

aos terminais de um resistor, maior a corrente; por outro lado, para uma tensão fixa, quanto maior for a resistência, menor será a corrente. Em outras palavras, a corrente é proporcional à tensão aplicada e inversamente proporcional à resistência.

Utilizando novamente manipulações algébricas triviais, a tensão e a resistência podem ser explicitadas em termos das outras grandezas:

$$E = IR \quad (\text{volts, V}) \quad (4.3)$$

e

$$R = \frac{E}{I} \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (4.4)$$

O circuito da Fig. 4.2 ilustra as três grandezas envolvidas nas Equações (4.2) a (4.4). Quando ligamos os terminais de uma fonte de corrente contínua, cuja força eletromotriz é E volts, a um componente cuja resistência é R , aparece no circuito uma corrente I dada pela Equação (4.2). A Equação (4.3) nos diz qual é a tensão E necessária para fazer com que uma corrente I atravessasse um sistema cuja resistência total é R ; já a Equação (4.4) nos diz qual

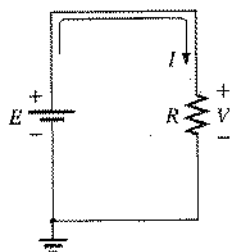


Fig. 4.2 Circuito básico.

é a resistência de um sistema que é percorrido por uma corrente I quando uma tensão E é aplicada aos seus terminais.

Observe, na Fig. 4.2, que a fonte de tensão “empurra” a corrente em um sentido tal que ela atravessa a bateria do terminal negativo para o positivo. No caso de circuitos com uma única fonte, é sempre isto que acontece. Em capítulos posteriores discutiremos o que ocorre quando temos mais de uma fonte presente no circuito. O símbolo E é usado para designar a tensão da bateria, enquanto a queda de tensão no resistor é simbolizada por V . Como, neste caso, os terminais da bateria estão ligados diretamente aos do elemento resistivo, a polaridade da queda de tensão entre os terminais do resistor é determinada pela polaridade da fonte.

EXEMPLO 4.1 Determine a corrente resultante quando conectamos uma bateria de 9 V aos terminais de um circuito cuja resistência é $2,2 \, \Omega$.

Solução: Da Equação (4.2):

$$I = \frac{E}{R} = \frac{9 \, \text{V}}{2,2 \, \Omega} = 4,09 \, \text{A}$$

EXEMPLO 4.2 Calcule a resistência de uma lâmpada de filamento de 60 W se, quando aplicamos uma tensão de 120 V aos seus terminais, ela é percorrida por uma corrente de 500 mA.

Solução: Da Equação (4.4):

$$R = \frac{E}{I} = \frac{120 \, \text{V}}{500 \times 10^{-3} \, \text{A}} = 240 \, \Omega$$

A Fig. 4.3(a) ilustra a polaridade da queda de tensão para o caso de um resistor isolado, com a corrente tendo o sentido indicado na figura. Uma inversão no sentido da corrente inverterá também a polaridade, como vemos na Fig. 4.3(b). O escoamento de cargas sempre se processa dos pontos de potencial mais alto (+) para os de potencial mais baixo (−). A determinação das polaridades pela observação do sentido da corrente é um método que se tornará cada vez mais importante em nossas análises posteriores.

EXEMPLO 4.3 Calcule a corrente que atravessa o resistor de $2 \, \text{k}\Omega$ da Fig. 4.4 se a queda de tensão entre seus terminais é 16 V.

Solução:

$$I = \frac{V}{R} = \frac{16 \, \text{V}}{2 \times 10^3 \, \Omega} = 8 \, \text{mA}$$

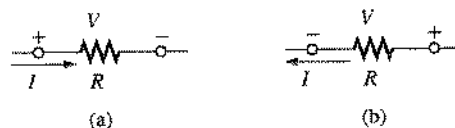


Fig. 4.3 Definição de polaridade.

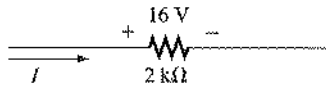


Fig. 4.4 Exemplo 4.3.

EXEMPLO 4.4 Calcule a ddp que deve ser aplicada ao ferro de soldar da Fig. 4.5 para que ele seja percorrido por uma corrente de 1,5 A. A resistência interna do ferro é 80 Ω.

Solução:

$$E = IR = (1,5 \text{ A})(80 \Omega) = 120 \text{ V}$$

4.2 GRÁFICOS V-I

O traçado de gráficos desempenha um papel importante em todos os campos da ciência e tecnologia, pois eles nos permitem obter, rápida e convenientemente, uma visão geral da resposta do sistema a uma influência externa.

Os gráficos V-I são muitas vezes denominados *curvas características*. Neste texto, ao traçarmos a curva característica de um componente, representaremos a corrente no eixo vertical (ordenada) e a tensão no eixo horizontal (abscissa), como ilustra a Fig. 4.6 (esta escolha dos eixos é utilizada para a maioria dos dispositivos eletrônicos). Observe primeiramente que o eixo vertical representa ampères, e o eixo horizontal representa volts. Pode ser conveniente, em alguns casos, utilizar no eixo vertical miliampères (mA), microampères (μA) ou qualquer outra unidade de corrente apropriada para o sistema em questão. É claro que isto também é verdadeiro para a escolha das unidades de tensão no eixo horizontal. Observe também que para os parâmetros escolhidos é necessário que o espaçamento entre os valores numéricos do eixo vertical seja diferente do espaçamento entre os valores numéricos do eixo horizontal. A linha reta obtida nos revela que a resistência deste elemento não depende da tensão aplicada (ou seja, este é o gráfico V-I de um componente que obedece à lei de Ohm). Para traçar o gráfico da Fig. 4.6, convencionamos o sentido da corrente e a polaridade ilustrados à direita na mesma figura. Se o sentido da corrente fosse invertido, deveríamos utilizar o semi-eixo vertical negativo para marcar os valores da corrente I . Se, por outro lado, a polaridade dos terminais do resistor fosse invertida, o semi-eixo horizontal negativo deveria ser utilizado para marcar os valores de V . No caso dos resistores

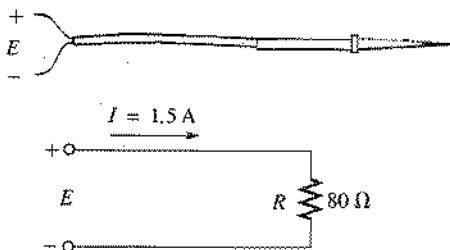


Fig. 4.5 Exemplo 4.4.

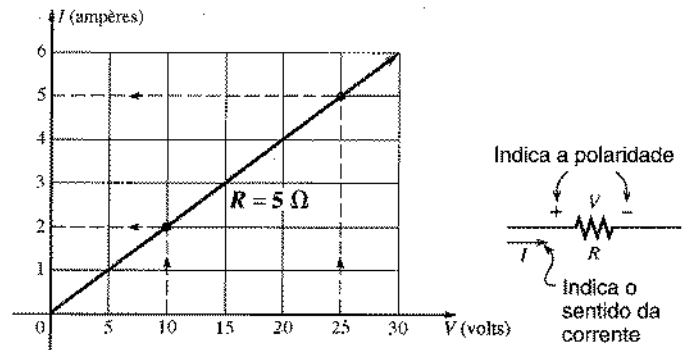


Fig. 4.6 Gráfico V-I para um resistor que obedece à lei de Ohm.

lineares (ôhmicos), o primeiro quadrante é suficiente para traçar a curva característica. Você encontrará, no entanto, no seu curso de eletrônica, muitos componentes para os quais será necessária a utilização de mais de um quadrante para a construção dos gráficos V-I.

Uma vez que um gráfico como o da Fig. 4.6 esteja disponível, podemos utilizá-lo para obter o valor de uma das quantidades envolvidas quando a outra é conhecida.* Por exemplo: se $V = 25 \text{ V}$, podemos traçar uma reta vertical na Fig. 4.6 do ponto 25 do eixo horizontal até a curva característica e determinar a corrente traçando uma reta horizontal até o eixo vertical, obtendo assim um resultado de 5 A. Da mesma forma, se $V = 10 \text{ V}$, se traçarmos uma reta vertical até a curva característica e uma reta horizontal até o eixo vertical, descobriremos que a corrente no resistor será de 2 A.

Se a resistência de um componente for desconhecida, mas o gráfico V-I em um certo intervalo for conhecido, podemos utilizar este último para determinar o valor da resistência em cada ponto. Se o componente obedecer à lei de Ohm no intervalo considerado, será suficiente obter a resistência para um ponto do gráfico, pois neste caso a curva característica é uma linha reta, tendo portanto inclinação constante. Basta escolher um ponto sobre a reta, ler no gráfico os valores da tensão e da corrente correspondentes e calcular R utilizando a equação:

$$R_{cc} = \frac{V}{I} \quad (4.5)$$

Vamos considerar, por exemplo, o ponto do gráfico na Fig. 4.6 de coordenadas $V = 20 \text{ V}$ e $I = 4 \text{ A}$. O valor da resistência resultante é $R_{cc} = V/I = 20 \text{ V}/4 \text{ A} = 5 \Omega$. No gráfico da Fig. 4.7, traçamos, para fins de comparação, as características V-I para dois resistores ôhmicos, um de 10 Ω e outro de 1 Ω. Observe que quanto menor o valor da resistência maior será a inclinação da curva V-I (a curva estará mais próxima da vertical).

*É claro que a precisão dos resultados obtidos por este método é limitada pela escolha das unidades nos dois eixos e, no caso de este gráfico representar um conjunto de valores experimentais, pela precisão das medidas destes valores; neste último caso, os resultados também são influenciados pela escolha do método de ajuste da curva aos pontos experimentais. (N.T.)

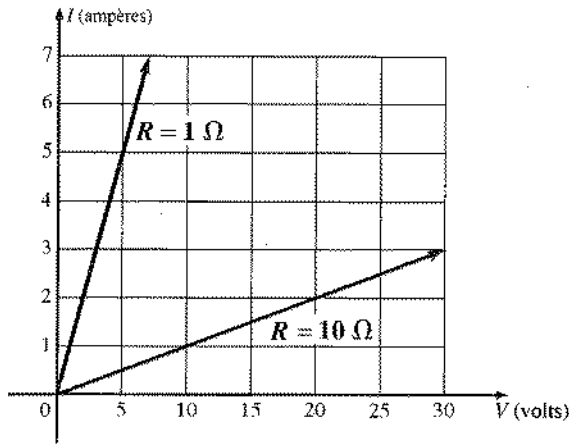


Fig. 4.7 Para um gráfico I - V de um resistor, quanto menor for a resistência maior será a inclinação da reta.

Se escrevermos a equação da curva característica de um resistor da forma a seguir e a compararmos com a equação cartesiana de uma reta

$$I = \frac{1}{R} \cdot E + 0$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$y = m \cdot x + b$$

descobriremos que a inclinação da reta é igual ao inverso do valor da resistência do componente, como indicado pela equação seguinte:

$$m = \text{inclinação} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\Delta I}{\Delta V} = \frac{1}{R} \quad (4.6)$$

onde Δ indica uma pequena variação da grandeza correspondente.

A Equação (4.6) mostra claramente que quanto maior a resistência, menor a inclinação. Esta equação também pode ser utilizada na forma a seguir para determinar a resistência a partir de um gráfico V - I linear:

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I} \quad (\text{ohms}) \quad (4.7)$$

Esta expressão nos diz que se escolhermos um certo ΔV (ou ΔI), o ΔI (ou ΔV) correspondente pode ser obtido do gráfico, como ilustra a Fig. 4.8, e a resistência pode ser determinada. Se o gráfico V - I não for uma reta, a Equação (4.7) nos dará um valor aproximado da resistência na região em torno de um ponto do gráfico, e a aproximação é melhor à medida que escolhermos variações cada vez menores.* É evidente, neste caso, que o valor da resistência depende da tensão aplicada, isto é, este componente *não obedece à lei de Ohm*.

*A rigor, o valor da resistência no ponto considerado será numericamente igual ao coeficiente angular da reta tangente à curva neste ponto, ou seja, ao valor numérico da derivada dV/dI neste mesmo ponto. (N.T.)

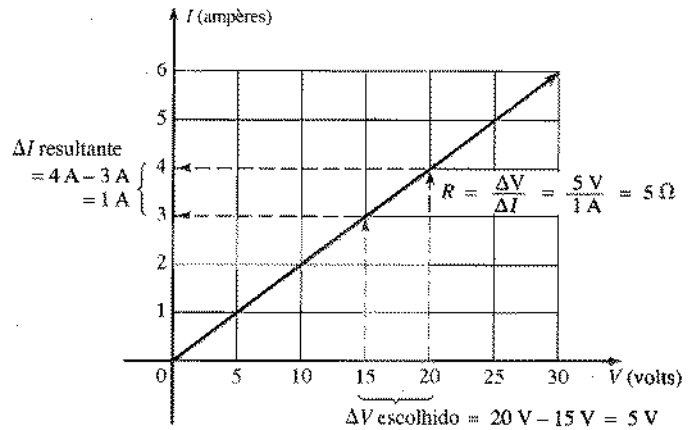


Fig. 4.8 Aplicação da Equação (4.6).

EXEMPLO 4.5 Determine a resistência associada ao gráfico da Fig. 4.9 utilizando as Equações (4.5) e (4.7), e compare os resultados.

Solução: Para $V = 6$ V, $I = 3$ mA e

$$R_{cc} = \frac{V}{I} = \frac{6 \text{ V}}{3 \text{ mA}} = 2 \text{ k}\Omega$$

Para o intervalo entre 6 V e 8 V,

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{2 \text{ V}}{1 \text{ mA}} = 2 \text{ k}\Omega$$

Os resultados são idênticos.

Antes de encerrar este assunto, vamos analisar a curva característica de um componente semiconductor muito importante, o *diodo*, que será examinado com mais detalhes no curso de eletrônica básica. Um diodo se comporta como um resistor de resistência muito baixa se a corrente elétrica tenta atravessá-lo em um sentido e como um resistor de resistência muito elevada quando a corrente tenta atravessá-lo no sentido oposto. A Fig. 4.10 nos mostra a curva característica de um diodo típico. Os pequenos valores de corrente para tensões negativas nos permitem deduzir, sem a necessidade de nenhum cálculo, que esta é a re-

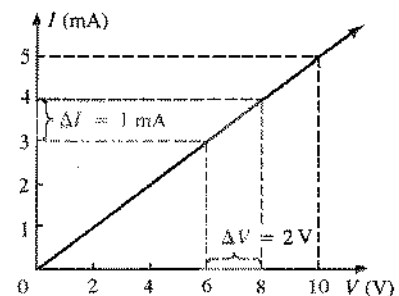


Fig. 4.9 Exemplo 4.5.

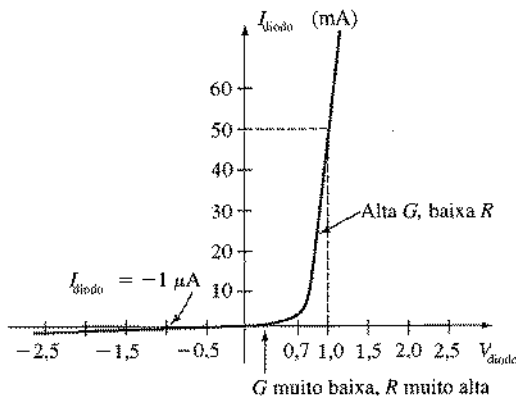


Fig. 4.10 Curva característica de um diodo semicondutor.

gião de baixa condutância (resistência alta). Note que esta região se estende até aproximadamente 0,7 V positivos. Para tensões aplicadas superiores a 0,7 V, no entanto, a subida quase vertical da curva característica indica que esta é uma região de alta condutividade (resistência baixa). Vamos agora aplicar a definição de resistência para verificar quantitativamente estas conclusões.

Para $V = +1$ V,

$$R_{\text{diodo}} = \frac{V}{I} = \frac{1 \text{ V}}{50 \text{ mA}} = \frac{1 \text{ V}}{50 \times 10^{-3} \text{ A}} = 20 \Omega$$

(um valor relativamente baixo para a maioria das aplicações).

Para $V = -1$ V,

$$R_{\text{diodo}} = \frac{V}{I} = \frac{1 \text{ V}}{1 \mu\text{A}} = 1 \text{ M}\Omega$$

(que pode ser considerado, em muitos casos, um circuito aberto).

4.3 POTÊNCIA

A *potência* é uma grandeza que mede quanto trabalho (conversão de energia de uma forma em outra) pode ser realizado em um certo período de tempo, ou seja, é a *rapidez* com que um trabalho é executado. Por exemplo: um grande motor elétrico tem mais potência do que um pequeno, porque é capaz de converter uma quantidade maior de energia elétrica em energia mecânica no mesmo intervalo de tempo. Como a energia é medida em *joules* (J) e o tempo em segundos (s), a potência é medida em joules/segundo (J/s). Esta unidade, muito utilizada (juntamente com seus múltiplos e submúltiplos) em eletricidade e eletrônica, recebeu o nome especial de *watt* (W). Assim

$$1 \text{ watt (W)} = 1 \text{ joule/segundo (J/s)} \quad (4.8)$$

A definição de potência média pode ser resumida pela expressão

$$P = \frac{W}{t} \quad (\text{watts, W, ou joules/segundo J/s}) \quad (4.9)$$

Escocês (Greenock, Birmingham)
(1736-1819)
Construtor de instrumentos e inventor
Eleito membro da Royal Society de Londres em 1785



Cortesia da Smithsonian Institution, foto n.º 30.391

Em 1757, com 21 anos de idade, utilizou seu talento inovador para criar instrumentos matemáticos como o *transferidor*, o *compasso* e vários tipos de *esquadros*. Introduziu em 1765 o uso de um condensador para aumentar a eficiência das máquinas a vapor. Registrou nos anos seguintes um grande número de patentes importantes referentes a inovações no projeto de máquinas, incluindo o movimento giratório para a máquina a vapor (em oposição ao movimento alternativo) e uma máquina de dupla ação, na qual o pistão empurrava e também puxava ao realizar seu movimento cíclico. Introduziu o termo *horsepower* para designar a potência média desenvolvida por um cavalo robusto ao puxar uma pequena carroça durante um dia de trabalho.

Fig. 4.11 James Watt.

onde a energia convertida W é medida em joules e o intervalo de tempo t é medido em segundos.*

O símbolo para energia ou trabalho realizado (W) será, ao longo deste texto, escrito em *itálico* para que não haja confusão com o símbolo de watt (W), que será sempre escrito em tipo comum. Como regra geral, em todos os capítulos onde são estudados circuitos de corrente contínua as variáveis estão em *itálico* e os símbolos das unidades, em tipo comum.

A unidade de potência na *SI*, o watt, recebeu este nome em homenagem a James Watt (Fig. 4.11), que realizou trabalhos fundamentais para o estabelecimento de padrões de medida de potência. Ele introduziu a unidade chamada *horsepower* (hp), que é mais utilizada em engenharia mecânica. Ela corresponde à potência média desenvolvida por um cavalo robusto ao puxar uma carroça durante um dia inteiro de trabalho. Esta potência corresponde aproximadamente a 50% a mais do que se pode esperar de um cavalo mediano.** A relação entre o hp e o watt é a seguinte:

$$1 \text{ horsepower} \approx 746 \text{ watts}$$

A potência consumida por um componente ou sistema elétrico pode ser calculada em termos da corrente que o atravessa e da tensão aplicada. Primeiramente substituímos a Equação (2.7) na Equação (4.9):

$$P = \frac{W}{t} = \frac{QV}{t} = V \frac{Q}{t}$$

*A Equação (4.9) só pode ser utilizada para calcular a potência se o trabalho for realizado a uma taxa constante. No caso mais geral em que W é função de t , a potência também é uma função de t , sendo obtida de $P = \frac{dW}{dt}$. (N.T.)

**O hp não deve ser confundido com outra unidade de potência que algumas vezes ainda é utilizada, o cavalo-vapor (CV), que equivale a 735,5 watts. (N.T.)



Mas

$$I = \frac{Q}{t}$$

e assim

$$P = VI \quad (\text{watts}) \quad (4.10)$$

Utilizando a definição de resistência, podemos obter para a potência duas outras expressões:

$$P = VI = V \left(\frac{V}{R} \right)$$

e

$$P = \frac{V^2}{R} \quad (\text{watts}) \quad (4.11)$$

ou

$$P = VI = (IR)I$$

e

$$P = I^2 R \quad (\text{watts}) \quad (4.12)$$

Podemos portanto calcular a potência absorvida pelo resistor da Fig. 4.12 utilizando várias expressões, dependendo das informações disponíveis. Se a corrente e a resistência forem conhecidas, será conveniente utilizar a Equação (4.12); se V e I forem conhecidas, será mais simples utilizar a Equação (4.10). Isto evita que tenhamos que aplicar a definição de resistência num cálculo intermediário antes de obter o resultado final.

Um sistema pode ceder ou consumir potência. Para distinguir entre as duas possibilidades, devemos observar a polaridade da tensão aplicada e o sentido da corrente que atravessa o sistema. No caso das fontes de tensão de corrente contínua, a potência estará sendo *cedida* pela fonte se o sentido da corrente for o ilustrado na Fig. 4.13(a). Note que este é o sentido da corrente em qualquer circuito com uma única fonte de fem. Se, por outro lado, o sentido da corrente e a polaridade da fonte forem os que aparecem na Fig. 4.13(b), devido à existência de mais de uma fonte no circuito, a bateria estará consumindo potência num processo muito semelhante ao que acontece quando está sendo carregada.

No caso de elementos puramente resistivos, toda a potência cedida é dissipada na forma de calor, qualquer que seja o sentido da corrente. Isto acontece porque neste caso a polaridade da ddp entre os terminais é determinada pelo sentido da corrente (e vice-versa), de tal modo que a corrente sempre entra pelo terminal de potencial mais alto, o que corresponde à situação em que a potência é consumida, como vemos na Fig. 4.13(b). Se na Fig. 4.12 o sentido da corrente for invertido, a polaridade da tensão entre os terminais também o será, reproduzindo novamente a situação ilustrada na Fig. 4.13(b).

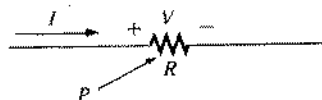


Fig. 4.12 Potência dissipada por um elemento resistivo.

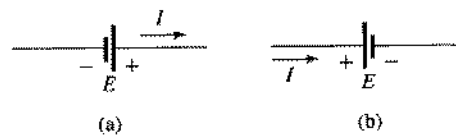


Fig. 4.13 Potência (a) fornecida; (b) dissipada por uma fonte.

O valor da potência cedida ou consumida por uma bateria é dado por:

$$P = EI \quad (\text{watts}) \quad (4.13)$$

onde E é a ddp entre os terminais da fonte e I é a corrente que a atravessa.

EXEMPLO 4.8 Calcule a potência consumida pelo motor de corrente contínua ilustrado na Fig. 4.14.

Solução:

$$P = VI = (120 \text{ V})(5 \text{ A}) = 600 \text{ W} = 0,6 \text{ kW}$$

EXEMPLO 4.7 Qual a potência dissipada por um resistor de 5Ω quando ele é percorrido por uma corrente de 4 A ?

Solução:

$$P = I^2 R = (4 \text{ A})^2 (5 \Omega) = 80 \text{ W}$$

EXEMPLO 4.8 Na Fig. 4.15 vemos a curva característica I - V de uma lâmpada de filamento. Observe que a curva é não-linear, o que mostra que a resistência da lâmpada varia consideravelmente com a tensão aplicada (lembre-se das observações da Seção 4.2). Se a tensão de operação da lâmpada é 120 V , calcule a potência dissipada. Calcule também a resistência da lâmpada para essas condições de funcionamento.

Solução: Para $V = 120 \text{ V}$,

$$I = 0,625 \text{ A}$$

$$P = VI = (120 \text{ V})(0,625 \text{ A}) = 75 \text{ W}$$

$$\text{Para } V = 120 \text{ V}, \quad R = \frac{V}{I} = \frac{120 \text{ V}}{0,625 \text{ A}} = 192 \Omega$$

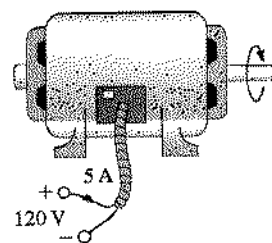


Fig. 4.14 Exemplo 4.6.

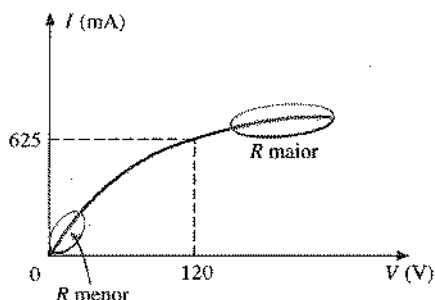


Fig. 4.15 Gráfico I - V não-linear de uma lâmpada de filamento de 75 W.

Algumas vezes conhecemos a potência e desejamos determinar a corrente ou a tensão. Através de manipulações algébricas extremamente simples, podemos obter expressões para cada uma destas grandezas, como se segue:

$$P = I^2 R \Rightarrow I^2 = \frac{P}{R}$$

e
$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} \quad (\text{ampères}) \quad (4.14)$$

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow V^2 = PR$$

e
$$V = \sqrt{PR} \quad (\text{volts}) \quad (4.15)$$

EXEMPLO 4.9 Determine a corrente que percorre um resistor de 5 k Ω quando ele dissipa 20 mW.

Solução: Da Equação (4.14):

$$I = \sqrt{\frac{P}{R}} = \sqrt{\frac{20 \times 10^{-3} \text{ W}}{5 \times 10^3 \Omega}} = \sqrt{4 \times 10^{-6}} = 2 \times 10^{-3} \text{ A} \\ = 2 \text{ mA}$$

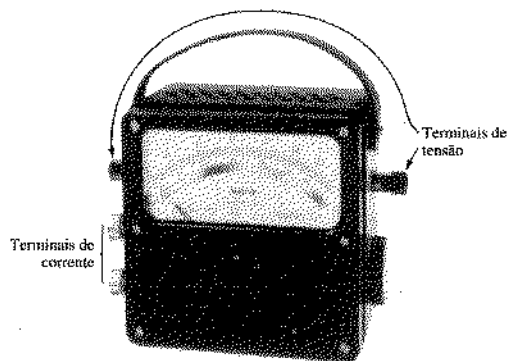


Fig. 4.16 Medidor de potência. (Cortesia da Electrical Instrument Service, Inc.)

4.4 MEDIDORES DE POTÊNCIA

Existem, como era de se esperar, instrumentos que podem medir a potência cedida por uma fonte a um elemento dissipativo. A Fig. 4.16 ilustra um destes medidores. Como a potência depende da tensão aplicada aos terminais do elemento e da intensidade da corrente que o percorre, temos que efetuar a ligação de quatro terminais, como ilustra a Fig. 4.17, para efetuar uma medida da potência dissipada pelo resistor R .

Se as conexões das bobinas de corrente (BC) e as das bobinas de tensão (BT) do medidor de potência forem as que vemos na Fig. 4.17, observamos uma deflexão do ponteiro no sentido crescente da escala. Se uma das bobinas estiver com a ligação invertida, ocorrerá uma deflexão do ponteiro no sentido contrário. Em alguns aparelhos existem três terminais de tensão para permitir uma escolha da faixa de valores. Em muitos medidores de potência, além disso, os terminais de corrente são maiores que os terminais de tensão por razões de segurança e também para permitir conexões mais firmes.

4.5 EFICIÊNCIA

A Fig. 4.18 ilustra o fluxo de energia em um sistema no qual a energia muda de forma. Observe em particular que, devido às perdas e, às vezes, ao armazenamento de energia no interior do

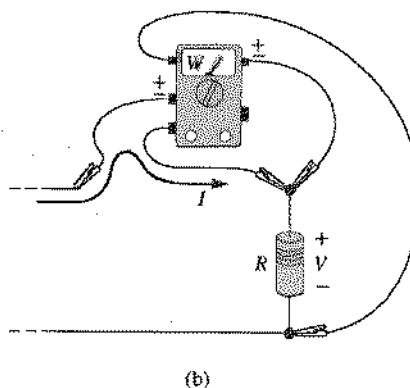
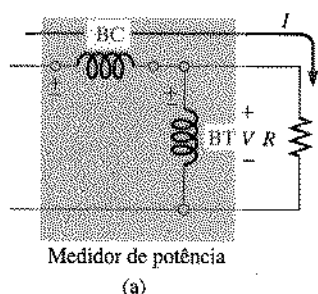


Fig. 4.17 Como conectar o medidor de potência corretamente.

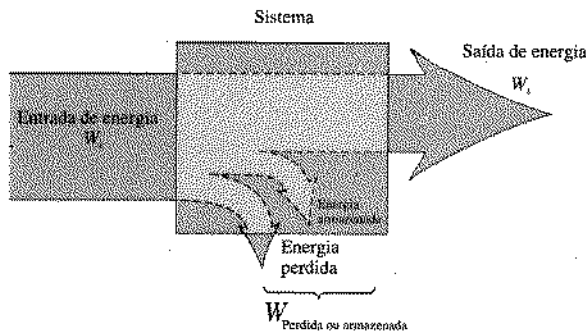


Fig. 4.18 Escoamento de energia em um sistema.

sistema, a quantidade de energia na saída é sempre menor do que a quantidade de energia que entrou no sistema. Como as perdas são inevitáveis, o máximo que podemos fazer é tentar reduzi-las tanto quanto possível, de modo que a diferença entre W_e e W_s seja também minimizada.

De acordo com a conservação da energia

Entrada de energia = saída de energia + energia perdida e armazenada no sistema

Dividindo ambos os lados desta igualdade por t , obtemos

$$\frac{W_e}{t} = \frac{W_s}{t} + \frac{W_{\text{perdida ou armazenada no sistema}}}{t}$$

Temos então, já que $P = W/t$:

$$P_e = P_s + P_{\text{perdida ou armazenada}} \quad (W) \quad (4.16)$$

Definimos a eficiência (η) do sistema através da seguinte relação:

$$\text{Eficiência} = \frac{\text{potência de saída}}{\text{potência de entrada}}$$

logo,

$$\eta = \frac{P_s}{P_e} \quad (4.17)$$

onde η (letra grega eta minúscula) é um número decimal compreendido entre 0 e 1. Em termos percentuais,

$$\eta\% = \frac{P_s}{P_e} \times 100\% \quad (4.18)$$

Em termos de energia de entrada e saída, a eficiência percentual é dada por

$$\eta\% = \frac{W_s}{W_e} \times 100\% \quad (4.19)$$

Teoricamente, a maior eficiência possível é 100%, o que equivale a $P_e = P_s$, ou seja, nenhuma energia é armazenada ou perdida pelo sistema. Na prática não existem sistemas sem perdas, e assim a eficiência é sempre menor que 100%. Naturalmente, quanto maiores forem as perdas, menor será a eficiência.

EXEMPLO 4.10 Um motor de 2 hp opera com 75% de eficiência. Qual a potência de entrada em watts? Se a tensão aplicada ao motor é 220 V, qual a corrente na entrada?

Solução:

$$\eta\% = \frac{P_s}{P_e} \times 100\%$$

$$0,75 = \frac{(2 \text{ hp})(746 \text{ W/hp})}{P_e}$$

$$P_e = \frac{1.492 \text{ W}}{0,75} = 1.989,33 \text{ W}$$

$$P_e = EI \text{ ou } I = \frac{P_e}{E} = \frac{1.989,33 \text{ W}}{220 \text{ V}} = 9,04 \text{ A}$$

EXEMPLO 4.11 Qual a potência de saída, em hp, de um motor cuja eficiência é 80%, sabendo-se que a tensão aplicada é 120 V e a corrente de entrada é 8 A?

Solução:

$$\eta\% = \frac{P_s}{P_e} \times 100\%$$

$$0,80 = \frac{P_s}{(120 \text{ V})(8 \text{ A})}$$

$$P_s = (0,80)(120 \text{ V})(8 \text{ A}) = 768 \text{ W}$$

$$\text{logo} \quad 768 \text{ W} \left(\frac{1 \text{ hp}}{746 \text{ W}} \right) = 1,029 \text{ hp}$$

EXEMPLO 4.12 Determine a energia cedida por um sistema para o qual $\eta = 0,85$, se a energia cedida ao sistema é 50 J.

Solução:

$$\eta = \frac{W_s}{W_e} \Rightarrow W_s = \eta W_e$$

$$= (0,85)(50 \text{ J})$$

$$= 42,5 \text{ J}$$

A Fig. 4.19 ilustra esquematicamente os componentes básicos de uma usina geradora (de energia elétrica). No caso especial da figura, a fonte de energia mecânica é uma queda-d'água,

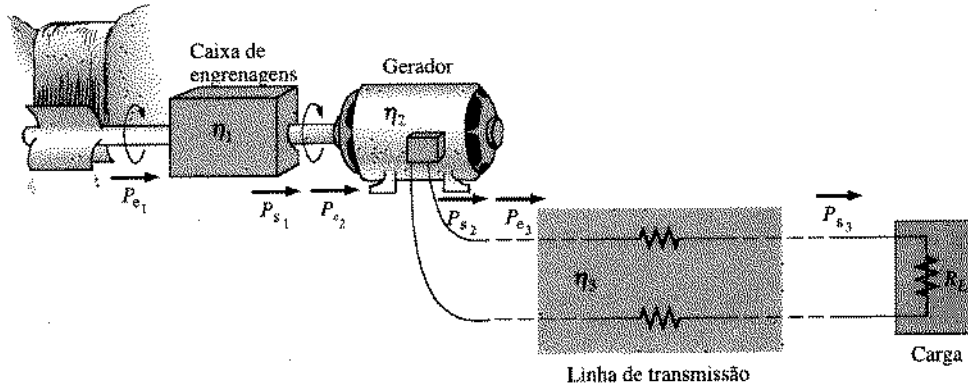


Fig. 4.19 Componentes básicos de uma usina geradora de energia elétrica.

que pode ser natural ou obtida através de represamento.* Um conjunto de engrenagens faz com que o eixo do gerador gire sempre com a velocidade angular adequada. Uma linha de transmissão transporta a energia elétrica até o consumidor final (carga). Indicamos para cada componente do sistema as potências de entrada e de saída. A eficiência de cada um destes subsistemas é dada por

$$\eta_1 = \frac{P_{s1}}{P_{e1}} \quad \eta_2 = \frac{P_{s2}}{P_{e2}} \quad \eta_3 = \frac{P_{s3}}{P_{e3}}$$

Se efetuarmos o produto dessas três eficiências,

$$\eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = \frac{P_{s1}}{P_{e1}} \cdot \frac{P_{s2}}{P_{e2}} \cdot \frac{P_{s3}}{P_{e3}}$$

e levamos em conta que $P_{e2} = P_{s1}$ e $P_{e3} = P_{s2}$, as simplificações resultantes levarão ao resultado final P_{s3}/P_{e1} , que expressa a eficiência do sistema como um todo. Para um sistema genérico com vários estágios como o representado na Fig. 4.20, temos

$$\eta_{\text{total}} = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 \cdots \eta_n \quad (4.20)$$

EXEMPLO 4.13 Calcule a eficiência total do sistema da Fig. 4.19 sabendo que $\eta_1 = 90\%$, $\eta_2 = 85\%$ e $\eta_3 = 95\%$.

*Usinas deste tipo, conhecidas como hidrelétricas, apresentam a vantagem de não necessitar, para sua operação, da queima de combustível ou de reações de fissão como acontece no caso das usinas termelétricas, nas quais um motor térmico aciona a turbina. Como o rendimento das máquinas térmicas é extremamente baixo e a sua operação produz sempre uma grande quantidade de poluentes, o impacto ambiental das termelétricas se estende ao longo de todo o seu tempo de operação. No caso das hidrelétricas, este impacto ocorre somente durante a sua instalação, quando é necessário alagar áreas anteriormente secas. As usinas nucleares, que são termelétricas, constituem um caso especial. Além do baixo rendimento comum a todas as termelétricas, podem causar, em caso de acidente, efeitos que não se limitam às vizinhanças de sua localização. Um acidente nas usinas nucleares localizadas em Angra dos Reis, por exemplo, acarretaria consequências graves para toda a população do município do Rio de Janeiro, mesmo as que vivem a mais de 100 km da usina. Além disso, é o único caso em que os efeitos podem também se estender no tempo, podendo gerar anomalias graves na descendência dos eventuais sobreviventes. (N.T.)

Solução:

$$\eta_T = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = (0,90)(0,85)(0,95) = 0,727, \text{ ou } 72,7\%$$

EXEMPLO 4.14 No caso de a eficiência η_1 cair para 40%, calcule a nova eficiência total e compare este resultado com o obtido no exemplo anterior.

Solução:

$$\eta_T = \eta_1 \cdot \eta_2 \cdot \eta_3 = (0,40)(0,85)(0,95) = 0,323, \text{ ou } 32,3\%$$

É claro que 32,3% é muito menor que 72,7%. Assim, o limite superior para a eficiência de um sistema de vários estágios (sistema em “cascata”) é dado pelo rendimento do subsistema menos eficiente.

4.6 ENERGIA

A potência de um sistema é, em geral, uma característica intrínseca que só depende de sua constituição interna. É claro que para que esta potência se traduza na realização de algum trabalho, o sistema deve ser *utilizado* durante um certo intervalo de tempo. É também óbvio que quanto maior for este intervalo de tempo, maior será o trabalho realizado e mais energia será consumida pelo sistema em questão (por exemplo, um motor).

Utilizando a definição de potência, podemos calcular a energia consumida ou cedida por um sistema:

$$W = Pt \quad (4.21)$$

Vemos então que podemos obter uma unidade de energia multiplicando uma unidade de potência por uma unidade de tempo. No Sistema Internacional esta unidade é o *joule* (Fig. 4.21),



Fig. 4.20 Sistema em “cascata”.

Inglês (Salford,
Manchester)
(1818-1889)
Físico
Doutor *honoris*
causa pelas
Universidades de
Dublin e Oxford.

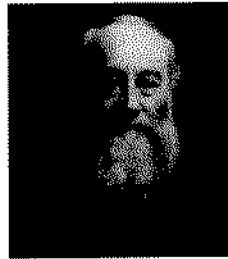


Foto do Arquivo Bettmann,
n.º 076800P.

Desempenhou papel importante no estabelecimento da *lei da conservação da energia*, demonstrando que dentro do limite do erro experimental a energia elétrica, a energia mecânica e a energia térmica podem ser consideradas manifestações diferentes de uma mesma entidade. Em 1841, publicou a *lei de Joule*, segundo a qual a potência dissipada termicamente em um fio é igual ao produto do quadrado da intensidade da corrente pela resistência do fio (PR). Além disso, comprovou experimentalmente que a quantidade de calor produzida por unidade de tempo é equivalente à potência absorvida pelo resistor, estabelecendo assim que o calor é uma forma de energia.

Fig. 4.21 James Prescott Joule.

conforme indicamos ao lado da Equação 4.21. Esta quantidade de energia é, no entanto, muito pequena, não sendo conveniente a sua utilização na maioria das aplicações práticas. As unidades da energia elétrica mais usadas são o *watt-hora* (Wh) e o *quilowatt-hora* (kWh), definidas através das seguintes expressões:

$$\text{Energia (Wh)} = \text{potência (W)} \times \text{tempo (h)} \quad (4.22)$$

$$\text{Energia (kWh)} = \frac{\text{potência (W)} \times \text{tempo (h)}}{1000} \quad (4.23)$$

Observe que uma certa quantidade de energia em quilowatts-hora é expressa pelo número que exprime esta mesma quantidade de energia em watts-hora dividido por 1000. Para ter uma idéia da

ordem de grandeza desta última unidade, é interessante lembrar que 1 kWh corresponde à energia dissipada por uma lâmpada de filamento de 100 W que permaneça ligada durante 10 horas.

O *medidor de quilowatts-hora* é um instrumento destinado a medir o consumo de energia elétrica pelos usuários. Em geral, ele é instalado no painel de distribuição do edifício. Na Fig. 4.22(a), vemos a fotografia de um destes medidores, do tipo analógico, juntamente com o desenho de um conjunto de mostradores. As potências de dez indicadas abaixo de cada mostrador estão todas em quilowatts-hora. Quanto mais rápido girar o disco de alumínio, maior será a indicação de consumo do medidor. Os ponteiros estão ligados ao eixo de rotação deste disco através de engrenagens. Na Fig. 4.22(b) temos uma fotografia de um medidor digital transistorizado, que pode ser utilizado em diversas situações.

EXEMPLO 4.15 Suponha que a posição dos ponteiros em um medidor seja a ilustrada na Fig. 4.22(a). Se o resultado de uma leitura anterior foi 4650 kWh, calcule a conta a ser paga pelo consumo de energia entre as duas leituras, se cada kWh custa 9 centavos.

Solução:

$$5360 \text{ kWh} - 4650 \text{ kWh} = 710 \text{ kWh utilizados}$$

$$710 \text{ kWh} \left(\frac{9\text{¢}}{\text{kWh}} \right) = \$63,90$$

EXEMPLO 4.16 Calcule a quantidade de energia (em quilowatts-hora) necessária para manter uma lâmpada de filamento acesa continuamente durante um ano.

Solução:

$$W = \frac{Pt}{1000} = \frac{(60 \text{ W})(24 \text{ h/dia})(365 \text{ dias})}{1000} = \frac{525,600 \text{ Wh}}{1000} = 525,60 \text{ kWh}$$

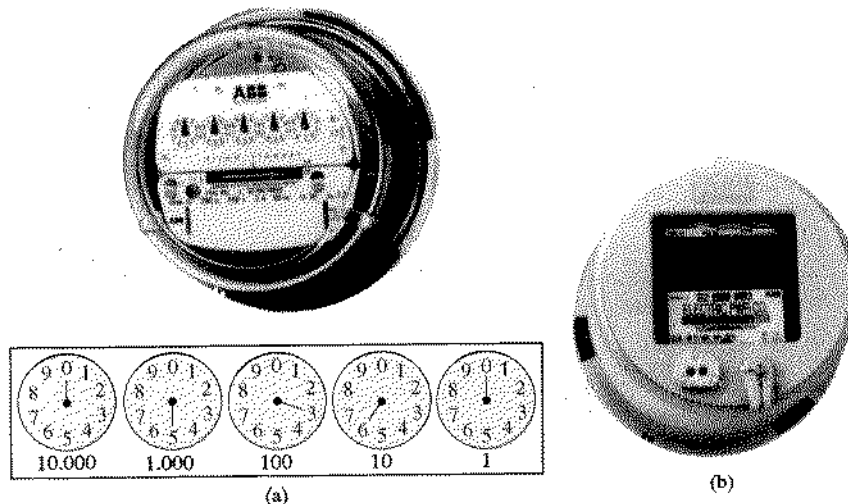


Fig. 4.22 Medidores de quilowatts-hora: (a) analógico; (b) digital. (Cortesia da ABB Electric Metering Systems.)



EXEMPLO 4.17 Durante quanto tempo um aparelho de televisão de 205 W deve ficar ligado para consumir 4 kWh?

Solução:

$$W = \frac{Pt}{1000} = \frac{(W)(1000)}{P} \Rightarrow t \text{ (horas)} = \frac{(W)(1000)}{P} = \frac{(4 \text{ kWh})(1000)}{205 \text{ W}} = 19,51 \text{ h}$$

EXEMPLO 4.18 Qual é o custo da utilização de um motor de 5 hp durante 2 horas se a tarifa é de 9 centavos por kWh?

Solução:

$$W \text{ (kWh)} = \frac{Pt}{1000} = \frac{(5 \text{ hp} \times 746 \text{ W/hp})(2 \text{ h})}{1000} = 7,46 \text{ kWh}$$

$$\text{Custo} = (7,46 \text{ kWh})(9\text{¢/kWh}) = 67,14\text{¢}$$

EXEMPLO 4.19 Qual é o custo total da utilização dos itens a seguir, supondo uma tarifa idêntica à do exemplo anterior?

Uma torradeira de 1200 W durante 30 minutos
Seis lâmpadas de filamento de 50 W durante 4 horas
Uma máquina de lavar de 400 W durante 45 minutos
Uma secadora de roupas elétrica de 4800 W durante 20 minutos

Solução:

$$W = \frac{(1200 \text{ W})(\frac{1}{2} \text{ h}) + (6)(50 \text{ W})(4 \text{ h}) + (400 \text{ W})(\frac{3}{4} \text{ h}) + (4800 \text{ W})(\frac{1}{3} \text{ h})}{1000}$$

$$= \frac{600 \text{ Wh} + 1200 \text{ Wh} + 300 \text{ Wh} + 1600 \text{ Wh}}{1000} = \frac{3700 \text{ Wh}}{1000}$$

$$W = 3,7 \text{ kWh}$$

$$\text{Custo} = (3,7 \text{ kWh})(9\text{¢/kWh}) = 33,3\text{¢}$$

No gráfico da Fig. 4.23 podemos ver a evolução do custo do quilowatt-hora, nos Estados Unidos, de 1926 até o ano 2000 (estimativa) comparado com o número de quilowatts-hora utilizados, em média, por cada consumidor. Observe que este custo é, hoje em dia, maior do que em 1926, enquanto o consumidor médio utiliza uma quantidade de energia elétrica anual superior a 20 vezes a utilizada em 1926. Lembre-se também de que o gráfico da Fig. 4.23 representa o custo médio para todo o país. Em alguns estados dos EUA a tarifa é de cerca de 5 centavos por quilowatt-hora, enquanto em outros é quase 12 centavos por quilowatt-hora.

Na Tabela 4.1 temos uma relação de alguns eletrodomésticos mais comuns, juntamente com suas potências características. Pode ser interessante para o leitor calcular o custo de operação de alguns destes aparelhos durante um certo período de tempo utilizando o valor da tarifa vigente na região onde reside.

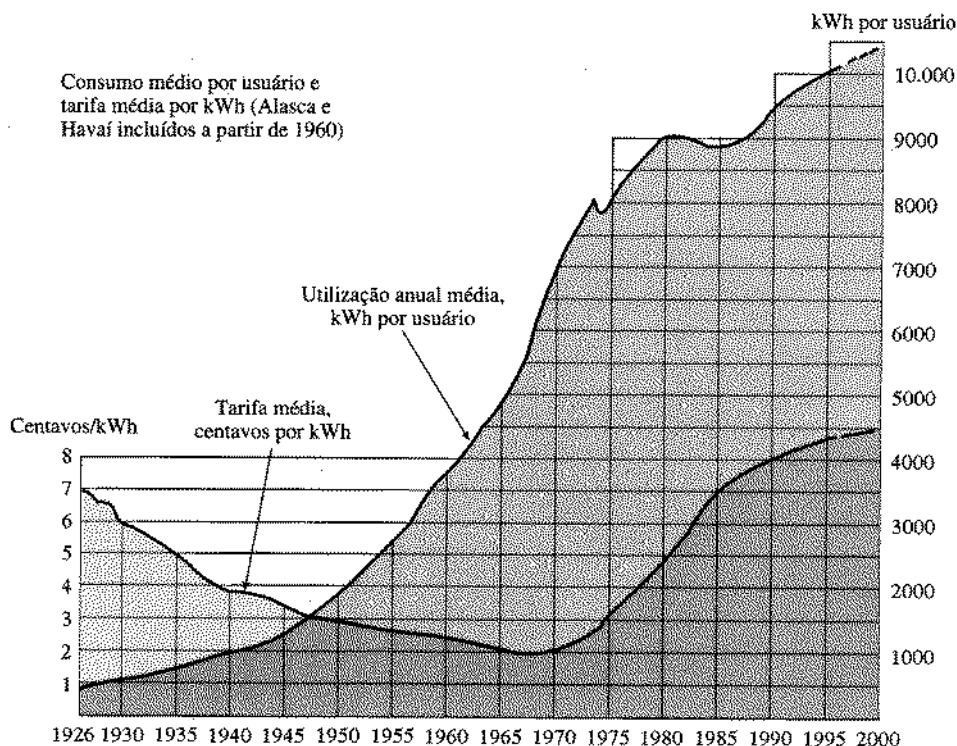


Fig. 4.23 Custo por kWh e consumo médio em kWh por usuário em função do tempo. (Cortesia do Edison Electric Institute.)

Tabela 4.1
Potências típicas para alguns eletrodomésticos mais comuns

Aparelho	Potência	Aparelho	Potência
Ar condicionado	860	Forno de microondas	800
Secadora (jato de ar)	1.300	Toca-discos	75
Gravador de fita	5	Projektor	1.200
Relógio elétrico	2	Rádio	70
Secadora (por aquecimento de resistência)	4.800	Fogão (autolimpante)	12.200
Cafeteira	900	Refrigerador (com degelo automático)	1.800
Máquina de lavar pratos	1.200	Barbeador	15
Ventilador		Aparelho de som estéreo	110
Portátil	90	Lâmpada solar	280
De parede	200	Torradeira	1.200
Aquecedor central	1.322	Compactador de lixo	400
Aparelhos para aquecimento:		TV (em cores)	250
Aquecedor portátil	320	Videocassete	110
Aquecedor a óleo	230	Máquina de lavar roupas	400
Ferro elétrico	1.100	Aquecedor de água (boiler)	2.500

Cortesia da General Electric Co.

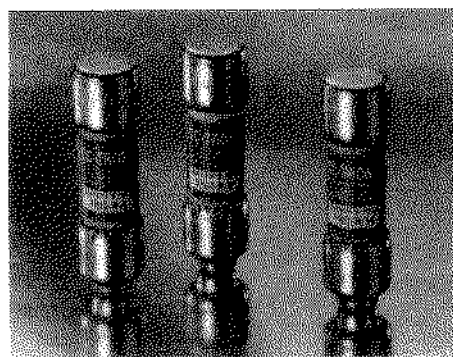
4.7 DISJUNTORES, ICFA E FUSÍVEIS

A potência de entrada dos grandes complexos industriais, dos equipamentos pesados, dos circuitos residenciais e dos medidores utilizados em laboratório deve ser limitada de modo a assegurar que a corrente não ultrapasse os valores recomendados pelas normas de segurança. Caso esta limitação não ocorra, a fiação e os aparelhos elétricos e/ou eletrônicos podem ser seriamente danificados, havendo além disso o risco de incêndio e de intoxicação causada por fumaça. Para limitar a corrente, costuma-se instalar fusíveis ou disjuntores logo após o local onde a rede de alimentação é conectada ao circuito interno do usuário. Os fusíveis ilustrados na Fig. 4.24 possuem um condutor metálico interno através do qual passa a corrente que entra no sistema. Se esta corrente atingindo uma intensidade superior à especificada pelo

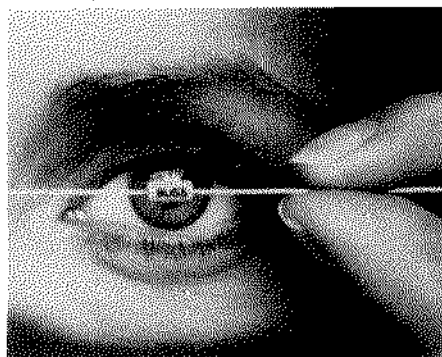
fabricante do fusível, o condutor do fusível começará a fundir. É claro que se a fusão deste condutor for completa o caminho da corrente será interrompido e toda a carga ligada ao circuito estará protegida.

Nas construções mais recentes, os fusíveis foram substituídos por disjuntores como os que aparecem na Fig. 4.25. Quando a corrente excede o valor especificado, o campo magnético gerado por um eletroímã atinge uma intensidade suficiente para causar a abertura de uma chave, interrompendo assim o circuito. Quando a corrente volta ao normal a chave do disjuntor pode ser novamente fechada e ele está pronto para ser reutilizado.

Atualmente o Código Nacional de Eletricidade dos Estados Unidos impõe que os dispositivos de proteção utilizados nos banheiros e em outras áreas críticas sejam do tipo interruptor de corrente por falha no aterramento (ICFA). Estes dispositivos são



(a)



(b)



(c)

Fig. 4.24 Fusíveis: (a) CC-TRON® (0-10 A); (b) de matriz sólida, subminiaturizado; (c) Semitron (0-600 A). (Cortesia da Bussman Manufacturing Co.)

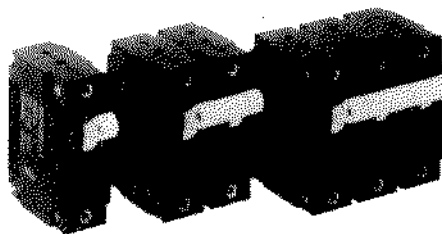


Fig. 4.25 Disjuntores. (Cortesia da Potter and Brumfield Division, AMF, Inc.)

projetados para ter uma resposta mais rápida do que os citados anteriormente. O ICFA da Fig. 4.26 interrompe o circuito em 500 ms (meio segundo). Sabe-se que 6 mA é a maior corrente a que a maioria dos indivíduos pode ser exposta por um intervalo reduzido de tempo sem sofrer consequências graves. Uma corrente maior que 11 mA pode causar uma contração involuntária dos músculos que não permite que a pessoa se liberte do condutor e pode fazer com que ela entre em estado de choque. Correntes ainda mais altas percorrendo o corpo por mais de um segundo podem fazer o músculo cardíaco entrar em fibrilação, podendo causar a morte em poucos minutos. A rapidez da resposta do ICFA deve-se à sensibilidade deste dispositivo para a diferença entre as correntes de entrada e de saída. Em condições normais, estas correntes são idênticas. Quando um caminho adicional para a corrente é introduzido no circuito, por exemplo através de um corpo humano, surge uma diferença entre essas correntes, o que leva o interruptor a abrir o circuito.

4.8 ANÁLISE COMPUTACIONAL

Nesta seção começaremos a mostrar as diferenças entre o uso de uma linguagem e o de um pacote de software através de uma análise do uso da definição de resistência nas suas três formas. Utilizando uma linguagem de programação, é possível construir um programa que pergunte ao usuário qual a quantidade que ele deseja calcular, solicite o valor das outras duas variáveis e obtenha o valor da incógnita. O programa que descrevemos mais adiante realiza todas essas tarefas com um alto grau de precisão e confiabilidade. O PSpice, no entanto é um pacote projetado para calcular tensões e correntes específicas. Não existe nenhuma previsão para perguntar ao usuário qual o seu interesse ou para permitir a entrada de equações nas rotinas de análise — estas

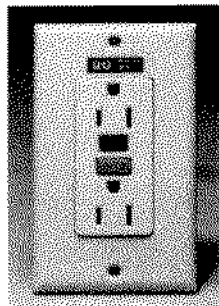


Fig. 4.26 Interruptor de corrente por falha no aterramento (ICFA) 125 V Ca, 60 Hz, 15 A. (Cortesia da Leviton, Inc.)

últimas estão rigidamente fixadas dentro do pacote. Logo, em resumo, o pacote de software é projetado para realizar tarefas específicas e fornecer respostas em certos formatos bem-definidos, enquanto uma linguagem pode ser usada para estabelecer uma interação com o usuário, podendo este obter as respostas no formato que desejar.

A análise que faremos a seguir ficará limitada ao cálculo da corrente através de um resistor utilizando a definição de resistência; por outro lado, utilizando um programa em BASIC (que será apresentado logo a seguir), poderemos determinar I , V ou R , dependendo dos dados de entrada.

PSpice (DOS)

As seções sobre computação dos capítulos anteriores limitaram-se a esclarecer o procedimento para declarar os valores de fontes de tensão de corrente contínua e de resistores como dados de entrada. Vamos analisar agora o formato básico do *arquivo de entrada* (nome dado às linhas que contêm a informação a ser fornecida ao computador) e também como os dados aparecerão no *arquivo de saída* (o arranjo feito pelo pacote dos resultados finais na tela).

O arquivo de entrada *deve necessariamente* conter três itens, como ilustra a Fig. 4.27 — o *título*, a *descrição do circuito* e a *declaração .END*. Como vemos na Fig. 4.27, a primeira linha é *sempre* ocupada pelo título. Ele deve ser constituído por caracteres (letras, números etc.) em qualquer formato que facilite a catalogação do arquivo e a sua utilização em consultas futuras. O arquivo de entrada deve conter em seguida a descrição do circuito. Os valores associados aos componentes podem ser fornecidos em qualquer ordem, desde que os nós tenham sido definidos corretamente. Antes de começar a entrada de dados é sempre recomendável ordenar os nós. No entanto, é de importância vital nunca esquecer que

em qualquer circuito temos sempre que escolher um nó como sendo o de referência, associando a ele o número 0. Este nó é quase sempre o nó conectado à terra do circuito (zero volts), de modo que todas as outras tensões nodais são medidas tomando este nó como nível de referência.

Assim, por exemplo, a tensão associada pelo computador no arquivo de saída ao nó 1 é a ddp entre o nó 1 e a terra. A tensão $V(8)$ é a ddp entre o nó 8 e o nó 0 (o terra). O PSpice sempre calculará as tensões nodais desta maneira, a menos que haja especificações em contrário.

A última linha de qualquer arquivo de entrada deve ser o comando .END, de modo que o pacote de software “saiba” que a descrição do circuito está completa e que todas as informações

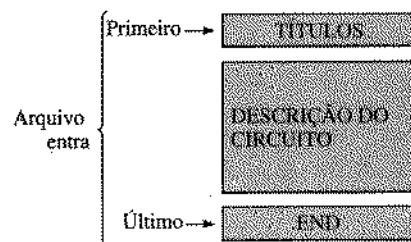


Fig. 4.27 Arquivo de entrada do PSpice.

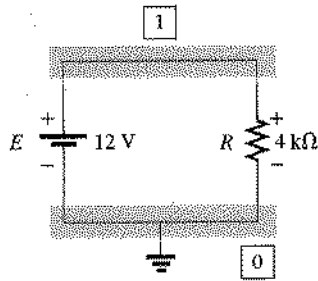


Fig. 4.28 Circuito a ser analisado utilizando o PSpice (DOS).

necessárias foram fornecidas. Tome cuidado para não esquecer o ponto à esquerda da declaração .END. Caso isto aconteça, a entrada de dados não será aceita.

Vamos efetuar agora a análise de um circuito simples como o da Fig. 4.28, contendo apenas uma fonte de tensão e um resistor. Existem dois nós (ou pontos de ligação) entre estes dois elementos. Associamos a um deles, de acordo com a observação acima, o nível de referência 0 (neste caso, a terra ou nível de potencial zero), enquanto o outro é denominado nó 1. Observe a relativa simplicidade do arquivo de entrada a seguir, que contém apenas um título, duas linhas com dados relativos ao circuito e a declaração .END.

```
Chapter 4-Ohm's Law
VE 1 0 12V
R 1 0 4K
.END
```

Uma vez que o arquivo de entrada tenha sido aceito e salvo, podemos rodar o PSpice, o que resultará no arquivo de saída que vemos na Fig. 4.29. Note que o título e a descrição do circuito foram colocados em um cabeçalho gerado pelo PSpice. O título CIRCUIT DESCRIPTION indica que a descrição do circuito virá em seguida, e a expressão SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION indica que uma solução virá em seguida. Quando você começar o seu curso de eletrônica, compreenderá melhor a expressão SMALL SIGNAL. Por enquanto, concentre-se apenas em BIAS SOLUTION, significando aqui a solução de um problema relativo a um circuito de corrente contínua.

Note que somente uma tensão nodal foi fornecida na solução, pois a descrição do circuito mencionava somente uma. O programa nos dá a corrente através da fonte de tensão, mas, como a corrente que atravessa a bateria na Fig. 4.28 é a mesma que percorre o resistor, terminamos obtendo a corrente desejada, ou seja, a que atravessa o resistor. O sentido da corrente usado pelo PSpice para todos os elementos de um circuito é sempre do nó que estiver no potencial mais alto para o que estiver no potencial mais baixo. Como a corrente atravessa a fonte no sentido oposto ao desta convenção, a resposta vem precedida de um sinal negativo. Se efetuarmos as operações com as potências de dez, vere-

```
Chapter 4 - Ohm's Law

****      CIRCUIT DESCRIPTION
*****

VE 1 0 12V
R 1 0 4K
.END

Chapter 4 - Ohm's Law

****      SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION      TEMPERATURE = 27.000 DEG C
*****

NODE   VOLTAGE   NODE   VOLTAGE   NODE   VOLTAGE   NODE   VOLTAGE
( 1)   12.0000

VOLTAGE SOURCE CURRENTS
NAME      CURRENT
VE        -3.000E-03

TOTAL POWER DISSIPATION  3.60E-02 WATTS
```

Fig. 4.29 Arquivos de entrada e de saída relativos à análise do circuito da Fig. 4.28.



mos que a corrente resultante é 3 mA. Como, no caso deste circuito, a potência fornecida pela bateria é igual à dissipada pelo resistor, podemos associar o valor da potência que aparece na resposta a qualquer um destes elementos. O valor desta potência é 36 mW.

Podemos economizar papel adicionando ao arquivo de entrada uma linha de controle com a declaração .OPTIONS NOPAGE. Isto faz com que itens repetitivos sejam eliminados do arquivo de saída.

PSpice (Windows)

Como este é o primeiro circuito que será analisado utilizando um diagrama esquemático, vamos repetir detalhadamente os passos necessários para a obtenção dos elementos desejados. A versão mais recente do PSpice (Windows) apresenta ícones na parte superior da tela que permitem realizar várias operações comuns. No entanto, como ainda estão em uso versões mais antigas, utilizaremos neste texto os procedimentos usuais para a obtenção e a distribuição dos elementos do circuito, bem como para controle da tela de saída.

Para podermos comparar os dois métodos, escolhemos o mesmo circuito que foi analisado utilizando o PSpice (DOS). Para obter a fonte de tensão que vemos na Fig. 4.30, devemos utilizar a seguinte sequência: **Draw-Get New Part-Browse-source.slb-VDC**. Em seguida, basta apertar o botão esquerdo do mouse com o cursor no local onde desejamos colocar a fonte. Como existe apenas uma bateria no circuito, encerramos a operação pressionando o botão direito do mouse. Pressionando duas vezes sobre o símbolo **V1** que aparece na tela, acarretamos o aparecimento da caixa **Edit Reference Designator**. Nesta caixa podemos entrar com o símbolo escolhido, E. Pressionando o botão esquerdo do mouse sobre **OK**, fazemos desaparecer a caixa e o novo símbolo aparece no local correto. Para entrar com o valor da tensão da fonte, pressionamos duas vezes sobre **0 V** e escrevemos **12 V** na caixa de diálogo **Set Attribute Value**. Pressione sobre **OK** e o símbolo **12 V** substituirá **0 V**. Para "limpar" a tela, pressione mais uma vez o botão da esquerda. Se desejar modificar a localização do símbolo ou do valor, simplesmente pressione o botão esquerdo uma vez sobre E ou sobre 12 V, o que fará aparecer uma pequena moldura em torno do item. Pressione o botão esquerdo com o cursor do mouse sobre o perímetro da moldura e, mantendo o botão pressionado, arraste o símbolo até a localização desejada; libere então o botão. Para retirar da tela as caixas de controle, pressione o botão esquerdo mais uma vez.

Para fazer com que apareça o elemento resistivo devemos utilizar a sequência **Draw-Get New Part-Browse-analog.slb-**

R-OK, e sua localização é determinada por um procedimento idêntico ao utilizado para a fonte de tensão. O símbolo e o valor podem agora ser modificados, novamente utilizando o mesmo procedimento do caso da fonte de tensão. Se desejarmos alterar a orientação do símbolo do resistor, devemos manter pressionada a tecla **Ctrl** e aplicar um toque na tecla **R**. Cada toque na tecla **R** fará com que o resistor gire 90°. Podemos aplicar esta combinação de **Ctrl** com **R** para alterar a orientação de qualquer elemento do circuito.

Para conectar os elementos do circuito entre si, utilizamos a combinação **Draw-Wire**, que causará o aparecimento de um lápis com o qual "traçaremos" as ligações desejadas. Para isto, pressione uma vez o botão esquerdo com o lápis no ponto onde quer iniciar a conexão. Movimente o lápis ao longo da trajetória desejada e quando chegar ao final pressione o botão direito. Isto fará com que o deslocamento do mouse não cause mais nenhum deslocamento do lápis, mas ele continuará na tela para ser utilizado para construir quaisquer outras conexões que forem necessárias. Se este não for o caso, um novo toque no botão direito fará com que o lápis desapareça, finalizando o processo.

Para que todas as tensões que aparecem na tela sejam tomadas em relação a um nível de referência, devemos, em qualquer circuito, incluir uma ligação à terra. O aterramento usual é obtido através da combinação **Draw-Get New Part-Browse-port.slb-EGND-OK**, sendo a sua localização definida com o mesmo procedimento que utilizamos para os outros elementos do circuito.

Finalmente, a sequência **Draw-Get New Part-Browse-special.slb-VIEWPOINT** (ou **IPROBE**) fará com que apareça um indicador, como vemos na Fig. 4.30, para assinalar o valor da tensão naquele ponto. O comando **IPROBE** faz com que apareça o símbolo de um medidor (Fig. 4.30) que indica o valor da corrente no ramo do circuito onde ele está inserido. É importante que o símbolo gerado por **IPROBE** seja inserido com a orientação correta. Para obtermos uma leitura positiva, o símbolo deve ser colocado de tal modo que a corrente entre no lado onde está a escala circular e saia pelo lado onde está a base do ponteiro, caso contrário obteremos uma corrente com sinal negativo.

Antes de iniciar a análise do circuito, devemos salvar o diagrama esquemático. Utilizando **Analysis-Setup**, obtemos a caixa de diálogo **Analysis Setup**, onde devemos escolher a opção **Bias Point Detail**. Agora a sequência **Close-Analysis-Simulate** fará com que a tarefa seja executada. Logo após o início da execução aparecerá uma caixa de diálogo do PSpice, exibindo um sumário das atividades em andamento. Uma vez que a análise esteja completa, podemos obter os resultados utilizando **File-Examine Output**, o que resultará em uma longa lista de informações acerca da estrutura do circuito, incluindo o item **SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION** que aparece na Fig. 4.31. Observe que como a ddp entre os terminais da fonte e os do resistor é a mesma, o resultado 12 V aparece duas vezes. Na parte inferior aparece a corrente que atravessa a fonte de tensão, juntamente com a que percorre o resistor. Note que novamente elas têm o mesmo valor, porém com os sinais opostos. Isto acontece devido à nossa convenção para o sentido da corrente. Como a bateria é percorrida do terminal negativo para o positivo, o programa inverte automaticamente o sinal desta corrente. Finalmente, o arquivo de saída também fornece a potência total dissipada pelo circuito, que neste caso é idêntica à potência fornecida pela fonte.

Após a remoção da caixa de diálogo do PSpice aparecerá na tela o desenho da Fig. 4.30 com a tensão indicada no **VIEWPOINT** e a corrente de 3 mA indicada por **IPROBE**. Na análise de cir-

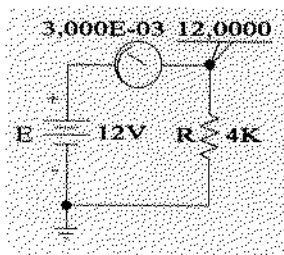


Fig. 4.30 Aplicação do PSpice (Windows) a um circuito resistivo no qual o resistor obedece à lei de Ohm.


```

****      SMALL SIGNAL BIAS SOLUTION      TEMPERATURE = 27.000
DEG C

*****
*****

      NODE      VOLTAGE      NODE      VOLTAGE      NODE      VOLTAGE      NODE      V
      OLTAGE

      ($N_0001)      12.0000      ($N_0002)      12.0000

      VOLTAGE SOURCE CURRENTS
      NAME          CURRENT
      V_E           -3.000E-03
      V_V2           3.000E-03

      TOTAL POWER DISSIPATION  3.60E-02  WATTS

```

Fig. 4.31 Arquivo de saída relativo à aplicação do PSpice (Windows) ao circuito da Fig. 4.30.

cuitos de corrente contínua é conveniente usar **VIEWPOINT** e **IProbe** para exibir as respostas desejadas, deixando o arquivo de saída reservado para uma revisão detalhada dos nós etc., de modo semelhante à saída na versão DOS.

Linguagem de Programação (C++, BASIC, PASCAL etc.)

Nosso primeiro programa completo em BASIC é apresentado na Fig. 4.32. Todas as letras, números e símbolos que aparecem na figura são comandos ou dados de entrada que foram fornecidos ao computador ou expressões escritas por ele, com exceção dos colchetes à esquerda da coluna da numeração das linhas juntamente com a explicação da tarefa realizada por cada uma das seções assinaladas. Observe primeiramente que os comandos utilizam palavras em inglês para indicar as operações a serem efetuadas. A declaração REM (da palavra REMark, que significa comentário) indica apenas um comentário que está sendo feito sobre o programa. A declaração PRINT faz com que o sistema mostre na tela os caracteres entre aspas que se seguem a ela. O comando INPUT pede o valor da variável que aparece na mesma linha. As equações que aparecem nas linhas 440, 640 e 840 realizam as operações associadas a cada um dos módulos definidos pelos colchetes à esquerda do programa. O módulo da linha 400 à linha 460 faz o programa pedir os valores de I e R e calcula o valor de V . A linha 450 faz o programa exibir a solução na tela, enquanto a linha 460 faz o programa retornar à linha 210 para verificar se é necessário efetuar um segundo cálculo. O módulo que vai da linha 600 à linha 650 calcula a intensidade de corrente I , enquanto o módulo da linha 800 à linha 860 determina a resistência a partir dos valores da tensão e da corrente. O

módulo que vai da linha 110 à linha 200 permite que o usuário selecione a forma da expressão $V = IR$ que deseja utilizar. A figura ilustra as três utilizações possíveis do programa de modo a exibir os formatos das solicitações de dados e também os das respostas nas saídas.

Se você começar a ler o programa na linha 10 e efetuar as operações indicadas em cada linha, notará que o desenvolvimento do programa é muito semelhante à seqüência que utilizamos quando efetuamos os cálculos manualmente. A linha 170, por exemplo, pede que você escolha que forma de equação deseja usar entre as que aparecem nas linhas 130 a 150. Se a escolha for $C = 2(I = V/R)$, a linha 190 “decidirá” que o próximo passo a ser efetuado é o da linha 600. A partir desta última linha, vem uma seqüência de comandos que calcula I e imprime o resultado na tela. O comando RETURN nos leva novamente à linha 200 para um espaço de duas linhas (PRINT:PRINT) seguido pela pergunta de se desejamos continuar. Em caso afirmativo, retornamos à linha 100 para uma segunda escolha do tipo de equação.

Com esta seção sobre computadores, maior do que as dos capítulos anteriores, esperamos que comecem a ficar evidentes as diferenças entre o uso de uma linguagem e o de um pacote de software. A utilização de uma linguagem torna necessário escrever um programa linha por linha, mas em compensação temos uma liberdade muito maior para escolher a tarefa a ser efetuada, além de ser possível estabelecer uma interação entre o usuário e a máquina. O uso de um pacote permite que nos beneficiemos das muitas horas de trabalho de uma equipe de programadores experientes que escreveram e testaram o aplicativo; não temos, no entanto, escolha em relação aos formatos de entrada e de saída de dados, havendo também uma limitação na escolha das tarefas que podem ser efetuadas.



```

10 REM ***** PROGRAM 4-1 *****
20 REM *****
30 REM Program demonstrates selecting various forms
40 REM of equations
50 REM *****
60 REM
100 PRINT:PRINT "Select which form of Ohm's law equation"
110 PRINT "you wish to use."
120 PRINT
130 PRINT TAB(10); "(1) V=I*R"
140 PRINT TAB(10); "(2) I=V/R"
150 PRINT TAB(10); "(3) R=V/I"
160 PRINT TAB(20);
170 INPUT "choice ="; C
180 IF C < 1 OR C > 3 THEN GOTO 100
190 ON C GOSUB 400, 600, 800
200 PRINT:PRINT
210 INPUT "More (YES or NO)"; A$
220 IF A$ = "yes" THEN 100
230 PRINT "Have a good day"
240 END

400 REM Accept input of I, R and output V
410 PRINT:PRINT "Enter the following data:"
420 INPUT "I="; I
430 INPUT "R="; R
440 V = I * R
450 PRINT "Voltage is "; V; "volts"
460 RETURN

600 REM Accept input of V, R and output I
610 PRINT "Enter the following data:"
620 INPUT "V="; V
630 INPUT "R="; R
640 I = V / R
650 PRINT "Current is "; I; "amperes"
660 RETURN

800 REM Accept input of V, I and output R
810 PRINT "Enter the following data:"
820 INPUT "V="; V
830 INPUT "I="; I
840 R = V / I
850 PRINT "Resistance is "; R; "ohms"
860 RETURN

```

Select which form of Ohm's law equation
you wish to use.

- (1) V=I*R
- (2) I=V/R
- (3) R=V/I

choice =? 2

Enter the following data:

V=? 12

R=? 4E3

Current is .003 amperes

More (YES or NO)? YES

Select which form of Ohm's law equation
you wish to use.

- (1) V=I*R
- (2) I=V/R
- (3) R=V/I

choice =? 1

Enter the following data:

I=? 2E-3

R=? 5.6E3

Voltage is 11.2 volts

More (YES or NO)? YES

Select which form of Ohm's law equation
you wish to use.

- (1) V=I*R
- (2) I=V/R
- (3) R=V/I

choice =? 3

Enter the following data:

V=? 48

I=? 0.025

Resistance is 1920 ohms

More (YES or NO)? NO

Have a good day

Fig. 4.32 Programa 4.1.



PROBLEMAS

SEÇÃO 4.1 A Lei de Ohm

- Qual a queda de tensão entre os terminais de um resistor de $6\ \Omega$ se ele é percorrido por uma corrente de $2,5\ \text{A}$?
- Qual a corrente em um resistor de $72\ \Omega$ se a ddp entre seus terminais é $12\ \text{V}$?
- A tensão a ser aplicada aos terminais de um resistor é $6\ \text{V}$. Qual deve ser o valor da sua resistência se queremos limitar a corrente no circuito a $1,5\ \text{mA}$?
- Qual a corrente solicitada pelo motor de arranque de um carro ao dar a partida? A fem da bateria é $12\ \text{V}$, e a resistência do motor de arranque é $0,056\ \Omega$.
- Se a corrente que percorre um resistor de $0,02\ \text{M}\Omega$ é $3,6\ \mu\text{A}$, qual a queda de tensão através desse resistor?
- A leitura de um voltmetro é $62\ \text{V}$. Se a sua resistência interna vale $15\ \text{k}\Omega$, calcule a corrente que o atravessa.
- Um refrigerador operando em $120\ \text{V}$ solicita $2,2\ \text{A}$. Qual o valor da sua resistência?
- Um relógio elétrico está ligado a uma rede residencial de $120\ \text{V}$. Se a resistência interna é $7,5\ \text{k}\Omega$, qual a corrente que percorre o relógio?
- Uma máquina de lavar opera em $120\ \text{V}$ e é percorrida por uma corrente de $4,2\ \text{A}$. Qual a sua resistência interna?
- A corrente em um ferro de soldar é $0,76\ \text{A}$. Se a tensão aplicada é $120\ \text{V}$, qual a resistência do ferro?
- A corrente de entrada em um transistor é $20\ \mu\text{A}$. Se a tensão aplicada na entrada é $24\ \text{mV}$, determine a resistência de entrada do transistor.
- A resistência interna de um gerador de cc é $0,5\ \Omega$. Determine a queda na tensão de saída se ele é percorrido por uma corrente de $15\ \text{A}$.
- Se um aquecedor elétrico, quando ligado a uma fonte de $120\ \text{V}$, é percorrido por uma corrente de $9,5\ \text{A}$, qual a sua resistência interna?
 - Utilizando as relações básicas do Cap. 2, calcule a quantidade de energia que é convertida em calor em uma hora.

SEÇÃO 4.2 Gráficos V-I

- Trace as curvas características para um resistor de $100\ \Omega$ e um de $0,5\ \Omega$, em um gráfico como o da Fig. 4.6. Se quiser, faça uma cópia da figura.
- Faça um esboço da característica V-I para um componente cuja resistência interna vale $20\ \Omega$ entre $0\ \text{V}$ e $10\ \text{V}$ e $2\ \Omega$ para tensões mais elevadas. Utilize os eixos da Fig. 4.6. Se quiser, faça uma cópia da figura.
- Trace as curvas características V-I de um resistor linear de $2\ \text{k}\Omega$ e de outro de $50\ \text{k}\Omega$ utilizando um gráfico como o da Fig. 4.6. A escala horizontal deve ir de $0\ \text{V}$ a $20\ \text{V}$ e o eixo vertical deve ser graduado em mA. Se quiser, faça uma cópia da figura.
- Se a corrente que percorre um resistor sofrer uma variação de $400\ \text{mA}$, qual a variação na ddp entre seus terminais? A resistência do resistor é $2\ \text{k}\Omega$.
- Utilizando os eixos da Fig. 4.10, faça um esboço da curva característica de um componente cuja resistência interna vale $500\ \Omega$ entre $0\ \text{V}$ e $1\ \text{V}$, passando a valer $50\ \Omega$ entre $1\ \text{V}$ e $2\ \text{V}$. Para tensões mais elevadas, o valor desta resistência é $-20\ \Omega$. O resultado é uma curva característica muito semelhante à do componente eletrônico conhecido como *diódo túnel*.
 - Utilizando a curva característica construída no item a, determine a corrente quando as tensões aplicadas forem $0,7\ \text{V}$, $1,5\ \text{V}$ e $2,5\ \text{V}$.

SEÇÃO 4.3 Potência

- Se um resistor dissipa $420\ \text{J}$ em $7\ \text{min}$, qual a potência dissipada?
- A potência dissipada por um componente é $40\ \text{watts}$. Quanto tempo será necessário para que sejam dissipados $640\ \text{J}$?

- Quanto joules uma pequena lâmpada de $2\ \text{W}$ dissipa em $8\ \text{h}$?
 - Qual o valor da energia calculada no item a em quilowatts-hora?
- A taxa de escoamento de carga através de um resistor de $10\ \Omega$ é $300\ \text{coulombs}$ por minuto. Qual a potência dissipada pelo resistor?
- Durante quanto tempo um resistor deve ser percorrido por uma corrente estacionária de $2\ \text{A}$ para que ele dissipe uma quantidade de energia igual a $12\ \text{J}$? A ddp entre os terminais do resistor é $3\ \text{V}$.
- Qual a potência entregue por uma bateria de $6\ \text{V}$ se a taxa de escoamento de cargas é $48\ \text{C/min}$?
- A corrente que percorre um resistor de $4\ \Omega$ é $7\ \text{mA}$. Qual a potência dissipada pelo resistor?
- A queda de tensão entre os terminais de um resistor de $3\ \Omega$ é $9\ \text{mV}$. Qual a potência dissipada pelo resistor?
- Se a potência dissipada por um resistor de $4\ \Omega$ é $64\ \text{W}$, qual a corrente que atravessa o resistor?
- A resistência de um resistor de $0,5\ \text{W}$ é $1000\ \Omega$. Qual a maior intensidade de corrente que pode percorrer este resistor com segurança?
- Um resistor de $2,2\ \text{k}\Omega$ no interior de um aparelho de som estereo dissipa $42\ \text{mW}$. Qual a ddp entre os terminais do resistor?
- Uma bateria de corrente contínua pode fornecer $45\ \text{mA}$ mantendo uma tensão de $9\ \text{V}$. Qual a potência gerada pela bateria?
- Qual o valor da resistência de uma lâmpada de filamento de $100\ \text{W}$ ligada a uma rede de $120\ \text{V}$ quando ela está aquecida?
- Uma lavadora automática solicita uma corrente de $3,75\ \text{A}$. Se a sua potência é $450\ \text{W}$, qual a sua resistência interna e a tensão em que opera?
- Uma calculadora consome $0,4\ \text{mW}$ quando está em pleno funcionamento. Sabendo-se que ela utiliza uma bateria interna de $3\ \text{V}$,
 - Qual a corrente solicitada pela calculadora?
 - Se a calculadora é projetada para operar $500\ \text{horas}$ com a mesma bateria, qual é o número de ampères-horas desta bateria?
- Um resistor de $20\ \text{k}\Omega$ foi projetado para dissipar $100\ \text{W}$. Qual a maior corrente que pode percorrê-lo e qual a maior ddp que pode ser aplicada aos seus terminais?
- Construa o gráfico da potência em função da corrente para um resistor de $100\ \Omega$. Utilize uma escala de 0 a $1\ \text{W}$, com divisões de $0,1\ \text{W}$ para a potência e uma escala de 0 a $100\ \text{mA}$ com divisões de $10\ \text{mA}$.
 - A curva obtida é linear?
 - Utilizando o gráfico obtido, determine a corrente quando a potência dissipada for $500\ \text{mW}$.
- Uma televisão portátil em preto e branco alimentada por uma bateria de $9\ \text{V}$ consome $0,455\ \text{A}$.
 - Qual a potência da televisão?
 - Qual a resistência interna da televisão?
 - Qual a quantidade de energia consumida durante $6\ \text{horas}$ de operação?
- Se a rede de energia elétrica fornece a uma residência $120\ \text{V}$ e $100\ \text{A}$, qual a maior potência que pode ser consumida pelo usuário?
 - Os moradores da casa podem operar ao mesmo tempo, dentro dos limites de segurança, os aparelhos a seguir?
Um motor de $5\ \text{hp}$
Uma secadora de roupas de $3000\ \text{W}$
Um fogão elétrico de $2400\ \text{W}$
Um ferro de passar roupas a vapor de $1000\ \text{W}$

SEÇÃO 4.5 Eficiência

- Qual a eficiência de um motor com uma saída de $0,5\ \text{hp}$ se a potência de entrada é $450\ \text{W}$?
- A eficiência declarada pelo fabricante de uma serra elétrica é $68,5\%$. Se a potência necessária para cortar uma tábua é $1,8\ \text{hp}$, qual a corrente solicitada pela serra a uma fonte de $120\ \text{V}$?
- Qual a eficiência do motor de uma secadora que entrega $1\ \text{hp}$ quando a corrente e a tensão na entrada são $4\ \text{A}$ e $220\ \text{V}$, respectivamente?



41. Um aparelho estéreo ligado a uma rede de 120 V solicita 2,4 A. Se a potência sonora de saída é 50 W,
 - a. Quanta potência é perdida em forma de calor no interior do sistema?
 - b. Qual a eficiência do sistema?
42. Um motor elétrico opera a 220 V com 87% de eficiência. Se a potência de saída é 3,6 hp, qual a corrente solicitada pelo motor?
43. Um motor é projetado para entregar 2 hp.
 - a. Se a sua eficiência é 90% e a tensão aplicada é 110 V, quantos watts o motor consome da fonte de alimentação?
 - b. Qual a corrente de entrada?
 - c. Qual seria a corrente de entrada se a eficiência do motor fosse apenas 7%?
44. A eficiência de um motor elétrico que opera um elevador é 90%. Se a tensão na entrada é 220 V, qual a corrente solicitada pelo motor quando a potência entregue é 15 hp?
45. Uma correia transportadora é operada por um motor de 2 hp. Se a eficiência do motor é 87% enquanto a da correia, devido a deslizamentos, é 75%, qual a eficiência do sistema como um todo?
46. Se dois sistemas em "cascata" têm cada um uma eficiência de 80%, qual a energia na saída, se a energia de entrada é 60 J?
47. A eficiência total de dois sistemas acoplados é 72%. Se a eficiência de um deles é 0,9, qual a eficiência percentual do outro?
- *48. Se as potências totais de entrada e saída em dois sistemas em cascata são 400 W e 128 W, respectivamente, qual a eficiência de cada sistema se um deles tem o dobro da eficiência do outro?
49.
 - a. Qual a eficiência total de um sistema formado por três subsistemas interligados cujas eficiências são 98%, 87% e 21%?
 - b. Se o subsistema menos eficiente fosse substituído por outro com 90% de eficiência, qual seria o aumento percentual na eficiência total?
50.
 - a. Efetue as seguintes conversões:
1 Wh para joules
1 kWh para joules
 - b. Discuta, com base nos resultados no item (a), quando é mais apropriado usar cada uma destas unidades.
- b. Se a ddp na entrada do sistema é 208 V, qual a corrente fornecida pela fonte?
- c. Se a eficiência do sistema é 82%, quanta energia é perdida ou armazenada em 10 horas?
56.
 - a. Se a tarifa de energia elétrica fosse 9 centavos por kWh, durante quanto tempo poderíamos manter ligada uma televisão de 250 W para gastar o equivalente a 1 real?
 - b. Repita o cálculo do item anterior para o caso de um secadora de 4,8 kW.
 - c. Compare os resultados dos itens (a) e (b) e comente a respeito do efeito da potência de um aparelho sobre o custo relativo de sua utilização.
57. Qual o custo total de utilização dos eletrodomésticos a seguir, supondo que o kWh custa 9 centavos:
Aparelho de ar condicionado de 860 W durante 24 horas
Secadora de 4800 W durante 30 min
Máquina de lavar roupa de 400 W durante 1 hora
Máquina de lavar louça de 1200 W durante 45 min
- *58. Supondo uma tarifa de 9 centavos por kWh, qual o custo da utilização dos seguintes aparelhos:
Som estéreo de 110 W durante 4 horas
Projetor de 1200 W durante 20 min
Gravador de áudio de 60 W durante 1,5 horas
Televisor em cores de 150 W durante 3 horas e 45 minutos

SEÇÃO 4.8 Análise Computacional

PSpice (DOS)

59. Escreva um arquivo de entrada para um circuito como o da Fig. 4.26, com $E = 400$ mV e $R = 0,04$ M Ω . Use os comandos apropriados para gastar o mínimo possível de papel com o arquivo de saída.
60. Escreva um arquivo de entrada para um circuito como o da Fig. 4.26, invertendo a polaridade da bateria. Utilize $E = 0,02$ V e $R = 240$ Ω . Como no exercício anterior, utilize os comandos apropriados para reduzir ao mínimo a quantidade necessária de papel para imprimir o arquivo de saída.

PSpice (Windows)

61. Repita o Problema 59 utilizando o programa PSpice (Windows).
62. Repita o Problema 60 utilizando o programa PSpice (Windows).

Linguagens de Programação (C++, BASIC, PASCAL etc.)

63. Construa um programa que calcule o custo da utilização de cinco aparelhos diferentes durante intervalos de tempo variados, supondo uma tarifa de 9 centavos por quilowatt-hora.
64. Construa um programa que solicite como dados de entrada I , R e t e calcule V , P e W . Imprima os resultados com as unidades apropriadas.

SEÇÃO 4.6 Energia

51. Um resistor de 10 Ω está ligado a uma bateria de 15 V.
 - a. Quanta energia, em joules, ele dissipa em 1 min?
 - b. Se o intervalo de tempo considerado for 2 min, a energia dissipada aumentará? E a potência dissipada?
52. Calcule a energia necessária em kWh para manter um motor de 230 W funcionando 12 horas por semana durante 5 meses.
53. Durante quanto tempo um aquecedor de 1500 W deve ficar ligado para consumir 10 kWh de energia?
54. Qual o custo da utilização de um rádio de 30 W durante 3 horas, se a tarifa é de 8 centavos por kWh?
55.
 - a. Um sistema elétrico converte 500 kWh em calor funcionando durante 10 horas. Qual a potência do sistema?

GLOSSÁRIO

Arquivo de entrada Arquivo que contém as instruções para o computador que definem o sistema a ser analisado e as operações a serem efetuadas.

Arquivo de saída Arquivo que exibe os resultados da execução de um programa pelo computador.

Diodo Um dispositivo semicondutor que permite a passagem de corrente somente em um sentido quando opera entre certos limites especificados.

Disjuntor Dispositivo de proteção destinado a evitar que a corrente em um circuito exceda valores seguros. Quando um disjuntor desarma,

pode ser colocado novamente em condições de operação através de uma tecla ou botão.

Eficiência (η) Razão entre as potências de saída e de entrada de um sistema. O seu conhecimento nos permite avaliar o desempenho do sistema como conversor de energia.

Energia (W) Grandeza cuja variação corresponde à realização de um trabalho. Sua unidade no SI é o joule (J), que é equivalente ao watt-segundo (Ws).

Fusível Componente descartável cuja única função é evitar que a corrente em um circuito exceda valores seguros.

hp (horsepower) Unidade de potência equivalente a 746 watts.

Lei de Ohm Lei que descreve o comportamento de certos materiais, chamados ôhmicos, afirmando que, para estes materiais, a resistên-



cia é independente do valor e da polaridade da tensão aplicada. Não confundir com a definição de resistência ($R = V/I$).

Medidor de potência Instrumento que determina o valor da potência dissipada por um elemento de um circuito através da medida da corrente que o percorre e da ddp entre os seus terminais.

Medidor de quilowatts-hora Instrumento destinado a medir o consumo residencial ou industrial de energia elétrica.

Potência Trabalho realizado ou energia consumida por unidade de tempo. Sua unidade no SI é o watt (W), que equivale a 1 joule/segundo (J/s).

Circuitos em Série

5.1 INTRODUÇÃO

Atualmente, dois tipos de corrente elétrica são usados nos equipamentos elétricos e eletrônicos: a *corrente contínua* (cc), cuja intensidade e sentido não variam com o tempo, e a *corrente alternada* (ca), cuja intensidade e sentido mudam constantemente. Os próximos capítulos constituem uma introdução à análise de circuitos na qual abordaremos somente circuitos de corrente contínua. Os métodos e conceitos envolvidos serão discutidos em profundidade para este tipo de corrente; em vários casos, um breve comentário será suficiente para explicar quaisquer diferenças que possamos encontrar quando considerarmos a corrente alternada nos capítulos posteriores.

Ao manter uma diferença de potencial (ou seja, uma “pressão elétrica”) entre dois terminais, a bateria da Fig. 5.1 faz com que cargas elétricas percorram o circuito indicado na ilustração. O terminal positivo remove elétrons do fio com a mesma rapidez com que eles são cedidos pelo terminal negativo. Enquanto a bateria estiver ligada aos mesmos pontos do circuito, não haverá qualquer mudança na intensidade e no sentido da corrente.

Se considerarmos o fio como um condutor ideal (isto é, que não oferece nenhuma resistência ao movimento dos elétrons), a diferença de potencial V entre os terminais do resistor será igual à tensão aplicada pela bateria: V (volts) = E (volts).

A corrente é limitada somente pelo resistor R . Quanto maior a resistência, menor a corrente, e vice-versa, como é fácil perceber a partir da definição de resistência.

Por convenção (como discutido no Cap. 2), o sentido de $I_{\text{convencional}}$, indicado na Fig. 5.1, é oposto ao do movimento dos elétrons ($I_{\text{elétron}}$). Além disso, o fato de que o escoamento de carga é uniforme nos leva a concluir que a corrente contínua I é a mesma em todos os pontos do circuito. Seguindo o sentido de escoamento convencional, observamos que há um aumento de potencial ao atravessarmos a bateria (de $-$ para $+$), e uma queda de potencial ao atravessarmos o resistor (de $+$ para $-$). Em circuitos de corrente contínua com apenas uma fonte de tensão, a corrente convencional sempre passa de um potencial mais baixo para um potencial mais alto ao atravessar uma fonte, como mostra

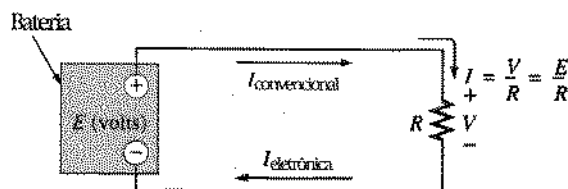


Fig. 5.1 Componentes básicos de um circuito elétrico.

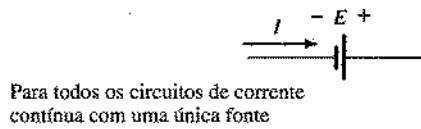


Fig. 5.2 Sentido convencional da corrente para circuitos de cc de uma fonte.

a Fig. 5.2. Por outro lado, a corrente convencional sempre passa de um potencial mais alto para um potencial mais baixo ao atravessar um resistor, qualquer que seja o número de fontes do circuito, como mostra a Fig. 5.3.

O circuito da Fig. 5.1 possui a configuração mais simples possível. Este capítulo e os seguintes irão adicionar elementos ao sistema de maneira bastante específica, para introduzir conceitos que irão formar a maior parte da base necessária para analisar sistemas mais complexos. Esteja atento às leis, regras e conceitos apresentados e discutidos nos Caps. 5 e 6, pois eles serão usados nos estudos de sistemas elétricos, eletrônicos e computacionais. Eles não serão substituídos por regras, leis e conceitos mais avançados à medida que você progredir nos estudos. É portanto de importância vital que os conceitos sejam claramente compreendidos e que as regras e leis sejam aplicadas com segurança.

5.2 CIRCUITOS EM SÉRIE

Um *circuito* consiste em um número qualquer de elementos unidos por seus terminais, com pelo menos um caminho fechado através do qual a carga possa fluir. O circuito da Fig. 5.4(a) possui três elementos, conectados em três pontos (*a*, *b* e *c*), de modo a constituir um caminho fechado para a corrente *I*.

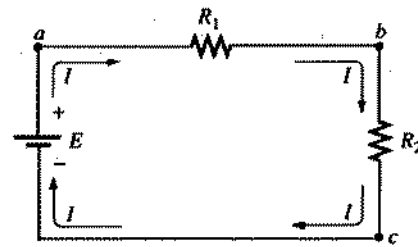
Dois elementos estão em série se:

1. Possuem somente um terminal em comum (isto é, um terminal de um está conectado somente a um terminal do outro).
2. O ponto comum entre os dois elementos não está conectado a outro elemento percorrido por corrente.

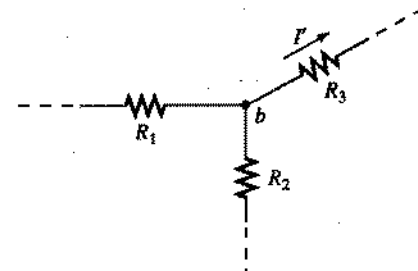
Na Fig. 5.4(a), os resistores R_1 e R_2 estão em série porque possuem somente o ponto *b* em comum. As outras extremidades dos resistores estão conectadas a outros pontos do circuito. Pela mesma razão, a bateria *E* e o resistor R_1 estão em série (terminal *a* em comum) e o resistor R_2 e a bateria *E* estão em série (terminal *c* em comum). Como todos os elementos estão em série, o circuito é chamado de *circuito em série*. Dois exemplos comuns de ligações em série, fora do campo da eletricidade, são uma corda feita com pedaços menores amarrados uns aos outros e um encaimento de água.



Fig. 5.3 Polaridade resultante da passagem de uma corrente convencional *I* por um elemento resistivo.



(a) Circuito em série



(b) R_1 e R_2 não estão em série

Fig. 5.4 (a) Circuito em série, (b) situação na qual R_1 e R_2 não estão em série.

Se ao circuito da Fig. 5.4(a) for acrescentado um resistor R_3 percorrido por corrente, como na Fig. 5.4(b), os resistores R_1 e R_2 não estarão mais em série porque a parte (2) da definição de elementos em série não será mais verdadeira.

Quando dois ou mais elementos de um circuito estão ligados em série, a corrente é a mesma em todos eles.

No circuito da Fig. 5.4(a), a corrente *I* que passa em cada resistor é igual à corrente que passa na bateria. O fato de a corrente ser a mesma em todos os elementos em série é frequentemente utilizado para determinar se dois elementos estão em série ou para verificar a resposta de um problema.

Um *ramo* do circuito é qualquer parte do circuito que possui um ou mais elementos em série. Na Fig. 5.4(a), o resistor R_1 forma um ramo do circuito, o resistor R_2 forma outro, e a bateria *E*, um terceiro.

A resistência total de um circuito em série é a soma das resistências do circuito.

Na Fig. 5.4(a), por exemplo, a resistência total (R_T) é igual a $R_1 + R_2$. Note que a resistência total é na realidade a resistência "vista" pela bateria quando ela "observa" a combinação de elementos em série, como ilustra a Fig. 5.5.

Em geral, para encontrar a resistência total (ou equivalente) de *N* resistores em série, é aplicada a seguinte equação:

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3 + \dots + R_N \quad (\text{ohms, } \Omega) \quad (5.1)$$

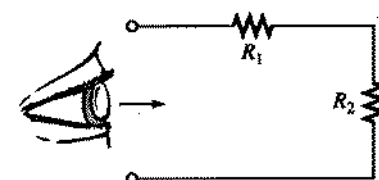


Fig. 5.5 Resistência "vista" pela fonte.

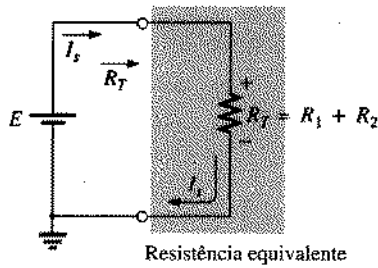


Fig. 5.6 Substituindo os resistores em série R_1 e R_2 da Fig. 5.5 pela resistência total.

Uma vez conhecida a resistência total, o circuito da Fig. 5.4(a) pode ser redesenhado como mostra a Fig. 5.6, revelando claramente que a única resistência que a fonte “vê” é a resistência equivalente. Não importa como os elementos estão conectados para estabelecer R_T . Desde que o valor desta resistência seja conhecido, a corrente fornecida pela fonte pode ser determinada usando a definição de resistência, como se segue:

$$I_s = \frac{E}{R_T} \quad (\text{amperes, A}) \quad (5.2)$$

Como E é fixo, a intensidade desta corrente depende somente do valor de R_T . Uma R_T elevada irá resultar em um valor relativamente pequeno de I_s , enquanto valores pequenos de R_T irão resultar em grandes valores de corrente.

O fato de a corrente ser a mesma em todos os elementos do circuito da Fig. 5.4(a) permite calcular a tensão entre os terminais de cada resistor utilizando a definição de resistência:

$$V_1 = IR_1, V_2 = IR_2, V_3 = IR_3, \dots, V_N = IR_N \quad (\text{volts, V}) \quad (5.3)$$

A potência fornecida a cada resistor pode ser determinada usando qualquer uma das três expressões a seguir, que são apresentadas para o caso especial de R_1 .

$$P_1 = V_1 I_1 = I_1^2 R_1 = \frac{V_1^2}{R_1} \quad (\text{watts, W}) \quad (5.4)$$

A potência fornecida pela fonte é

$$P_{\text{del}} = EI \quad (\text{watts, W}) \quad (5.5)$$

A potência total fornecida a um circuito resistivo é igual à potência total dissipada pelos elementos resistivos presentes no circuito.

Em outras palavras,

$$P_{\text{del}} = P_1 + P_2 + P_3 + \dots + P_N \quad (5.6)$$

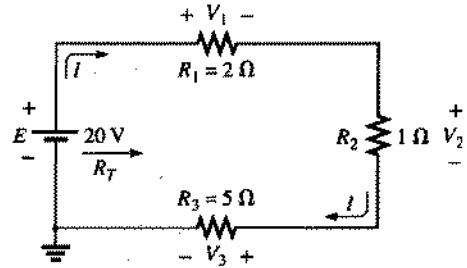


Fig. 5.7 Exemplo 5.1.

EXEMPLO 5.1

- Encontre a resistência total para o circuito em série da Fig. 5.7.
- Calcule a corrente fornecida pela fonte, I_s .
- Determine as tensões V_1 , V_2 e V_3 .
- Calcule a potência dissipada por R_1 , R_2 e R_3 .
- Determine a potência fornecida pela fonte e compare-a à soma das potências calculadas no item (d).

Soluções:

$$a. R_T = R_1 + R_2 + R_3 = 2 \, \Omega + 1 \, \Omega + 5 \, \Omega = 8 \, \Omega$$

$$b. I_s = \frac{E}{R_T} = \frac{20 \, \text{V}}{8 \, \Omega} = 2,5 \, \text{A}$$

$$c. V_1 = IR_1 = (2,5 \, \text{A})(2 \, \Omega) = 5 \, \text{V}$$

$$V_2 = IR_2 = (2,5 \, \text{A})(1 \, \Omega) = 2,5 \, \text{V}$$

$$V_3 = IR_3 = (2,5 \, \text{A})(5 \, \Omega) = 12,5 \, \text{V}$$

$$d. P_1 = V_1 I_1 = (5 \, \text{V})(2,5 \, \text{A}) = 12,5 \, \text{W}$$

$$P_2 = I_2^2 R_2 = (2,5 \, \text{A})^2 (1 \, \Omega) = 6,25 \, \text{W}$$

$$P_3 = V_3^2 / R_3 = (12,5 \, \text{V})^2 / 5 \, \Omega = 31,25 \, \text{W}$$

$$e. P_{\text{del}} = EI = (20 \, \text{V})(2,5 \, \text{A}) = 50 \, \text{W}$$

$$P_{\text{del}} = P_1 + P_2 + P_3$$

$$50 \, \text{W} = 12,5 \, \text{W} + 6,25 \, \text{W} + 31,25 \, \text{W}$$

$$50 \, \text{W} = 50 \, \text{W} \quad (\text{confere})$$

Para encontrar a resistência total de N resistores de mesmo valor, ligados em série, simplesmente multiplique o valor de um dos resistores pelo número total de resistores em série, N , isto é,

$$R_T = NR \quad (5.7)$$

EXEMPLO 5.2 Determine R_T , I e V_2 para o circuito da Fig. 5.8.

Solução: Note o sentido da corrente, estabelecido pela bateria, e a polaridade da ddp entre os terminais de R_2 , determinada pelo sentido da corrente. Como $R_1 = R_3 = R_4$,

$$R_T = NR_1 + R_2 = (3)(7 \, \Omega) + 4 \, \Omega = 21 \, \Omega + 4 \, \Omega = 25 \, \Omega$$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{50 \, \text{V}}{25 \, \Omega} = 2 \, \text{A}$$

$$V_2 = IR_2 = (2 \, \text{A})(4 \, \Omega) = 8 \, \text{V}$$

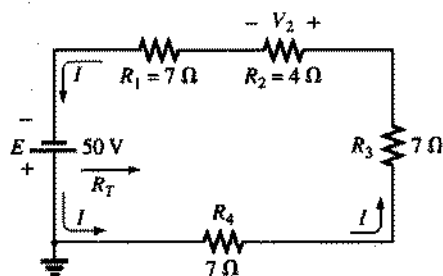


Fig. 5.8 Exemplo 5.2.

Os Exemplos 5.1 e 5.2 são problemas cuja solução é obtida através da substituição direta dos valores em fórmulas, sendo portanto extremamente fáceis. O Exemplo 5.3, entretanto, é um exemplo de outro tipo de problema no qual são necessários um sólido conhecimento das equações fundamentais e a capacidade de identificar que equação deve ser usada primeiro. O melhor treino para esse tipo de exercício é simplesmente resolver tantos problemas quanto possível.

EXEMPLO 5.3 Dados R_T e I , calcule R_1 e E para o circuito da Fig. 5.9.

Solução

$$R_T = R_1 + R_2 + R_3$$

$$12 \text{ k}\Omega = R_1 + 4 \text{ k}\Omega + 6 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 12 \text{ k}\Omega - 10 \text{ k}\Omega = 2 \text{ k}\Omega$$

$$E = IR_T = (6 \times 10^{-3} \text{ A})(12 \times 10^3 \Omega) = 72 \text{ V}$$

5.3 FONTES DE TENSÃO EM SÉRIE

Duas ou mais fontes de tensão podem ser ligadas em série, como na Fig. 5.10, para aumentar ou diminuir a tensão total aplicada a um sistema. A tensão resultante é determinada somando-se as tensões das fontes de mesma polaridade e subtraindo-se as de polaridade oposta. A polaridade resultante é aquela para a qual a soma é maior.

Na Fig. 5.10(a), por exemplo, as fontes estão todas “forçando” a corrente para a direita, de modo que a tensão total é dada por

$$E_T = E_1 + E_2 + E_3 = 10 \text{ V} + 6 \text{ V} + 2 \text{ V} = 18 \text{ V}$$

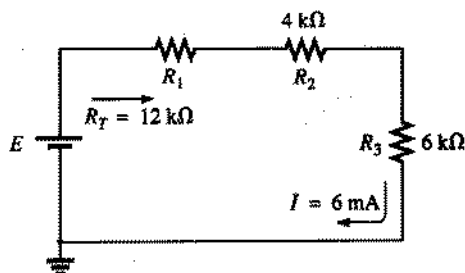
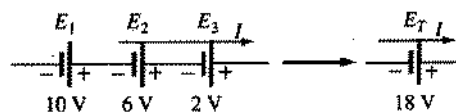
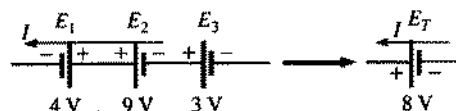


Fig. 5.9 Exemplo 5.3.



(a)



(b)

Fig. 5.10 Reduzindo fontes de tensão contínua em série a uma única fonte.

como mostra a figura. Na Fig. 5.8(b), entretanto, a maior “força” é para a esquerda, o que resulta em uma tensão total dada por

$$E_T = E_2 + E_3 - E_1 = 9 \text{ V} + 3 \text{ V} - 4 \text{ V} = 8 \text{ V}$$

e na polaridade mostrada na figura.

5.4 LEI DE KIRCHHOFF PARA TENSÕES

Veja a Fig. 5.11.

A lei de Kirchhoff para tensões (LKT) afirma que a soma algébrica das variações de potencial em uma malha fechada é nula.

Uma malha fechada é qualquer caminho contínuo que deixa um ponto em um sentido e retorna ao mesmo ponto vindo do sentido oposto, sem deixar o circuito. Na Fig. 5.12, seguindo a corrente, podemos traçar um caminho contínuo que deixa o ponto *a* através de R_1 e retorna através de E sem deixar o circuito. Assim, *abcd* é uma malha fechada. Para podermos aplicar a lei de Kirchhoff para tensões, a soma dos aumentos e quedas de

Alemão (Königsberg, Berlim)
(1824-1887)
Físico, Professor de Física.
Universidade de Heidelberg



Cortesia da Smithsonian Institution.
foto No. 58283

Embora tenha contribuído em muitas áreas no campo da física, é mais conhecido por seu trabalho sobre as relações entre correntes e tensões em um circuito elétrico, publicado em 1847. Realizou pesquisas com o químico alemão Robert Bunsen (inventor do bico de Bunsen) que resultaram na descoberta dos elementos químicos *césio* e *rubídio*.

Fig. 5.11 Gustav Robert Kirchhoff.

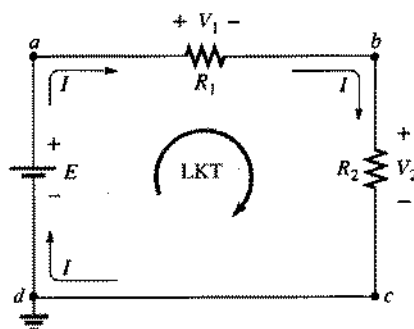


Fig. 5.12 Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões a um circuito em série.

potencial precisa ser feita percorrendo a malha em um certo sentido.

Por convenção, o sentido horário será usado para todas as aplicações da lei de Kirchhoff para tensões que se seguem. Não se esqueça, porém, de que o mesmo resultado seria obtido se o sentido escolhido fosse o anti-horário.

Um sinal positivo indica um aumento de potencial (de - para +), e um sinal negativo, uma queda (de + para -). Se seguirmos a corrente na Fig. 5.12 a partir do ponto *a*, primeiro encontraremos uma queda de potencial V_1 (de + para -) entre os terminais de R_1 e outra queda V_2 entre os terminais de R_2 . Ao passarmos pelo interior da fonte, temos um aumento de potencial E (de - para +) antes de retornar ao ponto *a*. Em forma simbólica, usando Σ para representar somatório, \mathcal{C} a malha fechada e V as variações de potencial, temos

$$\boxed{\sum_{\mathcal{C}} V = 0} \quad (\text{lei de Kirchhoff para tensões em forma simbólica}) \quad (5.8)$$

o que, para o circuito da Fig. 5.12, leva a (usando o sentido horário, seguindo a corrente I e começando no ponto *d*):

$$\begin{aligned} +E - V_1 - V_2 &= 0 \\ E &= V_1 + V_2 \end{aligned}$$

o que demonstra que

a tensão aplicada a um circuito em série é igual à soma das quedas de tensão nos elementos em série.

A lei de Kirchhoff para tensões também pode ser escrita na seguinte forma:

$$\boxed{\sum_{\text{Aumentos}} V = \sum_{\text{Quedas}} V} \quad (5.9)$$

o que, em palavras, significa que a soma dos aumentos de potencial em uma malha fechada precisa ser igual à soma das quedas de potencial. O texto irá enfatizar, entretanto, o uso da Eq. (5.8).

Se o circuito fosse estudado no sentido anti-horário, começando no ponto *a*, o resultado seria o seguinte:

$$\begin{aligned} \sum_{\mathcal{C}} V &= 0 \\ -E + V_2 + V_1 &= 0 \end{aligned}$$

ou, como antes,

$$E = V_1 + V_2$$

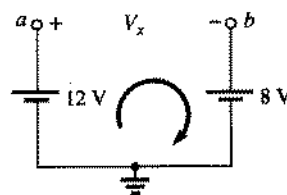


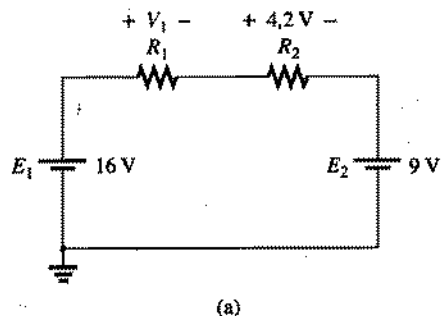
Fig. 5.13 Demonstração de que pode existir ddp entre dois pontos não conectados por um condutor percorrido por corrente.

A aplicação da lei de Kirchhoff para tensões não precisa seguir um caminho que inclua elementos percorridos por corrente.

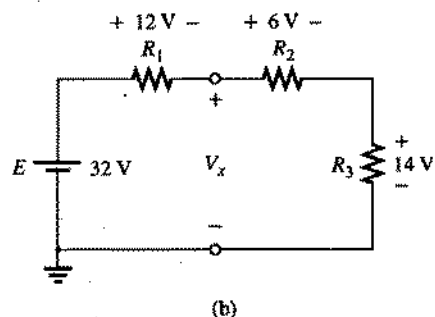
Na Fig. 5.13, por exemplo, há uma diferença de potencial entre os pontos *a* e *b*, embora os dois pontos não estejam ligados por um elemento percorrido por corrente. A aplicação da lei de Kirchhoff para tensões a malha fechada irá resultar em uma diferença de potencial de 4 V entre os dois pontos. Usando o sentido horário:

$$\begin{aligned} +12 \text{ V} - V_x - 8 \text{ V} &= 0 \\ V_x &= 4 \text{ V} \end{aligned}$$

EXEMPLO 5.4 Determine as tensões desconhecidas nos circuitos da Fig. 5.14.



(a)



(b)

Fig. 5.14 Exemplo 5.4.

Solução: Quando aplicar a lei de Kirchhoff para tensões, pense nas polaridades dos aumentos e quedas de tensão, e não no tipo de elemento. Em outras palavras, não trate uma queda de tensão em um elemento resistivo de modo diferente de uma queda de tensão em uma fonte. Se a polaridade ditar que uma queda ocorreu, é isto que importa ao aplicar a lei. Na Fig. 5.14(a), por

exemplo, se escolhermos o sentido horário, iremos descobrir que existem quedas de tensão nos resistores R_1 e R_2 e também na fonte E_2 . Todas essas diferenças de potencial deverão portanto ser tomadas com sinal negativo ao aplicarmos a lei de Kirchhoff para tensões.

A aplicação da lei de Kirchhoff para tensões ao circuito da Fig. 5.14(a) no sentido horário irá resultar em

$$\begin{aligned} +E_1 - V_1 - V_2 - E_2 &= 0 \\ V_1 &= E_1 - V_2 - E_2 = 16 \text{ V} - 4,2 \text{ V} - 9 \text{ V} \\ &= 2,8 \text{ V} \end{aligned}$$

O resultado mostra claramente que não é necessário conhecer os valores dos resistores ou da corrente para determinar a tensão desconhecida; os valores das outras tensões são suficientes.

Na Fig. 5.14(b), a tensão desconhecida não está entre os terminais de um elemento percorrido por corrente. Entretanto, como já dito anteriormente, a lei de Kirchhoff para tensões não se aplica apenas a elementos percorridos por corrente. Neste caso, há duas formas possíveis de calcular a corrente desconhecida. Percorrendo a malha da esquerda (que envolve a fonte E e o resistor R_1) no sentido horário, temos:

$$\begin{aligned} +E - V_1 - V_x &= 0 \\ V_x &= E - V_1 = 32 \text{ V} - 12 \text{ V} \\ &= 20 \text{ V} \end{aligned}$$

Percorrendo a malha da direita (que envolve os resistores R_2 e R_3) no sentido horário, temos:

$$\begin{aligned} +V_x - V_2 - V_3 &= 0 \\ V_x &= V_2 + V_3 = 6 \text{ V} + 14 \text{ V} \\ &= 20 \text{ V} \end{aligned}$$

o que confirma o resultado anterior.

EXEMPLO 5.5 Encontre V_1 e V_2 para o circuito da Fig. 5.15.

Solução: Para a malha 1, começando no ponto a e escolhendo o sentido horário:

$$+25 \text{ V} - V_1 + 15 \text{ V} = 0$$

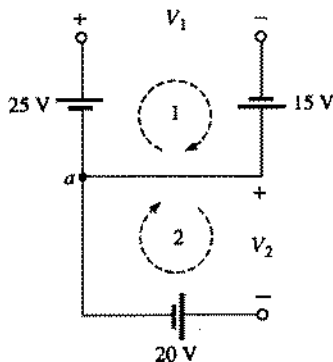


Fig. 5.15 Exemplo 5.5.

e

$$V_1 = 40 \text{ V}$$

Para a malha 2, começando no ponto a e escolhendo o sentido horário:

$$-V_2 - 20 \text{ V} = 0$$

e

$$V_2 = -20 \text{ V}$$

O sinal negativo significa apenas que as polaridades reais das diferenças de potencial são opostas às aquelas escolhidas inicialmente, indicadas na Fig. 5.15.

O próximo exemplo irá enfatizar o fato de que os parâmetros que importam quando aplicamos a lei de Kirchhoff para tensões são as polaridades das quedas ou aumentos de tensão, e não o tipo dos elementos envolvidos.

EXEMPLO 5.6 Usando a lei de Kirchhoff para tensões, determine as tensões desconhecidas para os circuitos da Fig. 5.16.

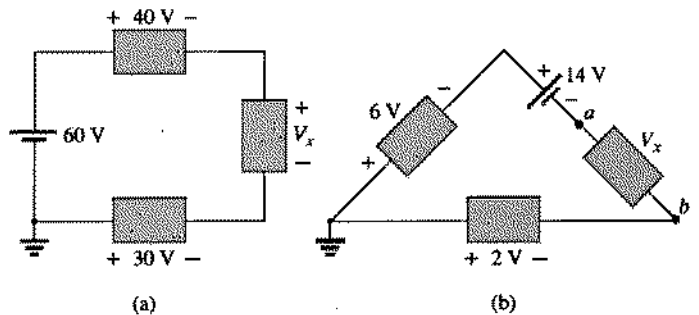


Fig. 5.16 Exemplo 5.6.

Solução: Observe que os elementos indicados por retângulos nas figuras acima podem ser fontes, resistores ou uma combinação dos dois tipos de componentes. Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões ao circuito da Fig. 5.16(a) no sentido horário, temos:

$$\begin{aligned} 60 \text{ V} - 40 \text{ V} - V_x + 30 \text{ V} &= 0 \\ V_x &= 60 \text{ V} + 30 \text{ V} - 40 \text{ V} = 90 \text{ V} - 40 \text{ V} \\ &= 50 \text{ V} \end{aligned}$$

No circuito da Fig. 5.16(b), a polaridade da tensão desconhecida não foi indicada. Em casos como este, suponha uma polaridade qualquer e use a lei de Kirchhoff para tensões como nos exemplos anteriores. Se o resultado for positivo, é porque a polaridade escolhida estava correta; se for negativo, o valor calculado para a tensão está correto, mas a polaridade terá que ser invertida. No caso da Fig. 5.16(b), se supusermos que a é o terminal positivo e b o terminal negativo e aplicarmos a lei das tensões de Kirchhoff no sentido horário, teremos:

$$\begin{aligned} -6 \text{ V} - 14 \text{ V} - V_x + 2 \text{ V} &= 0 \\ V_x &= -20 \text{ V} + 2 \text{ V} \\ &= -18 \text{ V} \end{aligned}$$

Como o resultado foi negativo, sabemos que a deve ser negativo e b positivo, mas o valor de 5 V está correto.

EXEMPLO 5.7 Para o circuito da Fig. 5.17:

- Encontre R_T .
- Encontre I .
- Encontre V_1 e V_2 .
- Encontre a potência dissipada pelos resistores de 4 Ω e 6 Ω .
- Encontre a potência fornecida pela bateria e compare-a à dissipada pelos resistores de 4 Ω e 6 Ω combinados.
- Verifique a lei de Kirchhoff para tensões (escolhendo o sentido horário).

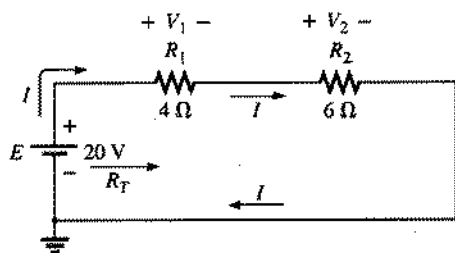


Fig. 5.17 Exemplo 5.7.

Soluções:

- $R_T = R_1 + R_2 = 4 \Omega + 6 \Omega = 10 \Omega$
- $I = \frac{E}{R_T} = \frac{20 \text{ V}}{10 \Omega} = 2 \text{ A}$
- $V_1 = IR_1 = (2 \text{ A})(4 \Omega) = 8 \text{ V}$
 $V_2 = IR_2 = (2 \text{ A})(6 \Omega) = 12 \text{ V}$
- $P_{4\Omega} = \frac{V_1^2}{R_1} = \frac{(8 \text{ V})^2}{4} = 16 \text{ W}$
 $P_{6\Omega} = I^2 R_2 = (2 \text{ A})^2 (6 \Omega) = (4)(6) = 24 \text{ W}$
- $P_E = EI = (20 \text{ V})(2 \text{ A}) = 40 \text{ W}$
 $P_E = P_{4\Omega} + P_{6\Omega}$
 $40 \text{ W} = 16 \text{ W} + 24 \text{ W}$
 $40 \text{ W} = 40 \text{ W}$ (confere)
- $\sum_{\odot} V = +E - V_1 - V_2 = 0$
 $E = V_1 + V_2$
 $20 \text{ V} = 8 \text{ V} + 12 \text{ V}$
 $20 \text{ V} = 20 \text{ V}$ (confere)

EXEMPLO 5.8 Para o circuito da Fig. 5.18:

- Determine V_2 usando a lei de Kirchhoff para tensões.
- Determine I .
- Determine R_1 e R_3 .

Soluções:

- Lei de Kirchhoff para tensões (escolhendo o sentido horário):

$$E + V_3 + V_2 + V_1 = 0$$

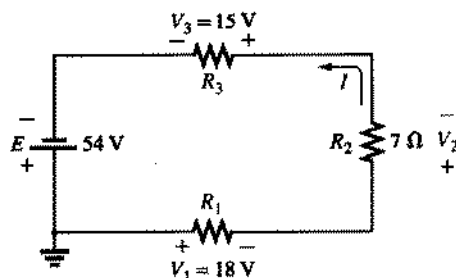


Fig. 5.18 Exemplo 5.8.

$$\text{ou} \quad E = V_1 + V_2 + V_3$$

$$\text{e} \quad V_2 = E - V_1 - V_3 = 54 \text{ V} - 18 \text{ V} - 15 \text{ V} = 21 \text{ V}$$

$$\text{b. } I = \frac{V_2}{R_2} = \frac{21 \text{ V}}{7 \Omega} = 3 \text{ A}$$

$$\text{c. } R_1 = \frac{V_1}{I} = \frac{18 \text{ V}}{3 \text{ A}} = 6 \Omega$$

$$R_3 = \frac{V_3}{I} = \frac{15 \text{ V}}{3 \text{ A}} = 5 \Omega$$

5.5 INTERCAMBIANDO ELEMENTOS EM SÉRIE

Os elementos de circuitos em série podem ser intercambiados sem que a resistência total, a corrente que atravessa o circuito e a potência consumida pelos diferentes elementos sejam afetadas. Por exemplo: o circuito da Fig. 5.19 pode ser substituído pelo circuito da Fig. 5.20 sem que os valores de I e V_2 sejam afetados. A resistência total R_T é 35 Ω nos dois casos e $I = 70 \text{ V}/35 \Omega = 2 \text{ A}$. A tensão é $V_2 = IR_2 = (2 \text{ A})(5 \Omega) = 10 \text{ V}$ nas duas configurações.

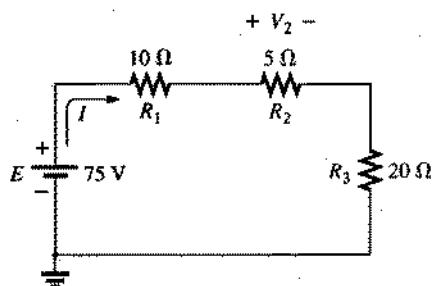


Fig. 5.19 Circuito de cc em série com os elementos a serem intercambiados.

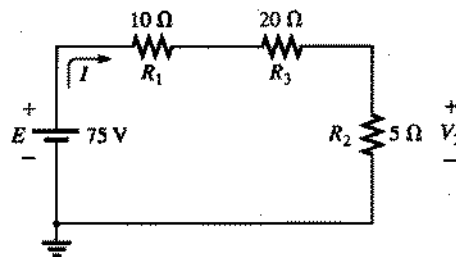


Fig. 5.20 Circuito da Fig. 5.19 com R_2 e R_3 intercambiados.

EXEMPLO 5.9 Determine I e a tensão entre os terminais do resistor de $7\ \Omega$ no circuito da Fig. 5.21.

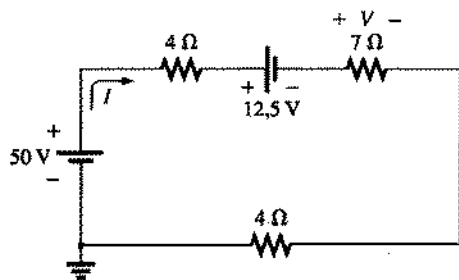


Fig. 5.21 Exemplo 5.9.

Solução: O circuito é substituído pelo da Fig. 5.22.

$$R_T = (2)(4\ \Omega) + 7\ \Omega = 15\ \Omega$$

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{37,5\ \text{V}}{15\ \Omega} = 2,5\ \text{A}$$

$$V_{7\Omega} = IR = (2,5\ \text{A})(7\ \Omega) = 17,5\ \text{V}$$

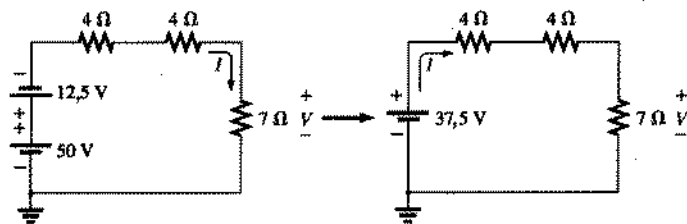


Fig. 5.22 O circuito da Fig. 5.21 desenhado de outra forma.

5.6 REGRA DOS DIVISORES DE TENSÃO

Nos circuitos em série,

a tensão entre os terminais dos elementos resistivos se divide na mesma proporção que os valores de resistência.

Por exemplo: as tensões entre os terminais dos elementos resistivos da Fig. 5.23 são dadas. O maior resistor, de $6\ \Omega$, captura a maior parte da tensão aplicada, enquanto o menor resistor R_3

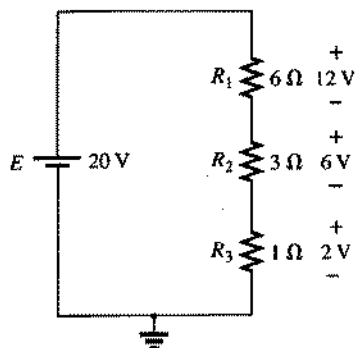


Fig. 5.23 Como a tensão se divide entre elementos resistivos em série.

fica com a menor. Note também que, como a resistência de R_1 é 6 vezes maior que a de R_3 , a tensão entre os terminais de R_1 é também 6 vezes maior que entre os terminais de R_3 . O fato de que a resistência de R_2 é 3 vezes maior que R_1 resulta em uma tensão 3 vezes maior entre os terminais de R_2 . Finalmente, como R_1 é o dobro de R_2 , a tensão entre os terminais de R_1 é o dobro da de R_2 . Em geral, a tensão entre os terminais de resistores em série está na mesma razão que suas resistências.

É particularmente interessante notar que se as resistências de todos os resistores da Fig. 5.23 forem aumentadas na mesma proporção, como na Fig. 5.24, os valores de tensão permanecerão os mesmos. Em outras palavras, mesmo que as resistências sejam multiplicadas por um milhão, as tensões continuarão as mesmas. Fica claro, desse modo, que é a relação entre os valores dos resistores que conta para a divisão da tensão, e não o valor absoluto dos resistores. O valor de corrente no circuito será profundamente afetado pela mudança nos valores das resistências da Fig. 5.23 para a Fig. 5.24, mas os valores de tensão permanecerão os mesmos.

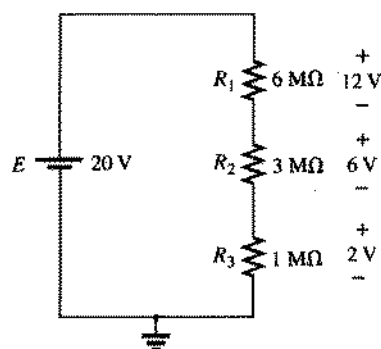


Fig. 5.24 A razão entre os valores das resistências determina a divisão da tensão em um circuito cc em série.

Com base na afirmação acima, uma primeira observação no circuito em série da Fig. 5.25 sugere que a maior parte da tensão aplicada aparecerá entre os terminais do resistor de $1\ \text{M}\Omega$ e muito pouca entre os terminais do resistor de $100\ \Omega$. De fato, $1\ \text{M}\Omega = (1.000)1\ \text{k}\Omega = (10.000)100\ \Omega$, revelando que $V_1 = 1.000V_2 = 10.000V_3$.

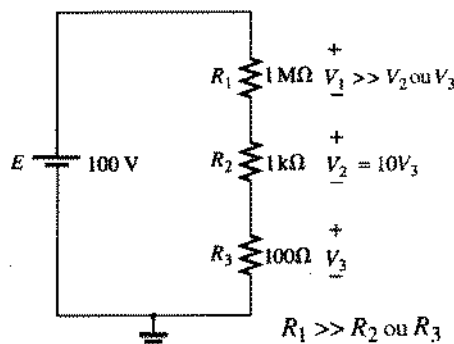


Fig. 5.25 O elemento resistivo maior irá capturar a maior parte da tensão aplicada.

Calculando o valor da corrente e em seguida os três valores de tensão, temos:

$$I = \frac{E}{R_T} = \frac{100 \text{ V}}{1.001.100 \Omega} \cong 99,89 \mu\text{A}$$

e

$$V_1 = IR_1 = (99,89 \mu\text{A})(1 \text{ M}\Omega) = 99,89 \text{ V}$$

$$V_2 = IR_2 = (99,89 \mu\text{A})(1 \text{ k}\Omega) = 99,89 \text{ mV} = 0,09989 \text{ V}$$

$$V_3 = IR_3 = (99,89 \mu\text{A})(100 \Omega) = 9,989 \text{ mV} = 0,009989 \text{ V}$$

resultados que confirmam as conclusões anteriores. No futuro, portanto, usaremos este raciocínio para estimar a divisão da tensão de entrada entre os terminais de elementos em série, como uma maneira de verificar os cálculos ou simplesmente obter uma estimativa com um mínimo de trabalho.

Na discussão anterior a corrente era determinada antes das tensões no circuito. Há, entretanto, um método, conhecido como *regra dos divisores de tensão*, que permite determinar as tensões sem que seja necessário calcular a corrente. A regra pode ser deduzida analisando o circuito da Fig. 5.26.

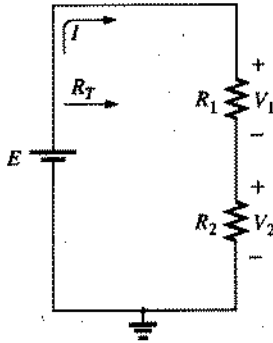


Fig. 5.26 Dedução da regra dos divisores de tensão.

$$R_T = R_1 + R_2$$

$$I = \frac{E}{R_T}$$

Aplicando a definição de resistência:

$$V_1 = IR_1 = \left(\frac{E}{R_T}\right)R_1 = \frac{R_1 E}{R_T}$$

$$V_2 = IR_2 = \left(\frac{E}{R_T}\right)R_2 = \frac{R_2 E}{R_T}$$

Note que o formato para V_1 e V_2 é

$$V_x = \frac{R_x E}{R_T} \quad (\text{regra dos divisores de tensão}) \quad (5.10)$$

onde V_x é a tensão entre os terminais de R_x , E é a tensão aplicada aos elementos em série e R_T é a resistência total do circuito em série.

Em palavras, a *regra dos divisores de tensão* determina que

a tensão entre os terminais de um resistor em um circuito em série é igual ao valor desse resistor vezes a tensão total aplicada aos elementos em série do circuito dividida pela resistência total dos elementos em série.

EXEMPLO 5.10 Determine a tensão V_1 para o circuito da Fig. 5.27.

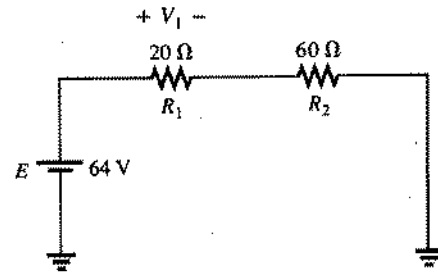


Fig. 5.27 Exemplo 5.10.

Solução: Eq. 5.10:

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_T} = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{(20 \Omega)(64 \text{ V})}{20 \Omega + 60 \Omega} = \frac{1.280 \text{ V}}{80} = 16 \text{ V}$$

EXEMPLO 5.11 Usando a regra dos divisores de tensão, determine as tensões V_1 e V_3 para o circuito em série da Fig. 5.28.

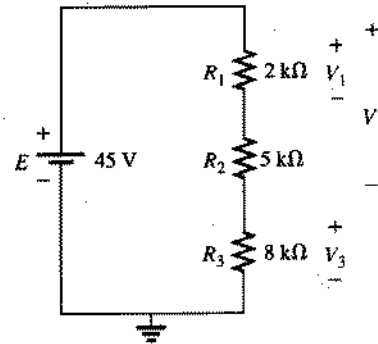


Fig. 5.28 Exemplo 5.11.

Solução:

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_T} = \frac{(2 \text{ k}\Omega)(45 \text{ V})}{2 \text{ k}\Omega + 5 \text{ k}\Omega + 8 \text{ k}\Omega} = \frac{(2 \text{ k}\Omega)(45 \text{ V})}{15 \text{ k}\Omega} = \frac{(2 \times 10^3 \Omega)(45 \text{ V})}{15 \times 10^3 \Omega} = \frac{90 \text{ V}}{15} = 6 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{R_3 E}{R_T} = \frac{(8 \text{ k}\Omega)(45 \text{ V})}{15 \text{ k}\Omega} = \frac{(8 \times 10^3 \Omega)(45 \text{ V})}{15 \times 10^3 \Omega} = \frac{360 \text{ V}}{15} = 24 \text{ V}$$

A regra pode ser aplicada à tensão entre os terminais de dois ou mais elementos ligados em série se a resistência no numera-

dor da Eq. (5.10) for substituída pela resistência total dos elementos em série entre cujos terminais se deseja determinar a tensão (R'):

$$V' = \frac{R'E}{R_T} \quad (\text{volts}) \quad (5.11)$$

EXEMPLO 5.12 Determine a tensão V' na Fig. 5.28 entre os terminais dos resistores R_1 e R_2 .

Solução:

$$V' = \frac{R'E}{R_T} = \frac{(2 \text{ k}\Omega + 5 \text{ k}\Omega)(45 \text{ V})}{15 \text{ k}\Omega} = \frac{(7 \text{ k}\Omega)(45 \text{ V})}{15 \text{ k}\Omega} = 21 \text{ V}$$

Também não é necessário que a tensão E na equação seja a tensão da fonte do circuito. Por exemplo: se V é a tensão total entre os terminais de um conjunto de elementos, ligados em série, como os mostrados na Fig. 5.29, então

$$V_{2\Omega} = \frac{(2 \Omega)(27 \text{ V})}{4 \Omega + 2 \Omega + 3 \Omega} = \frac{54 \text{ V}}{9} = 6 \text{ V}$$

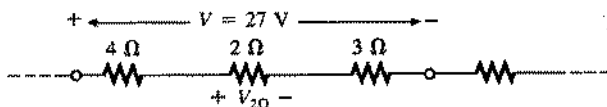


Fig. 5.29 A tensão total entre elementos em série não precisa ser uma fonte de tensão independente.

EXEMPLO 5.13 Determine os valores de R_1 e R_2 no divisor de tensão da Fig. 5.30 para que $V_{R_1} = V_{R_2}$.

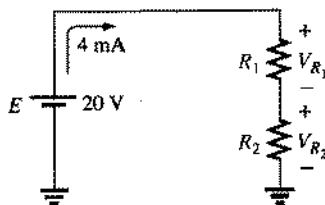


Fig. 5.30 Exemplo 5.13.

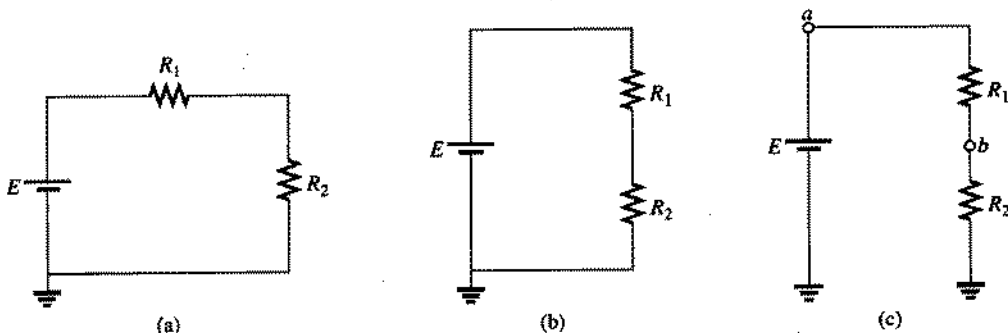


Fig. 5.32 Três formas de mostrar o mesmo circuito em série de corrente contínua.

Solução: A resistência total é dada por

$$R_T = \frac{E}{I} = \frac{20 \text{ V}}{4 \text{ mA}} = 5 \text{ k}\Omega$$

Como $V_{R_1} = 4 V_{R_2}$

$$R_1 = 4R_2$$

Assim, $R_T = R_1 + R_2 = 4R_2 + R_2 = 5R_2$

$$5R_2 = 5 \text{ k}\Omega$$

$$R_2 = 1 \text{ k}\Omega$$

$$R_1 = 4R_2 = 4 \text{ k}\Omega$$

5.7 NOTAÇÃO

A notação terá um importante papel nas análises que se seguem. É importante, portanto, que comecemos a examinar a notação usada pela indústria.

Fontes de Tensão e Terra

Exceto em uns poucos casos especiais, os sistemas elétricos e eletrônicos são aterrados por razões de segurança e para fins de referência. O símbolo para ligação à terra aparece na Fig. 5.31 com seu valor de potencial definido — zero volts. Nenhum dos circuitos discutidos até agora possuía uma ligação à terra. Se a Fig. 5.4(a) fosse refeita para mostrar uma fonte aterrada, poderia assumir o aspecto da Fig. 5.32(a), (b) ou (c). Em qualquer dos casos, fica entendido que o terminal negativo da bateria e o terminal inferior do resistor R_2 estão ligados à terra. Embora a Fig. 5.32(c) não mostre nenhuma ligação entre as duas terras, supõe-se que tal ligação exista para garantir o fluxo contínuo da carga. Se $E = 12 \text{ V}$, então o ponto a está a um potencial positivo



Fig. 5.31 Potencial da terra.

de 12 V em relação ao potencial da terra (0 V), e existem 12 V entre os terminais da combinação em série dos resistores R_1 e R_2 . Se um voltímetro ligado entre o ponto b e a terra lê 4 V, então a tensão entre os terminais de R_2 é 4 V, com o potencial maior em b .

Em diagramas esquemáticos mais complexos, nos quais o espaço precisa ser aproveitado ao máximo e a clareza de informações é muito importante, as fontes de tensão podem ser indicadas como nas Figs. 5.33(a) e 5.34(a), e não como nas Figs. 5.33(b) e 5.34(b). Além disso, os valores de potencial podem ser indicados na Fig. 5.35, para permitir uma verificação rápida dos valores de potencial com respeito à terra em vários pontos de um circuito, para assegurar que o sistema está operando corretamente.

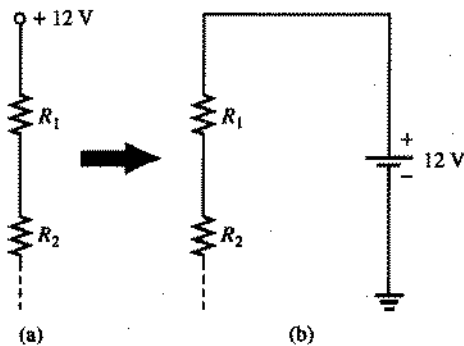


Fig. 5.33 Substituindo a notação especial para uma fonte de tensão cc pelo símbolo padrão.

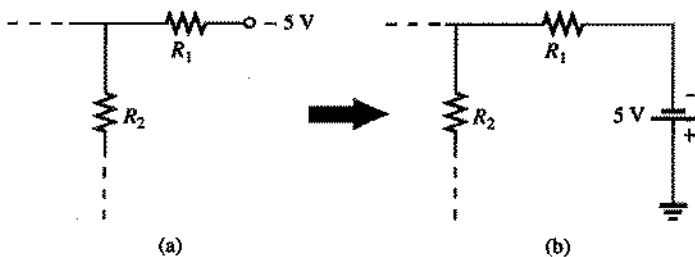


Fig. 5.34 Substituindo a notação para uma fonte de tensão cc negativa pela notação padrão.

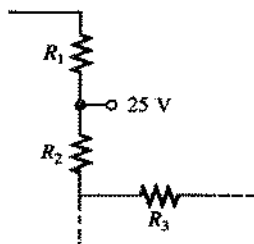


Fig. 5.35 A presença do valor esperado da tensão em um ponto particular de um circuito mostra que o circuito está funcionando corretamente.

Notação de Duplo Índice Inferior

O fato de que a tensão é uma grandeza que existe entre dois pontos resultou em uma notação de duplo índice inferior que define o primeiro índice inferior como correspondendo ao ponto de maior potencial. Na Fig. 5.36(a), os dois pontos que definem a tensão entre os terminais do resistor R são representados por a e b . Como a é o primeiro índice em V_{ab} , o ponto a deve estar a um potencial maior que o ponto b para que V_{ab} tenha um valor positivo. Se, na verdade, o ponto b estiver a um potencial maior do que o ponto a , V_{ab} terá um valor negativo, como na Fig. 5.35(b).

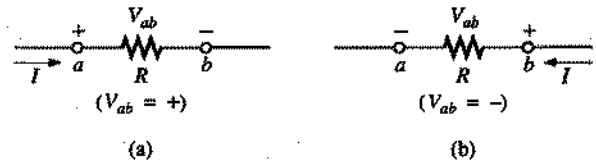


Fig. 5.36 Definindo o sinal para a notação de duplo índice inferior.

Em resumo:

A notação de duplo índice inferior V_{ab} especifica o ponto a como o de maior potencial. Se este não for o caso, um sinal negativo deve ser associado ao valor de V_{ab} .

Em outras palavras,

a tensão V_{ab} é a tensão no ponto a em relação ao ponto b .

Notação de Índice Inferior Único

Se o ponto b da notação V_{ab} for especificado como o potencial da terra (zero volts), pode ser usada uma notação de subscrito inferior único que estabelece a tensão em um ponto em relação à terra.

Na Fig. 5.37, V_a é a tensão entre o ponto a e a terra. Neste caso ela é obviamente 10 V, pois é medida diretamente entre os terminais da fonte de tensão E . A tensão V_b é a tensão entre o ponto b e a terra. Como o resistor de 4Ω está ligado entre esses mesmos pontos, $V_b = 4$ V.

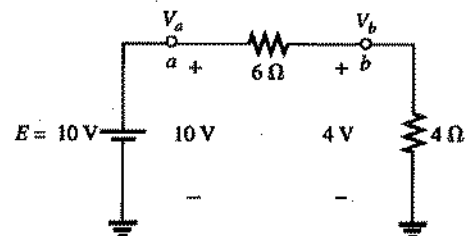


Fig. 5.37 Definindo o uso da notação de índice único para valores de tensão.

Em resumo:

A notação de índice inferior único V_a especifica a tensão no ponto a em relação à terra (zero volt). Se a tensão é menor que zero, um sinal negativo deve ser associado ao valor de V_a .

Comentários Gerais

Uma relação particularmente útil, que terá várias aplicações na análise de circuitos eletrônicos, pode ser estabelecida agora. Se adotarmos a notação acima, a seguinte relação será sempre válida:

$$V_{ab} = V_a - V_b \quad (5.12)$$

Em outras palavras, se a tensão nos pontos a e b em relação à terra for conhecida, a tensão V_{ab} poderá ser determinada usando a equação acima. Na Fig. 5.37, por exemplo,

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b = 10 \text{ V} - 4 \text{ V} \\ &= 6 \text{ V} \end{aligned}$$

EXEMPLO 5.14 Encontre a tensão V_{ab} para as condições da Fig. 5.38.

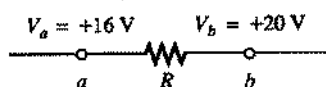


Fig. 5.38 Exemplo 5.14.

Solução: Aplicando a Eq. 5.12:

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b = 16 \text{ V} - 20 \text{ V} \\ &= -4 \text{ V} \end{aligned}$$

Observe a presença do sinal negativo para indicar que o ponto b está a um potencial mais elevado que o ponto a .

EXEMPLO 5.15 Encontre a tensão V_a para a configuração da Fig. 5.39.

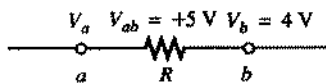


Fig. 5.39 Exemplo 5.15.

Solução: Aplicando a Eq. (5.12):

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b \\ V_a &= V_{ab} + V_b = 5 \text{ V} + 4 \text{ V} \\ &= 9 \text{ V} \end{aligned}$$

EXEMPLO 5.16 Encontre a tensão V_{ab} para a configuração da Fig. 5.40.

Solução: Aplicando a Eq. (5.12):

$$\begin{aligned} V_{ab} &= V_a - V_b = 20 \text{ V} - (-15 \text{ V}) = 20 \text{ V} + 15 \text{ V} \\ &= 35 \text{ V} \end{aligned}$$

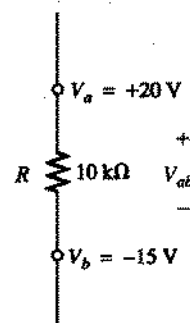


Fig. 5.40 Exemplo 5.16.

Note no Exemplo 5.16 que é preciso ter cuidado com os sinais ao usar a equação. Entre o ponto a e o ponto b , a tensão cai de um valor positivo de $+20 \text{ V}$ para um valor negativo de -15 V . Como vemos na Fig. 5.41, isto representa uma queda de tensão de 35 V . De certa forma, é como passar de um saldo bancário positivo de R\$ 20,00 para um saldo negativo de R\$ 15,00; o total das despesas corresponde a R\$ 35,00.

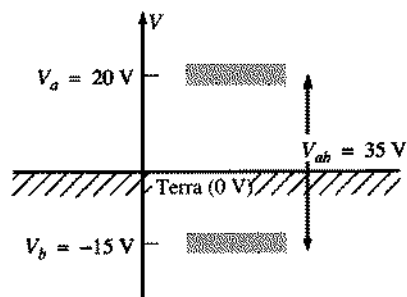


Fig. 5.41 Influência de tensões positivas e negativas sobre a queda de tensão total.

EXEMPLO 5.17 Encontre as tensões V_b , V_c e V_{ac} no circuito da Fig. 5.42.

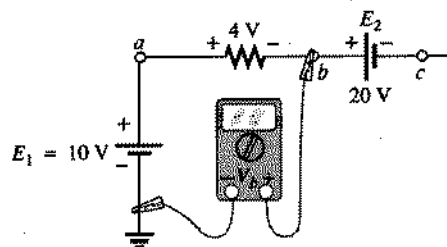


Fig. 5.42 Exemplo 5.17.

Solução: Começando no potencial da terra (zero volt), subimos 10 V para chegar ao ponto a e em seguida passamos por uma queda de potencial de 4 V para chegar ao ponto b . O resultado é que o medidor irá ler

$$V_b = +10 \text{ V} - 4 \text{ V} = 6 \text{ V}$$

como mostra a Fig. 5.43.

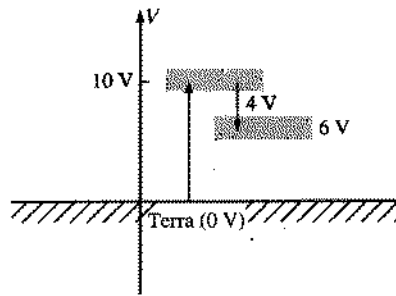


Fig. 5.43 Determinando V_b a partir dos valores definidos de tensão.

Se continuarmos até o ponto c, haverá uma queda adicional de 20 V, o que nos dará

$$V_c = V_b - 20 \text{ V} = 6 \text{ V} - 20 \text{ V} = -14 \text{ V}$$

como vemos na Fig. 5.44.

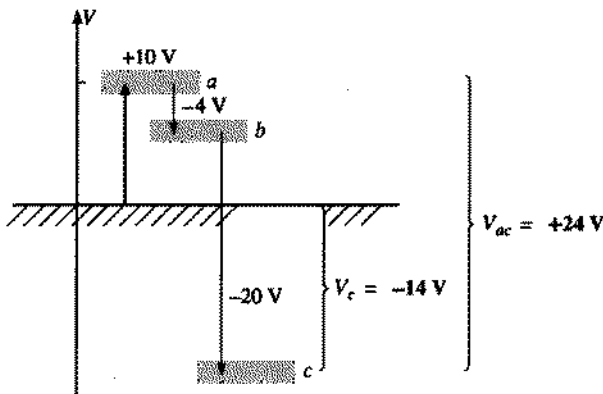


Fig. 5.44 Revisão dos valores de potencial para o circuito da Fig. 5.42.

A tensão V_{ac} pode ser obtida usando a Eq. (5.12) ou simplesmente observando a Fig. 5.44:

$$V_{ac} = V_a - V_c = 10 \text{ V} - (-14 \text{ V}) = 24 \text{ V}$$

EXEMPLO 5.18 Determine V_{ab} , V_{cb} e V_c para o circuito da Fig. 5.45.

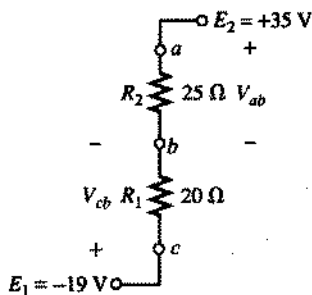


Fig. 5.45 Exemplo 5.18.

Solução: Há dois modos de se resolver este problema. O primeiro é fazer um desenho como o da Fig. 5.46 e notar que existe uma queda de 54 V entre os terminais dos resistores em série R_1

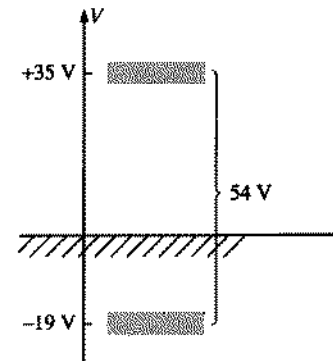


Fig. 5.46 Determinando a queda de tensão total nos elementos resistivos da Fig. 5.45.

e R_2 . A corrente pode ser determinada usando a definição de resistência e o valor da queda de tensão:

$$I = \frac{54 \text{ V}}{45 \Omega} = 1,2 \text{ A}$$

$$V_{ab} = IR_2 = (1,2 \text{ A})(25 \Omega) = 30 \text{ V}$$

$$V_{cb} = -IR_1 = -(1,2 \text{ A})(20 \Omega) = -24 \text{ V}$$

$$V_c = E_1 = -19 \text{ V}$$

O outro modo é redesenhar o circuito da forma indicada na Fig. 5.47 para estabelecer claramente o fato de que as tensões de

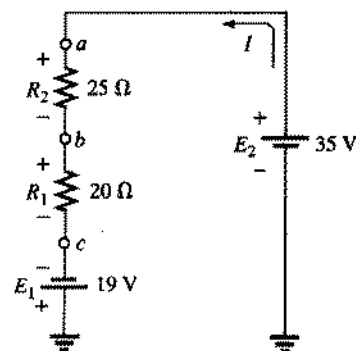


Fig. 5.47 Redesenhando o circuito da Fig. 5.45 usando os símbolos padrão da fonte de tensão cc.

E_1 e E_2 devem ser somadas e resolver o circuito em série resultante.

$$I = \frac{E_1 + E_2}{R_T} = \frac{19 \text{ V} + 35 \text{ V}}{45 \Omega} = \frac{54 \text{ V}}{45 \Omega} = 1,2 \text{ A}$$

$$e \quad V_{ab} = 30 \text{ V}, \quad V_{cb} = -24 \text{ V}, \quad V_c = -19 \text{ V}$$

EXEMPLO 5.19 Usando a regra dos divisores de tensão, determine as tensões V_1 e V_2 da Fig. 5.48.

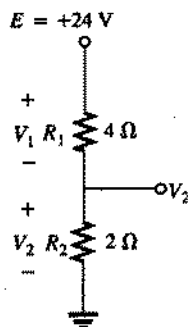


Fig. 5.48 Exemplo 5.19.

Solução: Redesenhando o circuito com o símbolo de bateria, obtemos o circuito da Fig. 5.49. Aplicando a regra dos divisores de tensão,

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{(4\Omega)(24\text{ V})}{4\Omega + 2\Omega} = 16\text{ V}$$

$$V_2 = \frac{R_2 E}{R_1 + R_2} = \frac{(2\Omega)(24\text{ V})}{4\Omega + 2\Omega} = 8\text{ V}$$

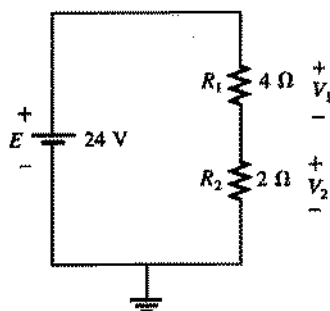


Fig. 5.49 Circuito da Fig. 5.48 desenhado de outra forma.

EXEMPLO 5.20 Para o circuito da Fig. 5.50:

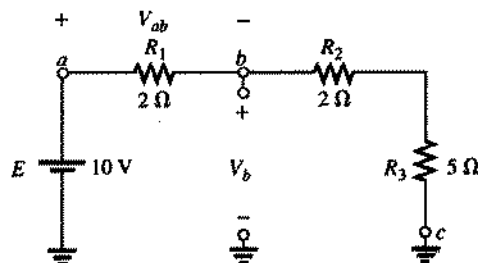


Fig. 5.50 Exemplo 5.20.

- Calcule V_{ab} .
- Calcule V_b .
- Calcule V_c .

Soluções:

- Regra dos divisores de tensão:

$$V_{ab} = \frac{R_1 E}{R_T} = \frac{(2\Omega)(10\text{ V})}{2\Omega + 3\Omega + 5\Omega} = +2\text{ V}$$

- Regra dos divisores de tensão:

$$V_b = V_{R_2} + V_{R_3} = \frac{(R_2 + R_3)E}{R_T} = \frac{(3\Omega + 5\Omega)(10\text{ V})}{10\Omega} = 8\text{ V}$$

$$\text{ou } V_b = V_a - V_{ab} = E - V_{ab} = 10\text{ V} - 2\text{ V} = 8\text{ V}$$

- $V_c = \text{potencial da terra} = 0\text{ V}$

5.8 RESISTÊNCIA INTERNA DAS FONTES DE TENSÃO

Toda fonte de tensão, seja ela um gerador, uma bateria ou uma fonte de alimentação para experiências de laboratório como a que vemos na Fig. 5.51(a), possui uma resistência interna. O circuito equivalente de qualquer fonte de tensão é portanto parecido com o da Fig. 5.51(b). Nesta seção iremos examinar o efeito da resistência interna sobre a tensão de saída, de modo que quaisquer mudanças inesperadas nas características de uma fonte podem ser devidamente esclarecidas.

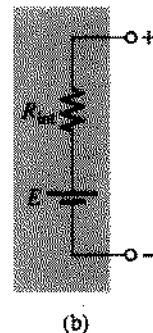
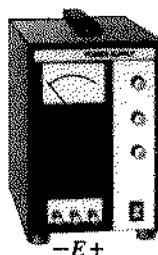
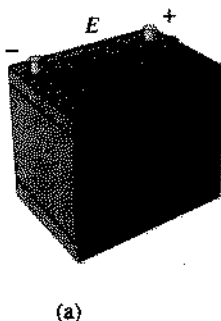
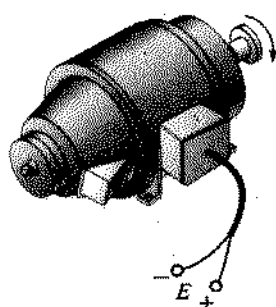


Fig. 5.51 (a) Fontes de tensão contínua; (b) circuito equivalente.

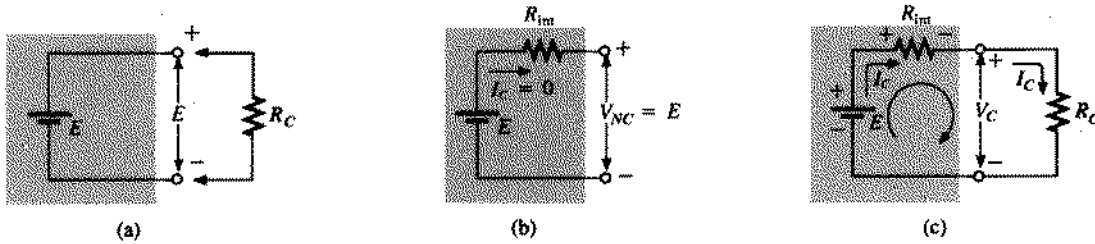


Fig. 5.52 Fonte de tensão: (a) ideal, $R_{int} = 0 \Omega$; (b) determinação de V_{SC} ; (c) determinação de R_{int} .

Em todas as análises de circuitos até este ponto, foi usada uma fonte de tensão ideal (sem resistência interna) [veja a Fig. 5.22(a)]. A fonte de tensão ideal não possui resistência interna, e sua tensão de saída é E volts com ou sem carga. Nas fontes reais [Fig. 5.52(b)], que apresentam uma certa resistência interna, a tensão de saída é de E volts somente quando a fonte não está ligada a nenhuma carga ($I_C = 0$).

Quando uma carga é ligada à fonte [Fig. 5.52(c)], a tensão de saída da fonte diminui devido à queda de tensão na resistência interna.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões ao circuito fechado da Fig. 5.52(c), obtemos

$$E - I_C R_{int} - V_C = 0$$

$$E = V_{SC}$$

$$V_{SC} - I_C R_{int} - V_C = 0$$

$$V_C = V_{SC} - I_C R_{int} \quad (5.13)$$

Se o valor de R_{int} não for conhecido, ele pode ser determinado com o auxílio da equação que acabamos de deduzir para V_C :

$$R_{int} = \frac{V_{SC} - V_C}{I_C} = \frac{V_{SC}}{I_C} - \frac{I_C R_C}{I_C}$$

e

$$R_{int} = \frac{V_{SC}}{I_C} - R_C \quad (5.14)$$

A Fig. 5.53 mostra o gráfico da tensão da saída em função da corrente para um gerador de cc cujo circuito interno aparece na

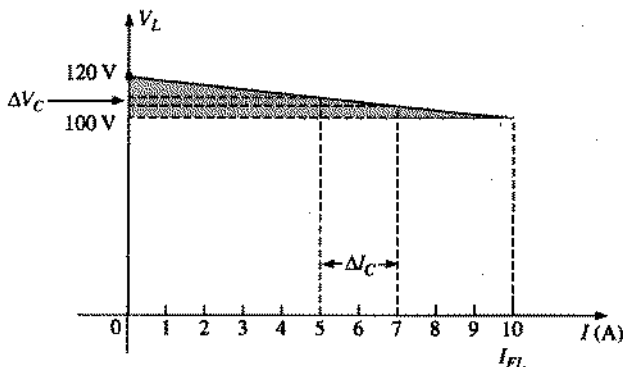


Fig. 5.53 V_C em função de I_C para um gerador de tensão contínua com uma resistência interna igual a 2Ω .

Fig. 5.51(b). Observe que a um aumento da corrente de carga, a partir de qualquer nível de tensão, corresponde uma queda na tensão entre os terminais de saída do gerador devido a uma maior queda de tensão na resistência interna. Para a corrente máxima permitida, simbolizada por I_{FC} , a tensão entre os terminais da resistência interna é $V_{int} = I_{FC} R_{int} = (10 \text{ A})(2 \Omega) = 20 \text{ V}$, e a tensão entre os terminais de saída do gerador cai para 100 V — uma diferença significativa quando se espera que um gerador de 120 V forneça exatamente 120 V se a corrente na carga permanecer abaixo do valor máximo permitido. Se a corrente de carga aumentasse sem limite, a queda de tensão na resistência interna acabaria por se tornar igual à tensão da fonte, e a tensão de saída do gerador chegaria a zero. Quanto maior a resistência interna, maior a inclinação da curva característica da Fig. 5.53. Na verdade, seja qual for o intervalo de tensão ou corrente escolhido, a resistência interna é dada por

$$R_{int} = \frac{\Delta V_C}{\Delta I_C} \quad (5.15)$$

Para o intervalo escolhido de 5–7 A ($\Delta I_C = 2 \text{ A}$) na Fig. 5.53, ΔV_C vale 4 V e $R_{int} = \Delta V_C / \Delta I_C = 4 \text{ V} / 2 \text{ A} = 2 \Omega$.

Uma consequência direta da queda da tensão de saída é uma queda da potência fornecida à carga. Multiplicando os dois membros da Eq. 5.13 pela corrente I_C que atravessa o circuito, temos:

$$I_C V_C = I_C V_{SC} - I_C^2 R_{int} \quad (5.16)$$

Potência fornecida à carga Potência fornecida pela bateria Potência dissipada internamente

EXEMPLO 5.21 Antes que seja ligada uma carga, a tensão de saída da fonte da Fig. 5.54(a) está regulada para 40 V. Quando uma carga de 500Ω é conectada, como na Fig. 5.54(b), a tensão de saída cai para 38,5 V. O que aconteceu ao restante da tensão e qual a resistência interna da fonte?

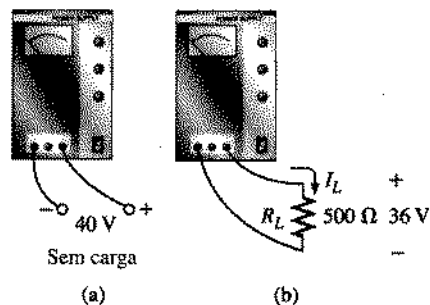


Fig. 5.54 Exemplo 5.21.

Solução: Quando a carga é conectada, a diferença $40 \text{ V} - 38,5 \text{ V} = 1,5 \text{ V}$ aparece entre os terminais da resistência interna da fonte. A corrente na carga é $38,5 \text{ V} / 0,5 \text{ k}\Omega = 77 \text{ mA}$. Aplicando a Eq. (5.14),

$$R_{\text{int}} = \frac{V_{\text{SC}}}{I_C} - R_C = \frac{40 \text{ V}}{77 \text{ mA}} - 0,5 \text{ k}\Omega = 519,48 \Omega - 500 \Omega = 19,48 \Omega$$

EXEMPLO 5.22 A bateria da Fig. 5.55 possui uma resistência interna de 2Ω . Encontre a tensão V_C e a potência dissipada pela resistência interna se a carga for um resistor de 13Ω .

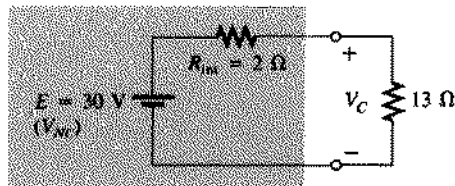


Fig. 5.55 Exemplo 5.22.

Solução:

$$I_C = \frac{30 \text{ V}}{2 \Omega + 13 \Omega} = \frac{30 \text{ V}}{15 \Omega} = 2 \text{ A}$$

$$V_C = V_{\text{SC}} - I_C R_{\text{int}} = 30 \text{ V} - (2 \text{ A})(2 \Omega) = 26 \text{ V}$$

$$P_{\text{dissipada}} = I_C^2 R_{\text{int}} = (2 \text{ A})^2 (2 \Omega) = (4)(2) = 8 \text{ W}$$

Os métodos usados para medir R_{int} serão descritos na Seção 5.10.

5.9 REGULAÇÃO DE TENSÃO

O ideal para qualquer fonte é que a tensão de saída se mantenha constante qualquer que seja o valor da corrente consumida pela carga (I_C), contanto que esta não exceda o limite estabelecido pelo fabricante. Em outras palavras, se uma fonte foi projetada para 12 V , é desejável que ela mantenha esta tensão entre os terminais de saída, mesmo que a carga varie. Um parâmetro chamado *regulação de tensão* expressa até que ponto uma fonte se aproxima dessas condições ideais. Por definição, a regulação de tensão de uma fonte entre as condições “sem carga” e “em plena carga” (Fig. 5.56) é dada pela seguinte expressão:

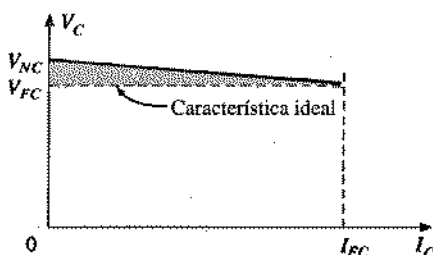


Fig. 5.56 Definindo a regulação de tensão.

$$\text{Regulação de tensão (RT)\%} = \frac{V_{\text{SC}} - V_{\text{FC}}}{V_{\text{FC}}} \times 100\% \quad (5.17)$$

Em condições ideais, $V_{\text{FC}} = V_{\text{SC}}$ e $\text{RT}\% = 0$. Assim, *quanto menor a regulação de tensão, menor a variação da tensão de saída de uma fonte quando a carga varia.*

Não é difícil demonstrar que a regulação também pode ser expressa na forma

$$\text{RT}\% = \frac{R_{\text{int}}}{R_C} \times 100\% \quad (5.18)$$

Em outras palavras, quanto menor for a resistência interna de uma fonte, menor será a sua regulação e mais ela se aproximará de uma fonte ideal.

EXEMPLO 5.23 Calcule a regulação de tensão de uma fonte com as características da Fig. 5.53.

Solução:

$$\begin{aligned} \text{VR}\% &= \frac{V_{\text{SC}} - V_{\text{FC}}}{V_{\text{FC}}} \times 100\% = \frac{120 \text{ V} - 100 \text{ V}}{100 \text{ V}} \times 100\% \\ &= \frac{20}{100} \times 100\% = 20\% \end{aligned}$$

EXEMPLO 5.24 Determine a regulação de tensão da fonte da Fig. 5.54.

Solução:

$$\text{RT}\% = \frac{R_{\text{int}}}{R_C} \times 100\% = \frac{19,48 \Omega}{500 \Omega} \times 100\% \approx 3,9\%$$

5.10 TÉCNICAS DE MEDIDA

No Cap. 2, vimos que os amperímetros são colocados no ramo do circuito cuja corrente se deseja medir. Agora sabemos que esta condição significa que

os amperímetros devem ser ligados em série com o ramo do circuito cuja corrente se deseja medir.

como mostra a Fig. 5.57.

Para que a influência do amperímetro sobre o comportamento do circuito seja insignificante, sua resistência deve ser muito pequena (zero ohm, no caso ideal) em comparação com os outros elementos desse ramo do circuito, como o resistor R da Fig.

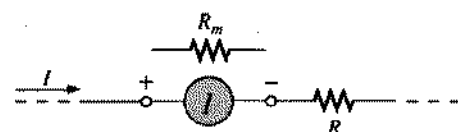


Fig. 5.57 Ligação de um amperímetro em série.

5.57. Se a resistência do medidor se aproximar ou exceder 10% de R , ele poderá ter uma influência significativa no valor da corrente que está sendo medida. Também é importante notar que resistências das várias escalas de corrente de um medidor normalmente não são iguais; resistência do medidor normalmente aumenta com a diminuição dos valores da corrente. Entretanto, na maioria dos casos, podemos supor que a resistência interna do amperímetro é tão pequena, em comparação com os outros elementos do circuito, que pode ser ignorada.

Para que o ponteiro se mova no sentido correto (no caso dos medidores analógicos) ou a leitura seja positiva (no caso dos medidores digitais), o amperímetro deve ser ligado com a corrente entrando no terminal positivo do medidor e saindo pelo terminal negativo, como na Fig. 5.58. Como a maioria dos medidores usa um fio vermelho para o terminal positivo e um fio

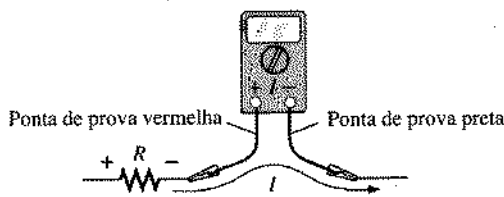


Fig. 5.58 Ligação de um amperímetro de modo a obter uma leitura positiva.

preto para o terminal negativo, basta fazer com que a corrente entre pelo fio vermelho e saia pelo fio preto.

Os voltímetros são sempre ligados aos terminais do elemento cuja tensão desejamos medir.

Para que o ponteiro se mova no sentido correto (no caso dos medidores analógicos) ou a leitura seja positiva (no caso dos medidores digitais), o terminal positivo do voltímetro (fio vermelho) deve ser ligado ao ponto de maior potencial, e o terminal negativo (fio preto), ao ponto de menor potencial, como na Fig. 5.59.

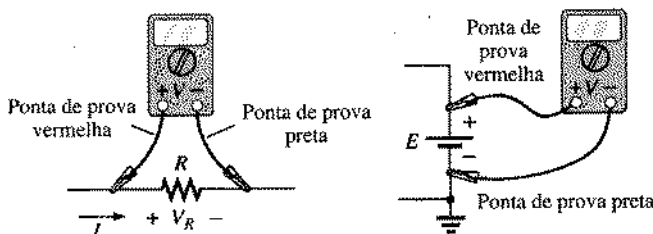


Fig. 5.59 Ligação de um voltímetro de modo a obter uma leitura positiva.

No caso da notação de duplo índice inferior, o fio vermelho do voltímetro deve ser sempre ligado ao ponto indicado pelo primeiro índice e o fio preto ao ponto indicado pelo segundo; assim, para medir a tensão V_{ab} da Fig. 5.60, o fio vermelho deve ser ligado ao ponto a , e o fio preto, ao ponto b . No caso da notação de índice inferior único, o fio vermelho deve ser ligado ao ponto de interesse, e o fio preto, à terra, como é mostrado na Fig. 5.60 para V_a e V_b .

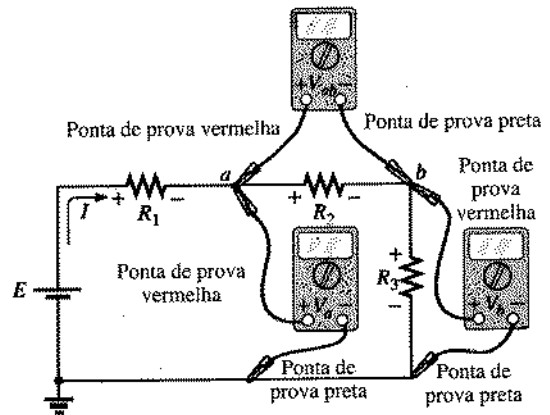


Fig. 5.60 Medindo tensões de acordo com as notações de duplo índice inferior e de índice único.

A resistência interna de uma fonte não pode ser medida com um medidor de resistência, devido à tensão presente. Entretanto, a tensão sem carga pode ser medida ligando-se o voltímetro aos terminais de saída da fonte, como na Fig. 5.61(a). Não se preocupe com a corrente que o medidor poderia gerar ao fechar o circuito com a fonte. A resistência interna de um voltímetro em geral é suficientemente grande para garantir que a corrente resultante seja desprezível. (Os efeitos de carga em voltímetros serão discutidos com pormenores na Seção 6.9.) Um amperímetro poderia então ser ligado em série com a fonte, como na Fig. 5.61(b), para medir a corrente de curto-circuito I_{cc} e calcular R_{int} usando a definição de resistência: $R_{int} = E_{sc}/I_{cc}$. Entretanto, como a resistência interna da fonte pode ser muito pequena, esse tipo de medida pode produzir correntes elevadas, capazes de danificar o medidor e a fonte, além de causar efeitos perigosos. Por esse motivo, a configuração da Fig. 5.61(b) não é recomendada. Um método melhor consiste em ligar à fonte uma carga resistiva que consuma uma corrente aproximadamente igual à metade da corrente máxima permitida, medir a tensão entre os terminais de saída da fonte e usar a Eq. (5.14) para calcular o valor de R_{int} .

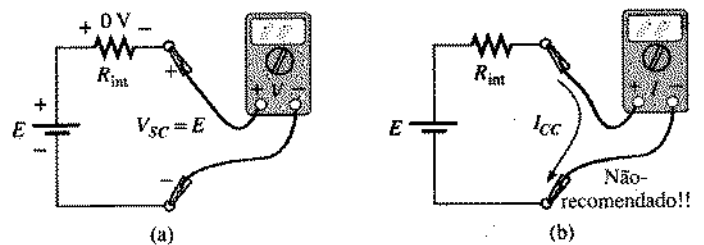


Fig. 5.61 (a) Medida da tensão E sem carga; (b) medida da corrente de curto-circuito.

5.11 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice (DOS)

Vamos aproveitar agora os conhecimentos adquiridos no último capítulo para analisar circuitos de corrente contínua em série. Serão introduzidos um ou dois comandos novos, mas, mesmo

assim, o arquivo de entrada para o PSpice permanecerá razoavelmente simples. Se você quiser limitar o arquivo de saída de uma análise usando o PSpice para especificar valores ou controlar o formato dos dados, a seguinte linha de comando deverá ser incluída em algum lugar do programa entre o título e a declaração .END:

.DC Nome da Fonte Valor Inicial Valor Final Incremento

Observe que após o comando .DC (necessário para especificar que se trata de uma fonte de cc), o resto da linha se refere às características da fonte. O comando .DC permite analisar um circuito para um conjunto de valores da fonte que vai desde um valor inicial até um valor final, em incrementos especificados pelo usuário.

Se a análise for para uma única fonte de valor fixo, pode ser usado o formato a seguir, no qual o valor inicial e o final são idênticos. O incremento é necessário para respeitar a sintaxe da linha de comando, mas é ignorado pelo programa. Pode ser usado qualquer número para o incremento, mas usaremos sempre o número 1.

.DC Nome da Fonte Valor Inicial Valor Final 1

É importante notar que, sempre que é usado, o comando .DC tem prioridade sobre a linha que descreve a fonte de tensão do circuito. Entretanto, a fonte de tensão deve aparecer na descrição do circuito.

Quando o comando .DC é usado, a única forma de obter os dados de saída é especificar as grandezas desejadas e o formato. O comando a seguir fornece um arquivo de saída:

.PRINT DC Grandeza Desejada

Note o uso do ponto no início das linhas de controle do arquivo de entrada.

Vamos utilizar o método descrito anteriormente para analisar o circuito em série da Fig. 5.62. Primeiro, os nós são rotulados, com a ligação à terra definida pelo rótulo 0. Observe que o PSpice exige que os nós sejam definidos numericamente, e não em forma literal (isto é, usando as letras *a*, *b*, *c* etc.) como fazemos no texto.

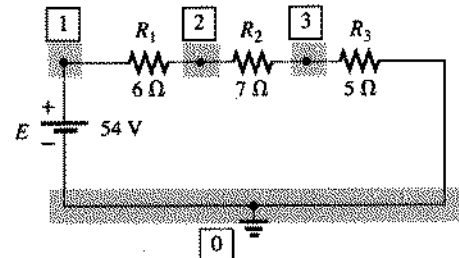


Fig. 5.62 Aplicação do PSpice (DOS) a um circuito de corrente contínua em série.

A linha de título e a descrição do circuito seguem os formatos definidos nos capítulos anteriores. Agora, entretanto, queremos limitar nossa saída às tensões V_2 e V_{R_2} e à corrente I . Este controle do arquivo de saída requer o uso da linha de comando .DC, que especifica o nome da fonte como VE, os valores inicial e final como 54 V (um valor fixo), e o incremento como 1 apenas para respeitar a sintaxe. O comando .PRINT especifica os valores de saída desejados $V(2)$, $V(R2)$ e $I(R1)$. Como se trata de um circuito em série, $I(R1) = I(R2) = I(R3)$. Além disso, $V(R2) = V(2,3)$. O comando .OPTIONS NOPAGE é usado para economizar papel. O arquivo de saída aparece na Fig. 5.63 com os valores pedidos na ordem em que aparecem no comando .PRINT. A tensão V_2 é 36 V, $V_{R_2} = 21$ V e $I = E/R_T = 54 \text{ V}/18 \Omega = 3 \text{ A}$, o que será confirmado pelos programas a seguir.

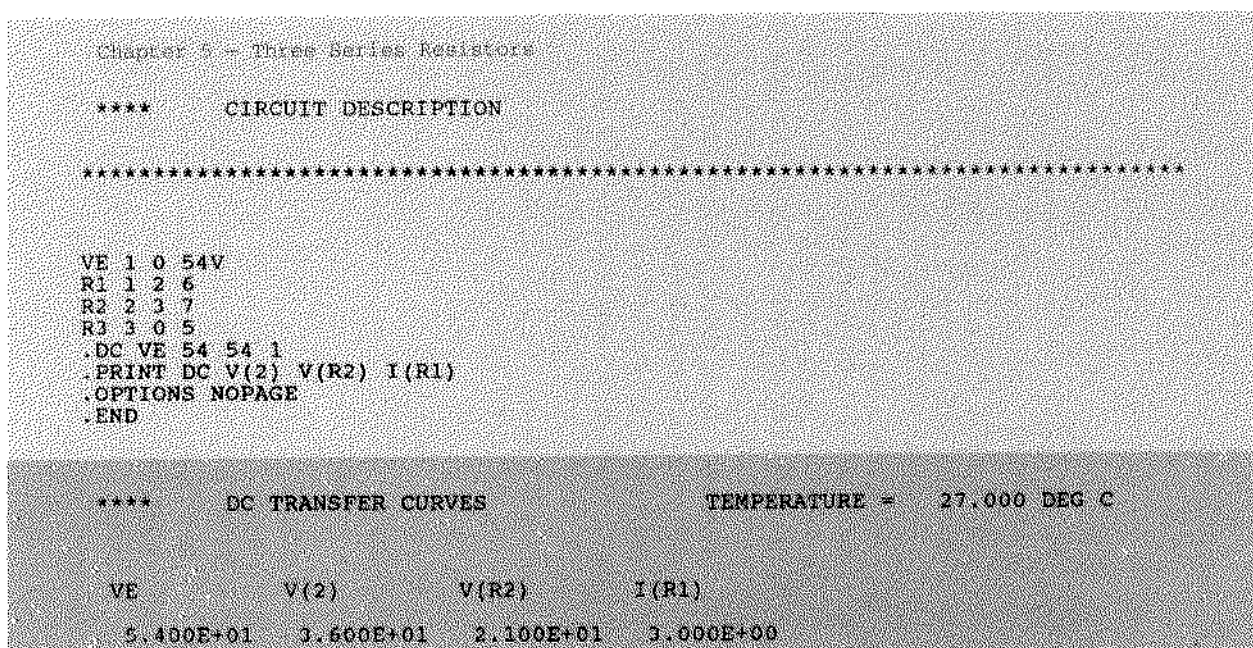


Fig. 5.63 Arquivos de entrada e de saída para o circuito da Fig. 5.62.

PSpice (Windows)

O mesmo circuito em série analisado usando o PSpice (DOS) agora será investigado usando o PSpice (Windows) para permitir uma comparação entre os dois programas. Primeiro, a fonte tem que ser definida pelo procedimento **Draw-Get New Part-Browse-source.slb-VDC-OK**, seguido de um clique com o botão esquerdo para introduzir a fonte e um clique com o botão direito para finalizar o processo. Um duplo clique no rótulo **V1** resultará no **Edit Reference Designator**, que permite mudar o rótulo para E, como na Fig. 5.64. Após digitar E e clicar **OK**, o novo rótulo aparecerá em uma pequena janela. Clicando na janela e arrastando-a, pode-se colocar o novo rótulo na posição desejada. Um novo clique em qualquer local do esquema fará a janela desaparecer e fixará o rótulo. O valor da fonte pode ser modificado agora para 54 V, dando um duplo clique em **0 V** para obter a janela **Set Attribute Value** e digitando 54. Um **OK** seguido pelo processo de posicionamento já descrito anteriormente irá finalizar a escolha da fonte.

Agora usamos a sequência **Draw-Get New Part-Browse-analog.slb-R-OK**, que resulta no aparecimento de um resistor no circuito. Um clique com o botão esquerdo e o resistor está colocado. Entretanto, precisamos de três resistores. Em vez de retornarmos à biblioteca para apanhar outro resistor, vamos mover o novo resistor que aparece automaticamente e colocá-lo no local desejado. Repita o processo uma vez mais e finalize com um clique com o botão direito do mouse. Se precisar mover novamente qualquer um dos resistores, clique no resistor desejado com o botão esquerdo e o arraste até a nova posição. Como queremos conhecer a corrente, usamos em seguida a sequência **Draw-Get New Part-Browse-special.slb-IPROBE-OK**, que resulta no aparecimento de um amperímetro no circuito. Assim que ele aparecer na tela, use **Ctrl-R** para fazê-lo girar até que a escala circular do símbolo esteja do lado esquerdo e o ponteiro do lado

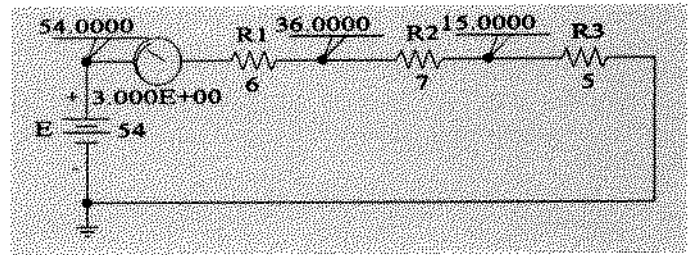


Fig. 5.64 Uso de um diagrama esquemático para o circuito em série da Fig. 5.62.

direito. **IPROBE** atribui um sinal positivo à corrente que entra pelo lado do símbolo e sai pelo outro lado. Agora mova todos os elementos de modo que fiquem igualmente espaçados, como na Fig. 5.64, e conecte-os com **Draw-Wire**. Mova a caneta para o início da linha desejada e, após um clique com o botão esquerdo, desenhe a linha. Ao fim da linha dê outro clique com o botão esquerdo e a ligação estará feita. Temos agora que introduzir uma ligação à terra (para todos os circuitos) a partir da biblioteca **port.slb**, usando **EGND**. Quando ela aparecer, mova-a para uma posição apropriada, clique com o botão esquerdo e finalize o processo com um clique com o botão direito. Os valores dos resistores podem ser colocados agora, dando um duplo clique no valor do resistor e digitando o valor desejado na janela que aparece.

A análise é configurada com **Analysis-Setup-Bias Point Detail-Close** e iniciada com **Analysis-Simulate**. Quando a análise estiver completa, os resultados irão aparecer no diagrama do circuito, como na Fig. 5.64. Como as tensões são dadas em relação à terra, a tensão entre os terminais de um elemento é igual à diferença entre os valores nos dois terminais do elemento. A tensão entre os terminais de R_1 é, portanto, $54 \text{ V} - 36 \text{ V} = 18 \text{ V}$; a tensão entre os terminais de R_2 é $36 \text{ V} - 15 \text{ V} = 21 \text{ V}$ e a tensão entre os terminais de R_3 é 15 V Como indica **IPROBE**, a corrente é 3 A .

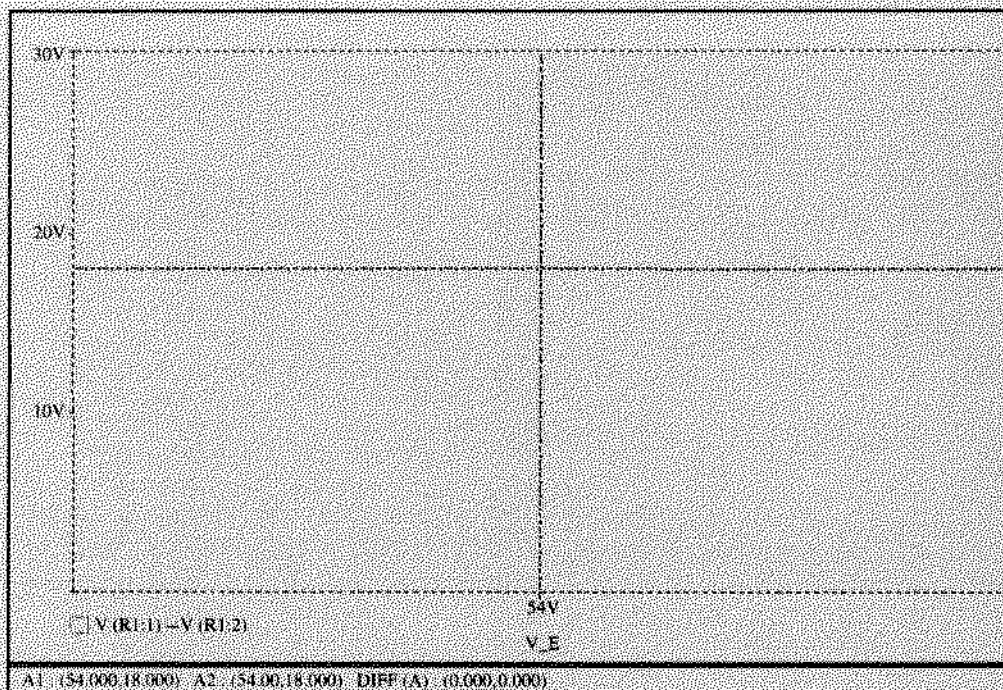


Fig. 5.65 Uso do Probe para mostrar a ddp entre os terminais do resistor R_1 da Fig. 5.64.

Se desejamos a tensão entre os terminais de um resistor ou a potência consumida por um elemento, comece com a sequência: **Analysis-Setup-DC Sweep**. Escolha **Voltage Source-Linear-Name:E** seguido por **Start Value: 54, End Value: 54, Increment: 1**. Em seguida, certifique-se de que a pequena janela próxima a **DC Sweep** está ativada. Depois de **Close**, escolha **Probe Setup** e selecione **Automatically Run Probe After Simulation-OK**. Inicie a análise com **Analysis-Simulate** e aguarde pelo cabeçalho **Probe**. Então escolha **Trace-Add-Add Traces-Alias Names** (para garantir que todas as possibilidades estejam disponíveis), seguido por um clique na janela **Trace Command**. Digite **V(R1:1)-V(R1:2)-OK** e a tensão entre os terminais do resistor R_1 será mostrada na tela, como na Fig. 5.65. Como é di-

fícil ler com a escala inicial, use **Tools-Cursor-Display** e irá aparecer na tela uma interseção em 54 V com o resultado na janela **Cursor** na base da tela. Veja na pequena janela os números 54 e 18, que indicam que quando $E = 54$ V a tensão V_{R_1} é 18 V. Para obter a potência fornecida a R_1 , digitamos a seguinte sequência na janela **Trace Command**: **(V(R1:1)-V(R1:2))* I(R1)** e o cursor revelará um resultado de 54 W.

C++

Vamos agora passar para a linguagem C++ e discutir um programa escrito para executar a mesma análise feita anteriormente pelo PSpice.

```

Heading [ //C++ Series Circuit Analysis
Preprocessor directive [ #include <iostream.h> //needed for input/output

Define variables and data type [
class resistor { //define resistor class
public: //allow access to variables in class
    float value; //resistance in ohms
    float voltage; //voltage across resistor
    float power; //power used by resistor
};

class voltage_source { //define voltage source class
public:
    float voltage; //source voltage
    float current; //source current
    float power; //power supplied by source
};

main() //execution begins here
{
    Establish objects and R_T [ resistor R1, R2, R3; //create three resistor objects
    float Rtotal; //total resistance variable
    voltage_source V1; //create voltage source object

    Assign values [ R1.value = 6; //assign resistance values
    R2.value = 7;
    R3.value = 5;

    Calculate R_T [ Rtotal = R1.value + R2.value + R3.value; //find atotal resistance
    Display R_T [ cout << "The total resistance is " << Rtotal << " Ohms.\n";

    Define E [ V1.voltage = 54; //assign source voltage
    I = E/R_T [ V1.current = V1.voltage / Rtotal; //find circuit current
    Display I [ cout << "The circuit current is " << V1.current << " Amperes.\n";

    Calculate V_R [ R1.voltage = V1.current * R1.value; //find resistor voltages
    R2.voltage = V1.current * R2.value;
    R3.voltage = V1.current * R3.value;
    Display V_R [ cout << "The voltage across R1 is " << R1.voltage << " Volts.\n";
    cout << "The voltage across R2 is " << R2.voltage << " Volts.\n";
    cout << "The voltage across R3 is " << R3.voltage << " Volts.\n";

    Calculate P_R [ R1.power = V1.current * R1.voltage; //find resistor powers
    R2.power = V1.current * R2.voltage;
    R3.power = V1.current * R3.voltage;
    Display P_R [ cout << "The power to R1 is " << R1.power << " Watts.\n";
    cout << "The power to R2 is " << R2.power << " Watts.\n";
    cout << "The power to R3 is " << R3.power << " Watts.\n";

    Calculate P_E [ V1.power = V1.voltage * V1.current; //find total power
    Display P_E [ cout << "The total power is " << V1.power << " Watts.\n";
}
Body of program

```

Fig. 5.66 Programa em C++ para efetuar uma análise completa do circuito da Fig. 5.62 ou 5.64.

```

The total resistance is 18 Ohms.
The circuit current is 3 Amperes.
The voltage across R1 is 18 Volts.
The voltage across R2 is 21 Volts.
The voltage across R3 is 15 Volts.
The power to R1 is 54 Watts.
The power to R2 is 63 Watts.
The power to R3 is 45 Watts.
The total power is 162 Watts.

```

Fig. 5.67 Saída do programa em C++ da Fig. 5.66.

Como já alertamos em capítulos anteriores, não espere compreender todos os detalhes sobre a construção do programa e por que ele foi escrito desta ou daquela forma. O objetivo aqui é simplesmente expor ao leitor as características gerais de um programa usando essa linguagem de programação extremamente popular.

Preste atenção às duas barras // que aparecem em várias partes do programa da Fig. 5.66. Elas são usadas para identificar comentários no programa que não são reconhecidos como instruções pelo compilador mas auxiliam o programador na análise do programa depois de escrito, facilitando a *depuração* do programa. Neste exemplo, entretanto, o objetivo principal dos comentários é indicar ao leitor o objetivo de uma instrução ou operação particular.

O `#include` diz ao computador para incluir o arquivo que segue no programa C++. O `<iostream.h>` é um arquivo de cabeçalho que configura o caminho (diretório) de entrada-saída entre o programa e o sistema operacional de disco. O formato `class` define o tipo de dados (neste caso todos são de ponto flutuante, o que significa que é incluído um ponto decimal), e o `public` entre `{}` declara que as variáveis `value`, `voltage` e `power` estão disponíveis para operações fora da estrutura de dados.

Note que a parte `main()` do programa se estende até o final do programa, como identificam as chaves `{}`. Dentro desta região são definidos todos os valores dos parâmetros do circuito, são feitos os cálculos e finalmente são fornecidos os resultados. Depois, são definidos três objetos (resistores). A variável `Rtotal` é definida como sendo de ponto flutuante e um novo objeto (fonte de tensão) é definido. Os valores dos resistores são fornecidos e a resistência total é calculada. Através de `cout`, a resistência total é impressa usando `Rtotal`, já calculada. O `\n` ao final da linha de `cout` indica uma mudança de linha.

Na linha seguinte é especificada a tensão da fonte. Segue-se o cálculo da corrente no circuito, que é impresso na linha seguinte. Calculam-se então as tensões entre os terminais dos vários resistores, que são impressas em linhas sucessivas. Finalmente, as várias potências são calculadas e impressas.

Quando rodarmos o programa, a saída terá a aparência da Fig. 5.67 e mostrará os mesmos resultados que obtivemos com o PSpice. Como já dissemos anteriormente, não se preocupe com os detalhes de execução do programa. Como tudo que aprendemos, com o aprendizado e a experiência, ele se tornará óbvio. Observe, entretanto, que as primeiras linhas configuram a análise a ser realizada, indicando ao computador os tipos de operações que serão utilizadas e o formato dos dados que serão fornecidos. Vem então a parte principal do programa, na qual todas as entradas, cálculos e saídas são realizados. Quando executado, o fluxo deste programa é unidirecional, de cima para baixo, isto é, uma instrução é executada após a outra sem retornar a certos

pontos (um procedimento a ser descrito em um dos próximos programas). Não são necessários, por esse motivo, números de linha ou instruções detalhadas. Se as linhas de comentário forem removidas, notaremos que o programa é compacto e direto, com grande parte do corpo do programa sendo linhas constituídas por `cout`.

BASIC

O circuito da Fig. 5.62 (ou Fig. 5.64) será analisado uma vez mais, usando a linguagem BASIC, para completar a comparação entre os quatro métodos mais populares de análise computacional de circuitos. Os parâmetros a serem definidos no programa BASIC da Fig. 5.69 aparecem no circuito da Fig. 5.68. Quando o programa é executado, ele pede os parâmetros do circuito e fornece os dados de saída, como vemos na Fig. 5.69. Como os parâmetros são digitados durante a execução, o programa é aplicável a

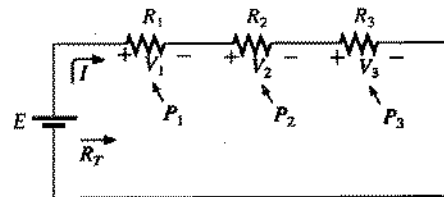


Fig. 5.68 Definição dos parâmetros para um programa em BASIC.

resistores e fontes de quaisquer valores. A resistência total R_T é calculada na linha 150; I na linha 180; as tensões entre os terminais dos resistores, na linha 230; as potências consumidas pelos resistores, na linha 250. Além disso, a lei de Kirchhoff para tensões é aplicada na linha 300 para demonstrar que a tensão aplicada é igual à soma das quedas de tensão. A potência total fornecida ou dissipada é calculada na linha 310.

Uma observação mais atenta do programa em BASIC revelará que ele é razoavelmente compacto, que os comandos consistem em palavras em inglês de fácil compreensão, que a sequência de operações é bastante lógica e que, em geral, o programa parece mais "amigável" à primeira vista do que o programa escrito em C++. Entretanto, é preciso entender que, do ponto de vista da eficiência, o C++ permite um acesso mais direto ao hardware do computador. Em consequência, os programas escritos em C++ são em geral executados com rapidez muito maior que os programas escritos em BASIC. As duas linguagens de computador têm o seu lugar na engenharia; tudo depende dos objetivos do usuário.

```

10 REM ***** PROGRAM 5-1 *****
20 REM *****
30 REM Analysis of series resistor network
40 REM *****
50 REM
100 PRINT : PRINT "Enter resistor values for up to 3 resistors"
110 PRINT "in series (enter 0 if no resistor);"
120 INPUT "R1="; R1
130 INPUT "R2="; R2
140 INPUT "R3="; R3
A 150 RT = R1 + R2 + R3
160 PRINT : PRINT "The total resistance is RT="; RT; "ohms"
170 PRINT : INPUT "Enter value of supply voltage, E="; E
180 I = E / RT
190 PRINT
200 PRINT "Supply current is, I="; I; "amperes"
210 PRINT
220 PRINT "The voltage drop across each resistor is:"
V 230 V1 = I * R1; V2 = I * R2; V3 = I * R3
240 PRINT "V1="; V1; "volts" V2="; V2; "volts" V3="; V3; "volts"
P 250 P1 = I ^ 2 * R1; P2 = I ^ 2 * R2; P3 = I ^ 2 * R3
260 PRINT
270 PRINT "The power dissipated by each resistor is:"
280 PRINT "P1="; P1; "watts", "P2="; P2; "watts", "P3="; P3; "watts"
290 PRINT
300 PRINT "Total voltage around loop is, V1+V2+V3="; V1 + V2 + V3; "volts"
310 PRINT "and total power dissipated, P1+P2+P3="; P1 + P2 + P3; "watts"
320 END

```

```

Enter resistor values for up to 3 resistors
in series (enter 0 if no resistor):
R1=? 6
R2=? 7
R3=? 5

```

```

The total resistance is RT= 18 ohms

```

```

Enter value of supply voltage, E=? 54

```

```

Supply current is, I= 3 amperes

```

```

The voltage drop across each resistor is:
V1= 18 volts V2= 21 volts V3= 15 volts

```

```

The power dissipated by each resistor is:
P1= 54 watts P2= 63 watts P3= 45 watts

```

```

Total voltage around loop is, V1+V2+V3= 54 volts
and total power dissipated, P1+P2+P3= 162 watts
OK

```

Fig. 5.69 Arquivos de entrada e de saída para uma análise do circuito da Fig. 5.68 utilizando a linguagem BASIC.

PROBLEMAS

SEÇÃO 5.2 Circuitos em Série

1. Calcule a resistência total (ou equivalente) e a corrente I para cada um dos circuitos da Fig. 5.70.

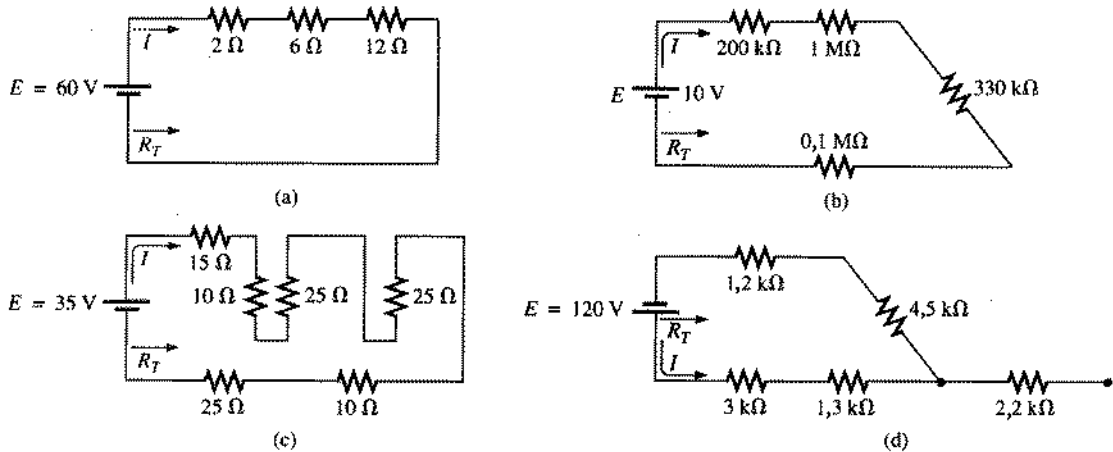


Fig. 5.70 Problema 1.

2. Nos circuitos que aparecem na Fig. 5.71 foi fornecido o valor da resistência total. Encontre, em cada um deles, a resistência desconhecida e a corrente I .

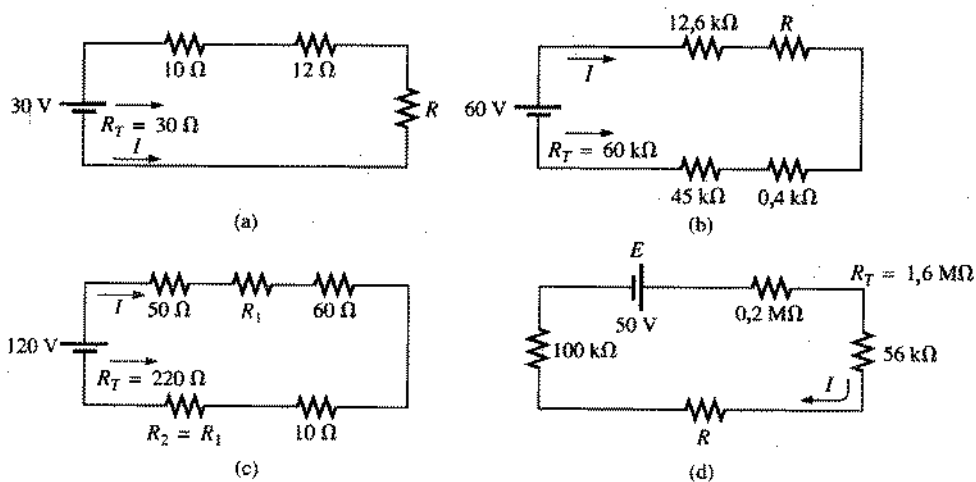


Fig. 5.71 Problema 2.

3. Calcule a tensão aplicada E necessária para que a corrente em cada um dos circuitos da Fig. 5.72 seja a indicada.

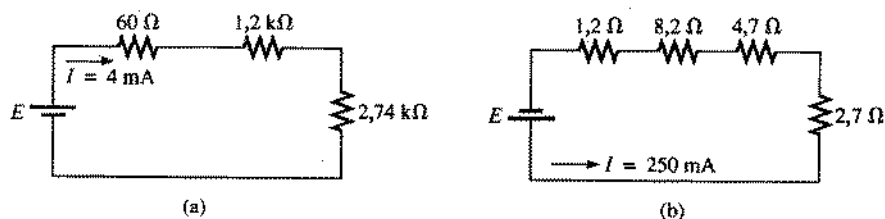


Fig. 5.72 Problema 3.

- *4. Determine, em cada um dos circuitos que aparecem na Fig. 5.73, a corrente I , a tensão da fonte E , a resistência desconhecida e a ddp entre os terminais de cada elemento.

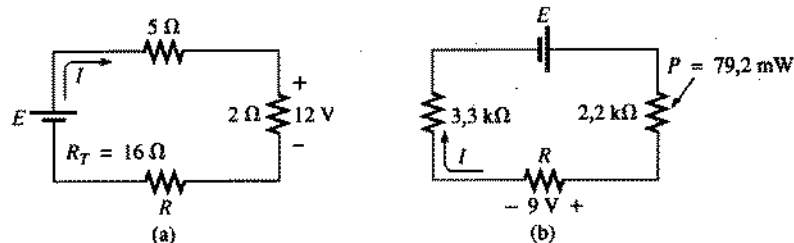


Fig. 5.73 Problema 4.

SEÇÃO 5.3 Fontes de Tensão em Série

5. Determine a intensidade e o sentido da corrente I nos dois circuitos da Fig. 5.74. Antes de calcular a corrente, modifique cada um dos circuitos, para que contenha somente uma bateria.

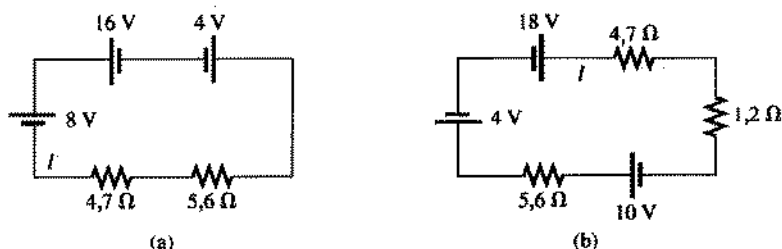


Fig. 5.74 Problema 5.

- *6. Calcule a tensão E e a resistência R nos circuitos da Fig. 5.75. Indique o sentido da corrente resultante.

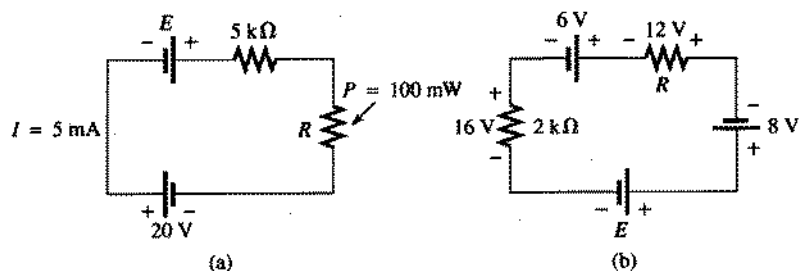


Fig. 5.75 Problema 6.

SEÇÃO 5.4 Lei de Kirchhoff para Tensões

7. Nos circuitos da Fig. 5.76, calcule o valor e a polaridade de V_{ab} . Cada uma das "caixas" pode conter uma carga, uma fonte de potência ou uma combinação das duas.

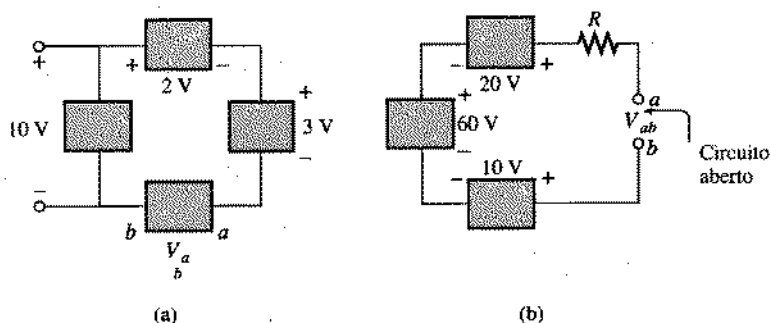


Fig. 5.76 Problema 7.

8. Embora os circuitos que aparecem na Fig. 5.77 não sejam circuitos em série, determine as tensões desconhecidas utilizando a lei de Kirchhoff para tensões.

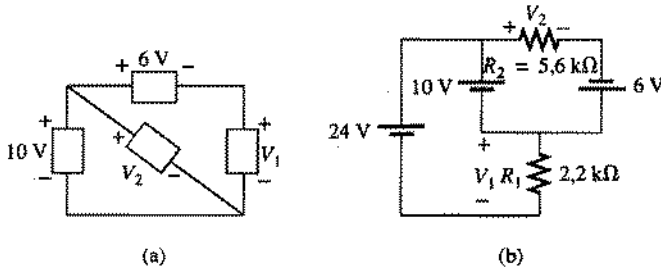


Fig. 5.77 Problema 8.

9. Calcule, no circuito da Fig. 5.78, a corrente I e a ddp V_1 .

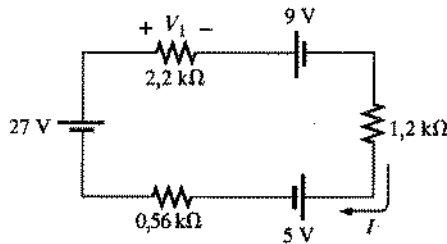


Fig. 5.78 Problema 9.

10. Para o circuito da Fig. 5.79:

- a. Calcule a resistência total, a corrente e as quedas de tensão nos três resistores.

- b. Verifique se os valores obtidos confirmam a lei de Kirchhoff para tensões.
c. Calcule a potência dissipada em cada resistor, verificando se a potência fornecida pela fonte é igual à potência total dissipada.
d. Se você dispuser de resistores de 1/2, 1 e 2 W, qual a menor especificação de potência que pode ser usada para os resistores deste circuito?

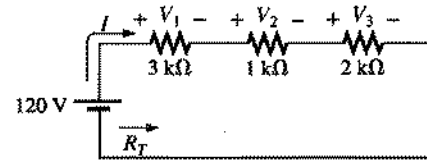


Fig. 5.79 Problema 10.

11. Repita os cálculos do Problema 10 para o circuito da Fig. 5.80.

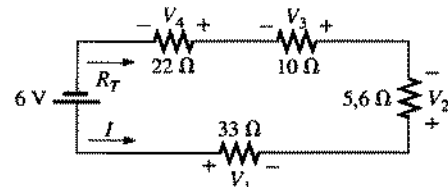
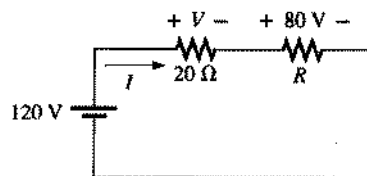
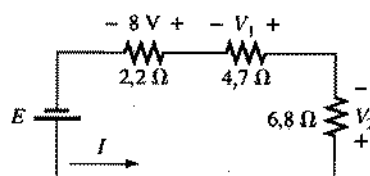


Fig. 5.80 Problema 11.

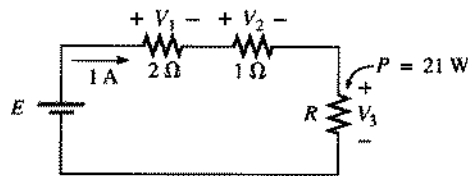
- *12. Utilizando as informações fornecidas, calcule as grandezas desconhecidas nos circuitos da Fig. 5.81.



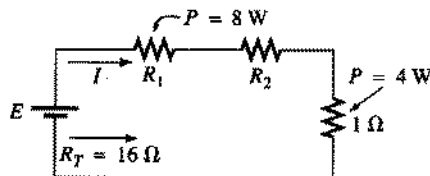
(a)



(b)



(c)



(d)

Fig. 5.81 Problema 12.

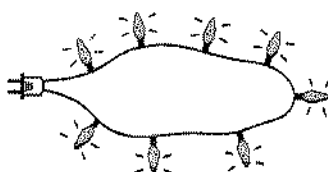


Fig. 5.82 Problema 13.

13. Oito lâmpadas para árvore de Natal são ligadas em série, como na Fig. 5.82.

- a. Se o conjunto for ligado a uma fonte de 120 V, qual a corrente que percorrerá o circuito, sabendo-se que a resistência interna de cada lâmpada é $28 \frac{1}{8} \Omega$?
b. Calcule a potência fornecida a cada lâmpada.
c. Calcule a ddp entre os terminais de cada lâmpada.
d. Se uma das lâmpadas queimar (ou seja, seu filamento se romper), o que acontecerá com as outras lâmpadas?

- *14. Determine a resistência desconhecida no circuito da Fig. 5.83, de acordo com os dados fornecidos.

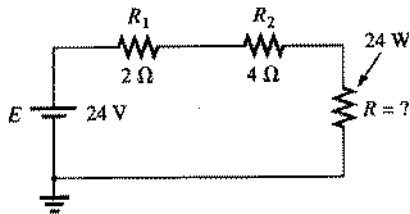


Fig. 5.83 Problema 14.

SEÇÃO 5.6 Regra do Divisor de Tensão

15. Utilizando a regra dos divisores de tensão, encontre V_{ab} (incluindo a polaridade) nos circuitos da Fig. 5.84.

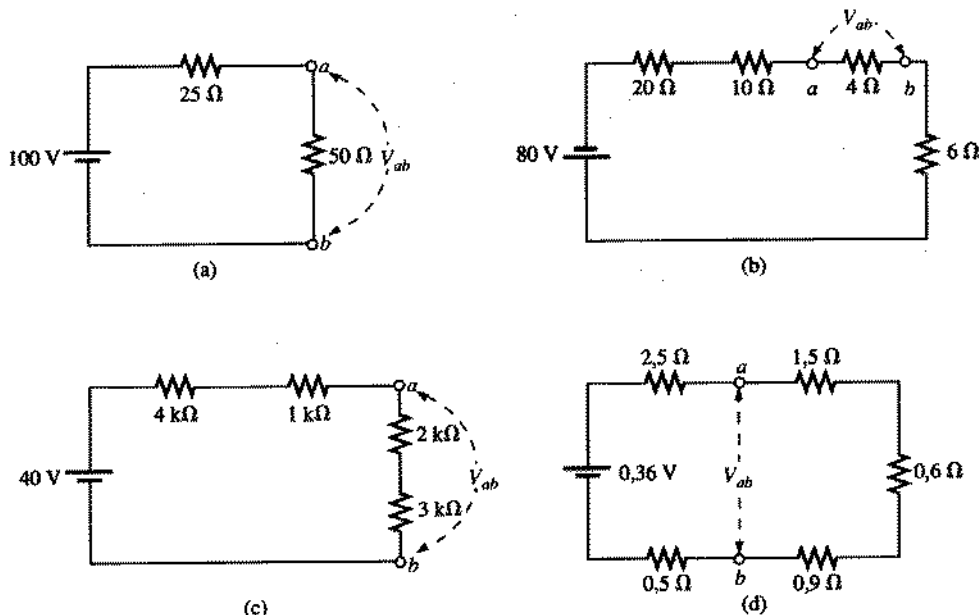


Fig. 5.84 Problema 15.

16. Considere os circuitos da Fig. 5.85. Encontre, em cada um deles, o valor da resistência desconhecida utilizando a regra dos divisores de tensão e os dados fornecidos.

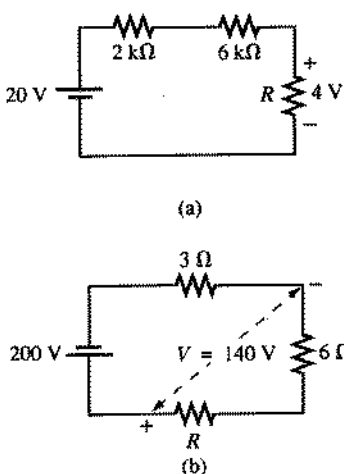


Fig. 5.85 Problema 16.

17. Com referência à Fig. 5.86:

- Calcule V_2 simplesmente observando que $R_2 = 3R_1$.
- Calcule V_1 .

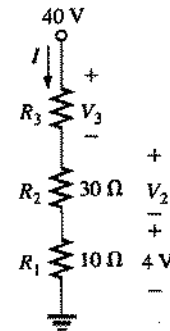


Fig. 5.86 Problema 17.

- Determine R_3 por inspeção, observando apenas os valores relativos de V_3 e V_2 ou V_1 .
 - Calcule a corrente I drenada pela fonte.
 - Calcule a resistência R_3 utilizando a definição de resistência e compare com o resultado do item (c).
18. Utilizando as informações dadas na Fig. 5.87, calcule as resistências R_1 e R_3 .

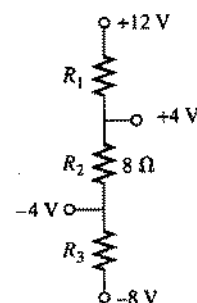


Fig. 5.87 Problema 18.

19. a. Projete um circuito divisor de tensão que torne possível a utilização de uma lâmpada de 8 V e 50 mA em um automóvel que utiliza uma bateria de 12 V.
b. Se estiverem à disposição resistores de 1/4 W, 1/2 W e 1 W, qual a menor especificação de potência que poderá ser usada?
20. Determine os valores de R_1 , R_2 , R_3 e R_4 para o divisor de tensão ilustrado na Fig. 5.88 se a corrente fornecida pela fonte é 16 mA.

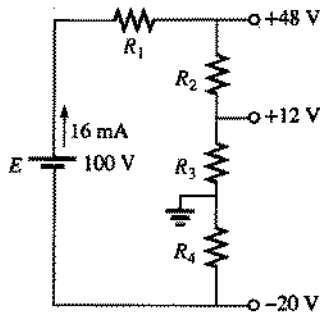


Fig. 5.88 Problema 20.

21. Complete o projeto do divisor de tensão da Fig. 5.89 de modo que $V_{R_1} = (1/5)V_{R_2}$ para $I = 4$ mA.

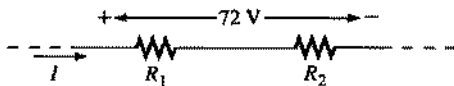


Fig. 5.89 Problema 21.

22. Calcule a ddp entre os terminais de cada resistor na Fig. 5.90 se $R_1 = 2R_3$ e $R_2 = 7R_3$.

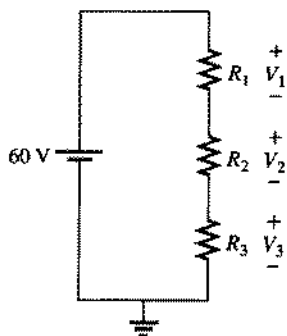


Fig. 5.90 Problema 22.

23. a. Calcule o valor das resistências no circuito da Fig. 5.91 sabendo que $V_{R_2} = 3V_{R_1}$ e $V_{R_3} = 4V_{R_2}$.
b. Se a corrente I fosse 10 μ A, quais seriam os valores de R_1 , R_2 e R_3 ? Compare com os resultados do item (a).

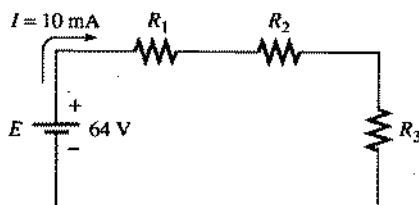


Fig. 5.91 Problema 23.

SEÇÃO 5.7 Notação

24. Nos circuitos ilustrados na Fig. 5.92, determine as tensões V_a , V_b e V_{ab} .

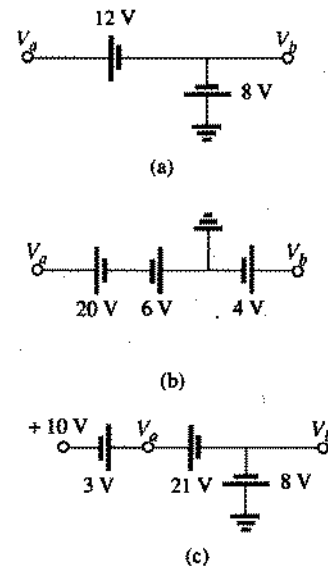


Fig. 5.92 Problema 24.

25. Determine o valor e o sentido da corrente I , assim como o valor e a polaridade da tensão V , nos circuitos da Fig. 5.93.

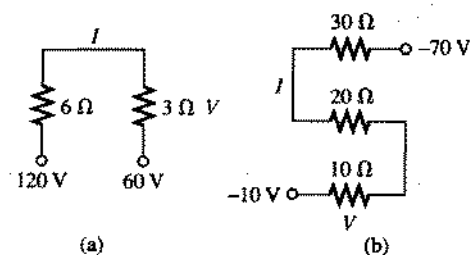


Fig. 5.93 Problema 25.

26. Determine as tensões V_a e V_b para os circuitos da Fig. 5.94.

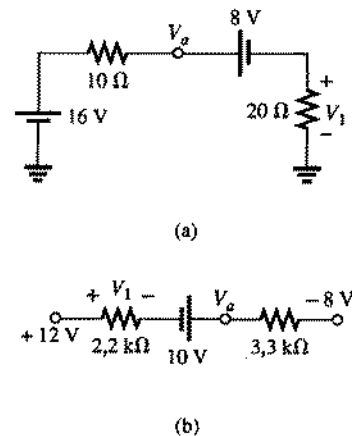


Fig. 5.94 Problema 26.

*27. No circuito da Fig. 5.95, determine as tensões:

- V_{ab} , V_{bc} , V_{cd} e V_e
- V_{ab} , V_{bc} , V_{cd}
- V_{ac} , V_{db}

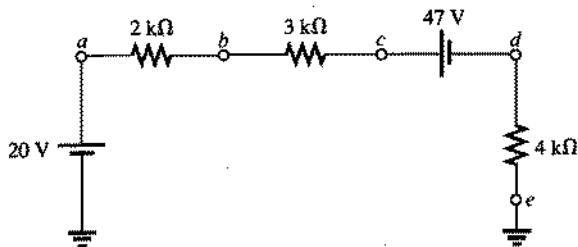


Fig. 5.95 Problema 27.

*28. No circuito da Fig. 5.96, determine as tensões:

- V_{ab} , V_{bc} e V_d
- V_{ab} , V_{bc} , V_{cd}
- V_{ab} e V_{cd}

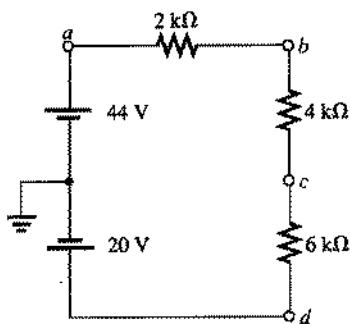


Fig. 5.96 Problema 28.

*29. Determine, no circuito integrado da Fig. 5.97, V_0 , V_1 , V_7 , V_{10} , V_{20} , V_{30} , V_{67} , V_{56} e I (módulo e sentido).

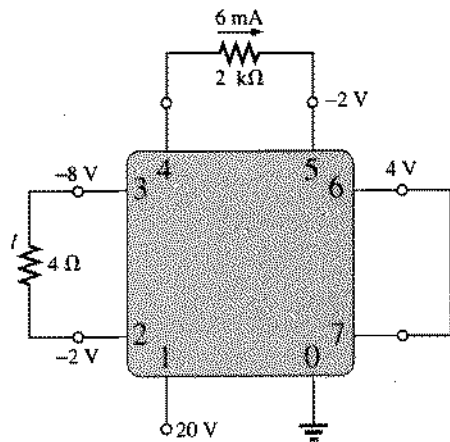


Fig. 5.97 Problema 29.

*30. No circuito integrado da Fig. 5.98, calcule V_0 , V_{03} , V_2 , V_{23} , V_{12} e I_1 .

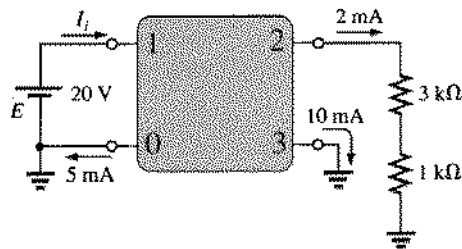


Fig. 5.98 Problema 30.

SEÇÃO 5.8 Resistência Interna de Fontes de Tensão

- Calcule a resistência interna de uma bateria cuja tensão de saída, sem carga, é 60 V, sabendo que ela fornece uma corrente de 2 A quando conectada a uma carga de 28 Ω .
- Ache a tensão V_C e a dissipação de potência na resistência interna no circuito da Fig. 5.99.
- Calcule a resistência interna de uma bateria cuja tensão de saída sem carga é 6 V e que, quando ligada a uma resistência de 1/2 k Ω , fornece 10 mA de corrente.

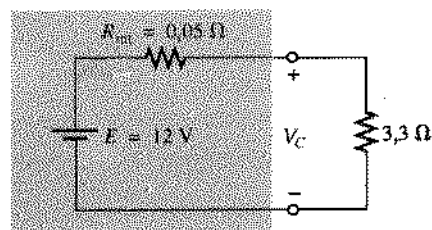


Fig. 5.99 Problema 32.

SEÇÃO 5.9 Regulação de Tensão

- Determine a regulação de tensão para a bateria do Problema 31.
- Calcule a regulação de tensão para a fonte da Fig. 5.99.

SEÇÃO 5.11 Análise Computacional

PSpice (DOS)

- Escreva um arquivo de entrada para obter as tensões e a corrente no circuito da Fig. 5.79.
- Escreva um arquivo de entrada para obter as tensões entre os terminais dos resistores da Fig. 5.96.

PSpice (Windows)

- Utilizando um diagrama esquemático, calcule a corrente I e a tensão entre os terminais dos resistores do circuito da Fig. 5.70(a).
- Utilizando um diagrama esquemático, calcule V_{ab} no circuito da Fig. 5.84(d).

Linguagens de Programação (C++, BASIC, PASCAL etc.)

- Escreva um programa para calcular a resistência equivalente de um número qualquer de resistores em série.

41. Escreva um programa que aplique a regra dos divisores de tensão a um circuito com uma fonte e dois resistores em série. A regra deve ser aplicada a cada um dos resistores.
42. Escreva um programa que construa uma tabela para a corrente e a potência dissipada no resistor R_C do circuito na Fig. 5.100, com R_C variando de $1\ \Omega$ até $20\ \Omega$. O programa deve também exibir o valor de R_C que torna máxima a potência dissipada neste resistor.

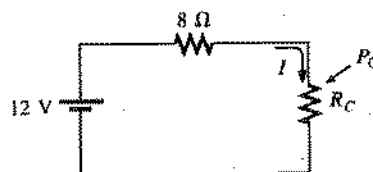


Fig. 5.100 Problema 42.

GLOSSÁRIO

- Circuito** Combinação de um certo número de componentes ligados entre si de modo que exista pelo menos um caminho fechado para a corrente.
- Circuito em série** Configuração na qual os componentes têm somente um ponto em comum e cada terminal não está ligado a um terceiro componente através do qual exista escoamento de cargas.
- Lei de Kirchhoff para tensões** A soma algébrica das quedas de tensão em uma malha fechada é nula.
- Ramo** Parte de um circuito constituída apenas por elementos em série.
- Malha fechada** Qualquer caminho contínuo que deixa um ponto em um sentido e retorna ao mesmo ponto vindo do sentido oposto, sem deixar o circuito.

Regra dos divisores de tensão Método através do qual podemos calcular as tensões em um circuito sem precisar obter primeiro a corrente.

Regulação de tensão (RT) Valor, normalmente expresso em forma de porcentagem, que indica a variação na tensão de saída de uma fonte causada por variações da carga.

Resistência interna Resistência inerente a qualquer fonte de energia elétrica.

Sentido convencional da corrente Sentido da corrente elétrica em um circuito, tomado por definição como o sentido contrário ao do movimento dos elétrons.

Sentido eletrônico Sentido do movimento dos elétrons em um circuito.

Circuitos com Elementos em Paralelo

6.1 INTRODUÇÃO

Existem duas configurações básicas para circuitos elétricos que constituem a essência de muitos circuitos complexos. O tempo empregado para adquirir uma compreensão clara de cada uma delas será amplamente recompensado quando estudarmos sistemas mais complicados. Uma destas configurações, a ligação em série, foi detalhadamente analisada no capítulo anterior. Vamos agora examinar a *ligação em paralelo*, juntamente com todos os métodos e leis a ela associados.

6.2 ELEMENTOS EM PARALELO

Dois elementos, ramos ou circuitos estão ligados em paralelo quando possuem dois pontos em comum.

Na Fig. 6.1, por exemplo, como os terminais *a* e *b* são comuns aos elementos 1 e 2, estes últimos estão ligados em paralelo.

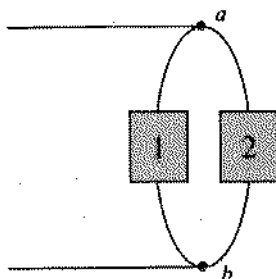


Fig. 6.1 Elementos em paralelo.

Os elementos que aparecem na Fig. 6.2 estão também em paralelo, porque satisfazem, nos três casos, o critério acima. Estas três configurações têm o objetivo de ilustrar diferentes traçados para o mesmo circuito em paralelo. O formato retangular das conexões nos casos (a) e (b) não deve obscurecer o fato de que todos os elementos estão

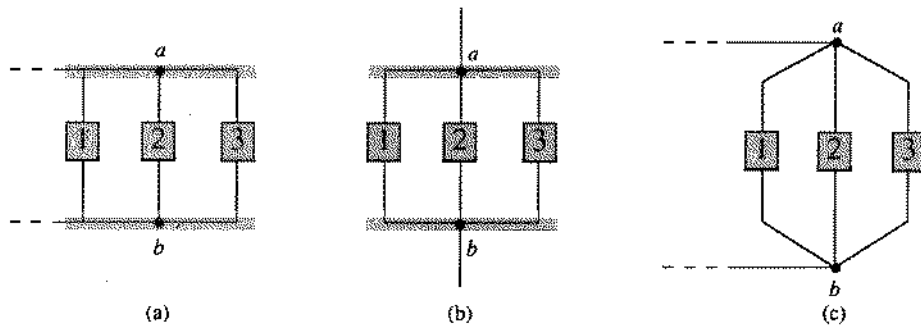


Fig. 6.2 Várias aparências diferentes para uma configuração com três elementos em paralelo.

ligados ao mesmo terminal na parte superior, acontecendo o mesmo na parte inferior, como vemos na Fig. 6.2(c).*

Os elementos 1 e 2 na Fig. 6.3 estão em paralelo, pois possuem os terminais a e b em comum. Esta combinação em paralelo está em série com o elemento 3, pois o terminal b está ligado tanto a 3 quanto à combinação em paralelo de 1 e 2.

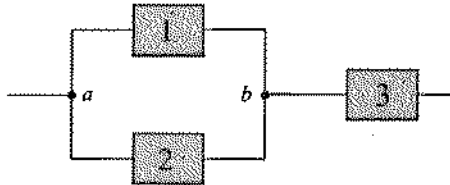


Fig. 6.3 Circuito no qual 1 e 2 estão em paralelo e 3 está em série com a combinação em paralelo de 1 e 2.

Na Fig. 6.4, os elementos 1 e 2 estão em série devido ao ponto comum a , e esta combinação em série está em paralelo com o elemento 3, como evidenciam as ligações comuns aos pontos b e c .

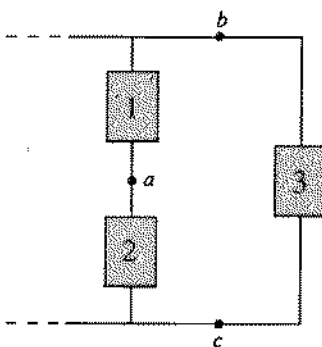


Fig. 6.4 Circuito onde 1 e 2 estão em série e 3 está em paralelo com a combinação em série de 1 e 2.

* Dizemos que estas três configurações são *topologicamente equivalentes*. Duas figuras são topologicamente equivalentes quando podem ser obtidas uma da outra através de uma deformação contínua, sem rupturas. Um círculo, um quadrado e um triângulo são exemplos de equivalência topológica; se você construir uma dessas figuras utilizando barbante, por exemplo, poderá obter as outras duas sem precisar cortar o barbante. Todos os métodos para encontrar circuitos equivalentes mais simples de um circuito dado são assim métodos de análise topológica. (N. T.)

Nas Figs. 6.1 a 6.4, os retângulos numerados representam componentes genéricos, como por exemplo resistores, baterias ou mesmo circuitos complexos.

Alguns exemplos de elementos em paralelo em outras áreas incluem os degraus de uma escada, a ligação de mais de uma corda entre dois pontos para fortalecer uma conexão e o uso de dois canos entre dois pontos de um encanamento de modo a dividir a vazão de água entre os dois pontos numa razão determinada pela relação entre as áreas das seções retas dos dois canos.

6.3 CONDUTÂNCIA E RESISTÊNCIA TOTAIS

No capítulo anterior vimos que para resistores em série a resistência total é a soma das resistências individuais.

No caso de elementos em paralelo, a condutância total é a soma das condutâncias individuais.

Para o circuito em paralelo da Fig. 6.5, por exemplo, podemos escrever

$$G_T = G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_N \quad (6.1)$$

Como quanto maior a condutância maior é a intensidade da corrente total no circuito (mantendo constante a tensão aplicada), quanto maior for o número de termos na Eq. (6.1) maior será a corrente de entrada no circuito. Em outras palavras, à medida que o número de resistores em paralelo aumenta, a corrente na entrada do circuito também aumenta, para uma tensão de entrada constante. Este efeito é exatamente o oposto do que acontece no caso dos resistores em série.

Se substituirmos os símbolos de condutância na Fig. 6.5 por símbolos de resistência, obteremos o circuito da Fig. 6.6. Como

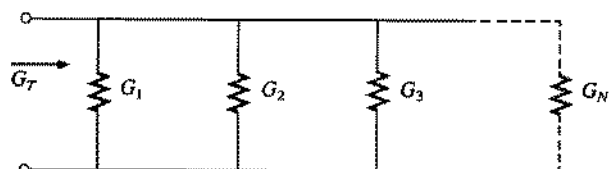


Fig. 6.5 Determinação da condutância total para condutâncias em paralelo.

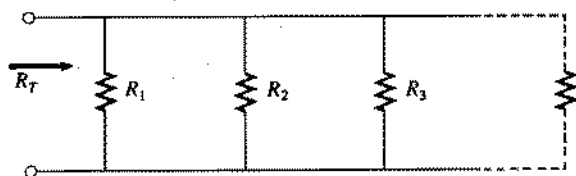


Fig. 6.6 Determinação da resistência total (ou equivalente) para resistências em paralelo.

$G = 1/R$, a resistência total do circuito pode ser determinada substituindo-se esta relação na Eq. (6.1):

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots + \frac{1}{R_N} \quad (6.2)$$

Observe que a Eq. 6.2 nos dá o *inverso* da resistência total. Uma vez que tenhamos efetuado a soma de frações do lado direito, devemos inverter o resultado para obter a resistência equivalente. Os exemplos a seguir ilustram este tipo de cálculo.

EXEMPLO 6.1 Determine a condutância e a resistência totais para o circuito em paralelo da Fig. 6.7.

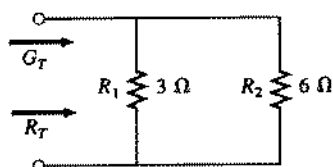


Fig. 6.7 Exemplo 6.1.

Solução:

$$G_T = G_1 + G_2 = \frac{1}{3 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega} = 0,333 \text{ S} + 0,167 \text{ S} = 0,5 \text{ S}$$

$$e \quad R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{0,5 \text{ S}} = 2 \Omega$$

EXEMPLO 6.2 Qual o efeito que um resistor adicional de 10 Ω em paralelo teria sobre a condutância e a resistência totais do circuito da Fig. 6.7?

Solução:

$$G_T = 0,5 \text{ S} + \frac{1}{10 \Omega} = 0,5 \text{ S} + 0,1 \text{ S} = 0,6 \text{ S}$$

$$R_T = \frac{1}{G_T} = \frac{1}{0,6 \text{ S}} \approx 1,667 \Omega$$

Observe que, como já mencionamos anteriormente, a adição de mais resistores em paralelo aumenta a condutância e diminui a resistência.

EXEMPLO 6.3 Determine a resistência equivalente para o circuito da Fig. 6.8.

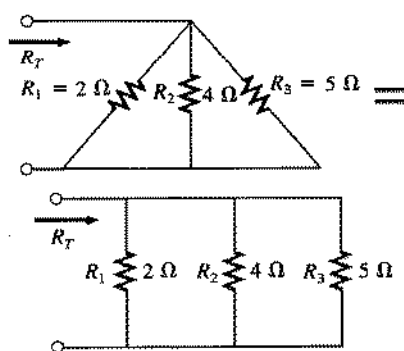


Fig. 6.8 Exemplo 6.3.

Solução:

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_T} &= \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \\ &= \frac{1}{2 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} + \frac{1}{5 \Omega} = 0,5 \text{ S} + 0,25 \text{ S} + 0,2 \text{ S} \\ &= 0,95 \text{ S} \end{aligned}$$

$$e \quad R_T = \frac{1}{0,95 \text{ S}} = 1,053 \Omega$$

Todos estes exemplos ilustram uma característica interessante de qualquer conjunto de resistores em paralelo:

A resistência total (ou equivalente) de um conjunto de resistores em paralelo é sempre menor que a do resistor de menor resistência do conjunto.*

Além disso, quanto maior for a diferença entre os valores das resistências de dois resistores em paralelo, mais o valor da resistência equivalente será próximo do da menor resistência. Por exemplo, a resistência equivalente para um resistor de 3 Ω em paralelo com um de 6 Ω vale 2 Ω. No entanto, se substituirmos o resistor de 6 Ω por um de 60 Ω, a nova resistência equivalente será 2,85 Ω.

Quando as resistências de um circuito em paralelo são todas iguais, o cálculo da resistência total torna-se mais simples. Para N resistores idênticos em paralelo a Eq. (6.2) fornece

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_T} &= \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \dots + \frac{1}{R} \\ &= N \left(\frac{1}{R} \right) \end{aligned}$$

$$R_T = \frac{R}{N}$$

$$e \quad (6.3)$$

Em outras palavras, a resistência equivalente de N resistores, iguais em paralelo é igual ao valor de *uma das* resistências dividido pelo número total N de resistores da associação.

*Esta observação nos permite verificar parcialmente se o cálculo de uma resistência equivalente para um circuito em paralelo está correto. Se esta última for menor que a menor resistência do circuito original, a resposta *poderá* estar certa. Se for maior, a resposta estará *certamente* errada. (N T.)

Em termos de condutância, escrevemos

$$G_T = NG \quad (6.4)$$

EXEMPLO 6.4

- a. Calcule a resistência equivalente para o circuito da Fig. 6.9.

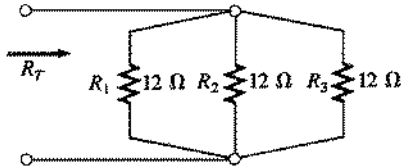


Fig. 6.9 Exemplo 6.4: Três resistências iguais em paralelo.

- b. Idem, para o circuito da Fig. 6.10.

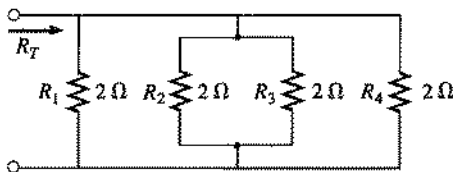


Fig. 6.10 Exemplo 6.4: Quatro resistores, com resistências idênticas, em paralelo.

Soluções:

- a. A Fig. 6.9 pode ser redesenhada como vemos na Fig. 6.11:

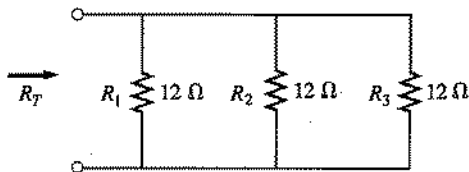


Fig. 6.11 Configuração equivalente à da Fig. 6.9.

Assim

$$R_T = \frac{R}{N} = \frac{12 \Omega}{3} = 4 \Omega$$

- b. A Fig. 6.12 é equivalente à Fig. 6.10:

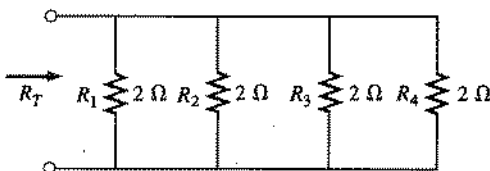


Fig. 6.12 Circuito da Fig. 6.10 redesenhado.

Logo,

$$R_T = \frac{R}{N} = \frac{2 \Omega}{4} = 0,5 \Omega$$

Na grande maioria dos casos precisamos calcular a resistência equivalente para apenas dois ou três resistores em paralelo. As equações a seguir foram deduzidas, tendo isto em mente, para reduzir o tempo empregado nos cálculos para estes casos particulares.

Como para dois resistores em paralelo, temos

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

um cálculo extremamente simples nos conduz a

$$\begin{aligned} \frac{1}{R_T} &= \left(\frac{R_2}{R_2}\right) \frac{1}{R_1} + \left(\frac{R_1}{R_1}\right) \frac{1}{R_2} = \frac{R_2}{R_1 R_2} + \frac{R_1}{R_1 R_2} \\ &= \frac{R_2 + R_1}{R_1 R_2} \end{aligned}$$

e assim

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \quad (6.5)$$

Expressando a Eq. (6.5) em palavras,

a resistência equivalente a dois resistores em paralelo é o produto das duas resistências dividido pela sua soma.

O caso de três resistores em paralelo também é bastante simples, e o resultado é

$$R_T = \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \quad (6.6)$$

onde temos no denominador todas as combinações possíveis dos produtos das resistências, duas de cada vez. Em vez de aplicar a Eq. (6.6), podemos simplesmente aplicar a Eq. (6.5) duas vezes; este procedimento será ilustrado no Exemplo 6.6.

EXEMPLO 6.5 Repita o Exemplo 6.1 utilizando a Eq. (6.5).

Solução:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(3 \Omega)(6 \Omega)}{3 \Omega + 6 \Omega} = \frac{18 \Omega}{9} = 2 \Omega$$

EXEMPLO 6.6 Faça novamente o Exemplo 6.3, utilizando agora a Eq. (6.6.)

Solução:

$$\begin{aligned} R_T &= \frac{R_1 R_2 R_3}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3} \\ &= \frac{(2 \Omega)(4 \Omega)(5 \Omega)}{(2 \Omega)(4 \Omega) + (2 \Omega)(5 \Omega) + (4 \Omega)(5 \Omega)} \\ &= \frac{40 \Omega}{8 + 10 + 20} = \frac{40 \Omega}{38} = 1,053 \Omega \end{aligned}$$

Aplicando duas vezes a Eq. (6.5) obtemos

$$R'_T = 2 \, \Omega \parallel 4 \, \Omega = \frac{(2 \, \Omega)(4 \, \Omega)}{2 \, \Omega + 4 \, \Omega} = \frac{4}{3} \, \Omega$$

$$R_T = R'_T \parallel 5 \, \Omega = \frac{\left(\frac{4}{3} \, \Omega\right)(5 \, \Omega)}{\frac{4}{3} \, \Omega + 5 \, \Omega} = 1,053 \, \Omega$$

No capítulo anterior vimos que elementos em série podem ser intercambiados sem que isto altere a intensidade da corrente total ou o valor da resistência equivalente. No caso de circuitos em paralelo,

podemos intercambiar as posições de dois elementos em paralelo quaisquer sem que isto altere a resistência total ou a corrente de entrada.

No próximo exemplo, observe como ao redesenhar um circuito podemos freqüentemente perceber com mais clareza qual o melhor procedimento para obter a resistência equivalente.

EXEMPLO 6.7 Calcule a resistência total do circuito em paralelo da Fig. 6.13.

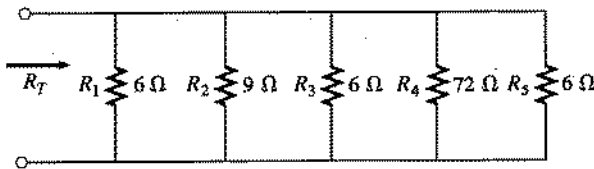


Fig. 6.13 Exemplo 6.7.

Solução: O circuito foi novamente desenhado de modo mais conveniente, na Fig. 6.14; temos

$$R'_T = \frac{R}{N} = \frac{6 \, \Omega}{3} = 2 \, \Omega$$

$$R''_T = \frac{R_2 R_4}{R_2 + R_4} = \frac{(9 \, \Omega)(72 \, \Omega)}{9 \, \Omega + 72 \, \Omega} = \frac{648 \, \Omega}{81} = 8 \, \Omega$$

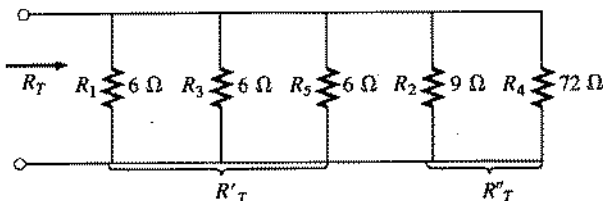


Fig. 6.14 Configuração equivalente à da Fig. 6.13.

e

$$R_T = R'_T \parallel R''_T$$

↑
Em paralelo com

$$R_T = \frac{R'_T R''_T}{R'_T + R''_T} = \frac{(2 \, \Omega)(8 \, \Omega)}{2 \, \Omega + 8 \, \Omega} = \frac{16 \, \Omega}{10} = 1,6 \, \Omega$$

Os exemplos anteriores foram todos solucionados, após a escolha da expressão conveniente, por substituição direta dos valores numéricos das quantidades envolvidas. Os dois exemplos a seguir ilustram a utilização de manipulações algébricas para a obtenção da resposta final.

EXEMPLO 6.8 Determine o valor de R_2 na Fig. 6.15 de modo que a resistência equivalente do circuito seja $9 \, \text{k}\Omega$.

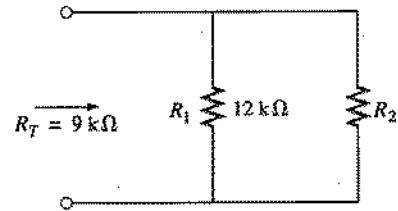


Fig. 6.15 Exemplo 6.8.

Solução:

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$R_T (R_1 + R_2) = R_1 R_2$$

$$R_T R_1 + R_T R_2 = R_1 R_2$$

$$R_T R_1 = R_1 R_2 - R_T R_2$$

$$R_T R_1 = (R_1 - R_T) R_2$$

logo

$$R_2 = \frac{R_T R_1}{R_1 - R_T}$$

(6.7)

Substituindo os valores numéricos:

$$R_2 = \frac{(9 \, \text{k}\Omega)(12 \, \text{k}\Omega)}{12 \, \text{k}\Omega - 9 \, \text{k}\Omega}$$

$$= \frac{108 \, \text{k}\Omega}{3} = 36 \, \text{k}\Omega$$

EXEMPLO 6.9 Determine os valores de R_1 , R_2 e R_3 no circuito da Fig. 6.16, sabendo que $R_2 = 2R_1$, $R_3 = 2R_2$ e que a resistência equivalente deste circuito é $16 \, \text{k}\Omega$.

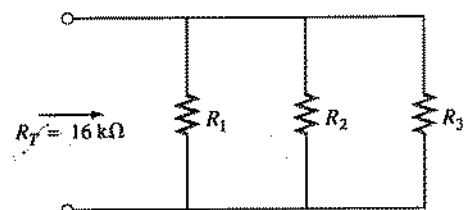


Fig. 6.16 Exemplo 6.9.

Solução:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

$$\frac{1}{16 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2R_1} + \frac{1}{4R_1}$$

como

$$R_3 = 2R_2 = 2(2R_1) = 4R_1$$

e

$$\frac{1}{16 \text{ k}\Omega} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{2\left(\frac{1}{R_1}\right)} + \frac{1}{4\left(\frac{1}{R_1}\right)}$$

$$\frac{1}{16 \text{ k}\Omega} = 1,75\left(\frac{1}{R_1}\right)$$

obtemos

$$R_1 = 1,75(16 \text{ k}\Omega) = 28 \text{ k}\Omega$$

No caso de resistores em série, a colocação de um resistor adicional sempre aumenta o valor da resistência total.

Quando temos resistores em paralelo, o valor da resistência equivalente sempre diminui quando acrescentamos um resistor em paralelo ao circuito.

Os exemplos a seguir ilustram esta característica dos circuitos em paralelo.

EXEMPLO 6.10

- Determine a resistência equivalente para o circuito da Fig. 6.17.
- Se adicionarmos a este circuito um resistor idêntico aos anteriores, como vemos na Fig. 6.18, o que acontecerá com o valor da resistência equivalente?
- Se adicionarmos, como ilustra a Fig. 6.19, um resistor de resistência muito alta ao circuito da Fig. 6.17, que efeito isto terá sobre a resistência total do circuito?
- Qual o efeito sobre a resistência equivalente, se adicionarmos ao circuito da Fig. 6.17 um resistor de resistência muito pequena em paralelo, como vemos na Fig. 6.20?

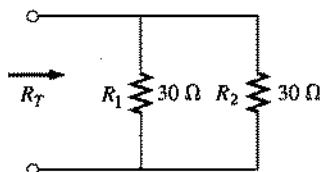


Fig. 6.17 Exemplo 6.10: Dois resistores, de igual resistência, em paralelo.

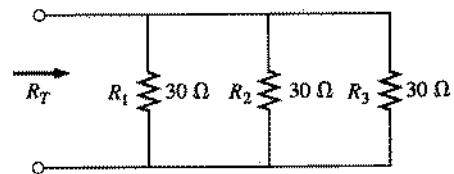


Fig. 6.18 Adição de um terceiro resistor, em paralelo, de mesmo valor, ao circuito da Fig. 6.17.

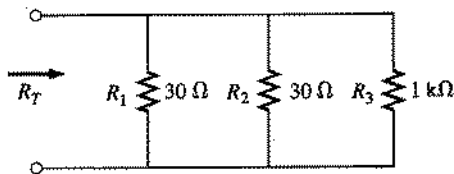


Fig. 6.19 Adição de um terceiro resistor em paralelo, de resistência muito maior que a dos outros dois, ao circuito da Fig. 6.17.

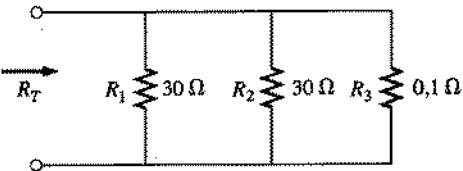


Fig. 6.20 Adição de um terceiro resistor em paralelo, de resistência muito menor que a dos outros dois, ao circuito da Fig. 6.17.

Soluções:

- $R_T = 30 \Omega \parallel 30 \Omega = \frac{30 \Omega}{2} = 15 \Omega$
- $R_T = 30 \Omega \parallel 30 \Omega \parallel 30 \Omega = \frac{30 \Omega}{3} = 10 \Omega < 15 \Omega$

R_T diminui

- $R_T = 30 \Omega \parallel 30 \Omega \parallel 1 \text{ k}\Omega = 15 \Omega \parallel 1 \text{ k}\Omega$
 $= \frac{(15 \Omega)(1000 \Omega)}{15 \Omega + 1000 \Omega} = 14,778 \Omega < 15 \Omega$

Pequena diminuição no valor de R_T

- $R_T = 30 \Omega \parallel 30 \Omega \parallel 0,1 \Omega = 15 \Omega \parallel 0,1 \Omega$
 $= \frac{(15 \Omega)(0,1 \Omega)}{15 \Omega + 0,1 \Omega} = 0,099 \Omega < 15 \Omega$

Diminuição considerável no valor de R_T .

Em todos os casos a resistência total do circuito diminui quando adicionamos um resistor em paralelo, não importando o valor de sua resistência. Note também que a resistência equivalente da associação é, como sempre, menor que a da resistência mais baixa do circuito.

6.4 CIRCUITOS EM PARALELO

Na Fig. 6.21 ilustramos o mais simples dos circuitos em paralelo. Os terminais a e b são comuns a todos os elementos. A resistência equivalente é dada por $R_T = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$ e a corrente fornecida pela fonte é $I_F = E / R_T$. (Utilizaremos neste texto o índice inferior F para indicar uma propriedade da fonte. Como os terminais da bateria estão diretamente ligados aos terminais de R_1 e R_2 , é óbvio que

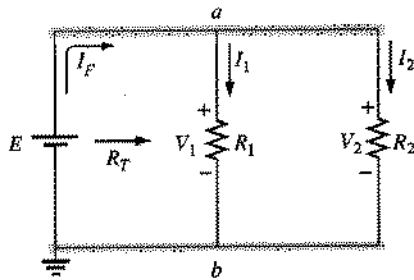


Fig. 6.21 Circuito em paralelo.

Todos os elementos de um circuito que estão em paralelo estão submetidos à mesma diferença de potencial.

Assim temos

$$V_1 = V_2 = E$$

e

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2}$$

com

Se multiplicarmos a expressão para o inverso da resistência equivalente pelo valor da tensão aplicada, obtemos

$$E \left(\frac{1}{R_T} \right) = E \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)$$

e

$$\frac{E}{R_T} = \frac{E}{R_1} + \frac{E}{R_2}$$

Lembrando agora a definição de resistência, podemos escrever

$$I_F = I_1 + I_2$$

concluindo então que

Para circuitos em paralelo com apenas uma fonte, a corrente que atravessa esta fonte é igual à soma das correntes em cada um dos ramos do circuito.

A potência dissipada pelos resistores e a potência fornecida pela bateria podem ser obtidas de

$$P_1 = V_1 I_1 = I_1^2 R_1 = \frac{V_1^2}{R_1}$$

$$P_2 = V_2 I_2 = I_2^2 R_2 = \frac{V_2^2}{R_2}$$

$$P_F = E I_F = I_F^2 R_T = \frac{E^2}{R_T}$$

EXEMPLO 6.11 Para o circuito com resistores em paralelo da Fig. 6.22:

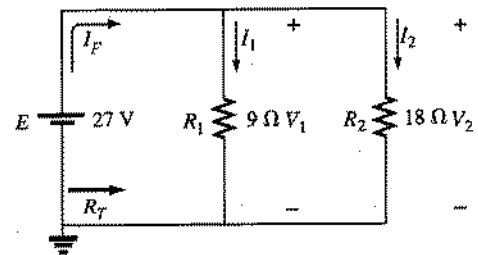


Fig. 6.22 Exemplo 6.11.

- Calcule R_T .
- Determine I_F .
- Calcule I_1 e I_2 , verificando que $I_F = I_1 + I_2$.
- Calcule a potência dissipada por cada uma das cargas resistivas.
- Calcule a potência fornecida pela fonte, comparando o resultado com a potência dissipada pelos resistores.

Soluções:

$$a. R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(9 \Omega)(18 \Omega)}{9 \Omega + 18 \Omega} = \frac{162 \Omega}{27} = 6 \Omega$$

$$b. I_F = \frac{E}{R_T} = \frac{27 \text{ V}}{6 \Omega} = 4,5 \text{ A}$$

$$c. I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{E}{R_1} = \frac{27 \text{ V}}{9 \Omega} = 3 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{27 \text{ V}}{18 \Omega} = 1,5 \text{ A}$$

$$I_F = I_1 + I_2$$

$$4,5 \text{ A} = 3 \text{ A} + 1,5 \text{ A}$$

$$4,5 \text{ A} = 4,5 \text{ A} \text{ (resultados)}$$

$$d. P_1 = V_1 I_1 = E I_1 = (27 \text{ V})(3 \text{ A}) = 81 \text{ W}$$

$$P_2 = V_2 I_2 = E I_2 = (27 \text{ V})(1,5 \text{ A}) = 40,5 \text{ W}$$

$$e. P_F = E I_F = (27 \text{ V})(4,5 \text{ A}) = 121,5 \text{ W}$$

$$P_F = P_1 + P_2 = 81 \text{ W} + 40,5 \text{ W} = 121,5 \text{ W}$$

EXEMPLO 6.12 Considerando os dados fornecidos na Fig. 6.23:

- Determine R_3 .
- Calcule E .
- Obtenha I_F .
- Determine I_2 .
- Calcule P_2 .

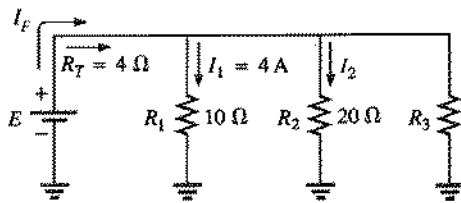


Fig. 6.23 Exemplo 6.12.

Soluções:

- a. $\frac{1}{R_T} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$
 $\frac{1}{4 \Omega} = \frac{1}{10 \Omega} + \frac{1}{20 \Omega} + \frac{1}{R_3}$
 $0,25 \text{ S} = 0,1 \text{ S} + 0,05 \text{ S} + \frac{1}{R_3}$
 $0,25 \text{ S} = 0,15 \text{ S} + \frac{1}{R_3}$
 $\frac{1}{R_3} = 0,1 \text{ S}$
 $R_3 = \frac{1}{0,1 \text{ S}} = 10 \Omega$
- b. $E = V_1 = I_1 R_1 = (4 \text{ A})(10 \Omega) = 40 \text{ V}$
- c. $I_T = \frac{E}{R_T} = \frac{40 \text{ V}}{4 \Omega} = 10 \text{ A}$
- d. $I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{E}{R_2} = \frac{40 \text{ V}}{20 \Omega} = 2 \text{ A}$
- e. $P_2 = I_2^2 R_2 = (2 \text{ A})^2 (20 \Omega) = 80 \text{ W}$

6.5 LEI DE KIRCHHOFF PARA A CORRENTE

A lei de Kirchhoff para a tensão nos dá uma relação muito importante entre os valores da tensão ao longo de uma malha fechada de um circuito. Vamos considerar agora a lei de Kirchhoff para a corrente, que fornece uma relação igualmente importante entre as correntes que chegam a qualquer nó.

A lei de Kirchhoff para a corrente (LKC) afirma que a soma algébrica das correntes que entram e saem de uma região, sistema ou nó é igual a zero.

Em outras palavras,

a soma das correntes que entram em uma região, sistema ou nó deve ser igual à soma das correntes que deixam esta mesma região, sistema ou nó.

Em forma de equação, temos:

$$\Sigma I_{\text{entram}} = \Sigma I_{\text{saem}} \quad (6.8)$$

Na Fig. 6.24, por exemplo, a área sombreada pode representar um sistema completo, um circuito complicado ou simplesmente uma junção de dois ou mais ramos (um nó). Em qualquer dos

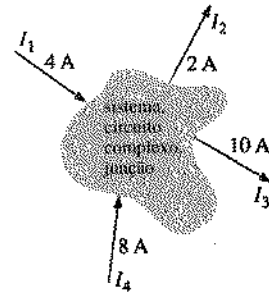


Fig. 6.24 Ilustração da lei de Kirchhoff para a corrente.

casos, a soma das correntes que entram é igual à soma das correntes que saem, conforme podemos verificar facilmente:

$$\begin{aligned} I_1 + I_4 &= I_2 + I_3 \\ 4 \text{ A} + 8 \text{ A} &= 2 \text{ A} + 10 \text{ A} \\ 12 \text{ A} &= 12 \text{ A} \end{aligned}$$

A lei de Kirchhoff para a corrente é mais frequentemente aplicada no caso de uma junção (ou nó) onde se encontram dois ou mais caminhos para o escoamento de carga (ou ramos), como ilustra a Fig. 6.25. Alguns estudantes inicialmente têm dificuldade em determinar se uma corrente está entrando ou saindo de uma junção. Um artifício que pode ser útil é imaginar-se situado na junção e considerar os condutores de corrente como se fossem setas. Se uma seta parece estar apontando para você, como é o caso da seta associada a I_1 , então ela estará entrando na junção. Por outro lado, se, a partir do nó, você observa a parte posterior da seta, a corrente estará saindo deste nó, que é o que acontece com I_2 e I_3 na Fig. 6.25.

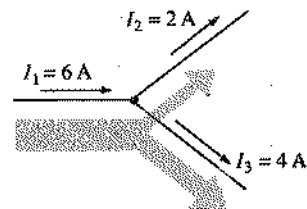


Fig. 6.25 Demonstração da lei de Kirchhoff para a corrente.

Aplicando a lei de Kirchhoff para a corrente ao nó da Fig. 6.25:

$$\begin{aligned} \Sigma I_{\text{entram}} &= \Sigma I_{\text{saem}} \\ 6 \text{ A} &= 2 \text{ A} + 4 \text{ A} \\ 6 \text{ A} &= 6 \text{ A} \quad (\text{resultados}) \end{aligned}$$

Determinaremos, nos dois exemplos a seguir, correntes desconhecidas aplicando esta lei de Kirchhoff. Não se esqueça de colocar a soma de todas as correntes que entram em uma junção à esquerda do sinal de igualdade e a soma de todas as correntes que deixam a mesma junção à direita do mesmo sinal. A analogia da corrente contínua com o escoamento de água em uma tubulação é excelente para reforçar e esclarecer a LKC. É óbvio que a vazão de água que entra em uma junção deve ser igual à vazão total nos canos que saem desta junção.*

*Supondo a água um líquido incompressível, o que é uma excelente aproximação. (N.T.)

EXEMPLO 6.13 Determine as correntes I_3 e I_4 no circuito da Fig. 6.26, utilizando a lei de Kirchhoff para corrente.

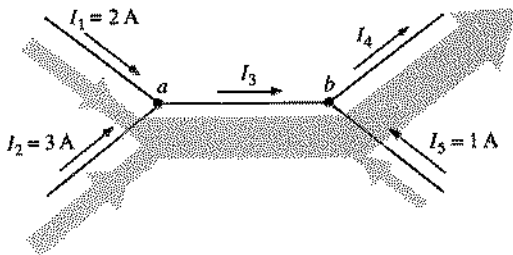


Fig. 6.26 Exemplo 6.13.

Solução: Devemos trabalhar primeiro com o nó a , pois neste caso a única incógnita é I_3 . No caso da junção b existem duas correntes desconhecidas, que não podem obviamente ser determinadas a partir de uma única aplicação da LKC.

Em a :

$$\begin{aligned}\Sigma I_{\text{entram}} &= \Sigma I_{\text{sacm}} \\ I_1 + I_2 &= I_3 \\ 2 \text{ A} + 3 \text{ A} &= I_3 \\ I_3 &= 5 \text{ A}\end{aligned}$$

Em b :

$$\begin{aligned}\Sigma I_{\text{entram}} &= \Sigma I_{\text{sacm}} \\ I_3 + I_5 &= I_4 \\ 5 \text{ A} + 1 \text{ A} &= I_4 \\ I_4 &= 6 \text{ A}\end{aligned}$$

EXEMPLO 6.14 Determine I_1 , I_3 , I_4 e I_5 para o circuito da Fig. 6.27.

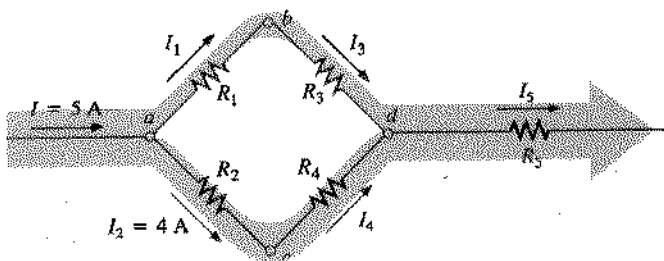


Fig. 6.27 Exemplo 6.14.

Solução: Em a :

$$\begin{aligned}\Sigma I_{\text{entram}} &= \Sigma I_{\text{sacm}} \\ I &= I_1 + I_2 \\ 5 \text{ A} &= I_1 + 4 \text{ A}\end{aligned}$$

Subtraindo 4 A de ambos os lados, obtemos

$$\begin{aligned}5 \text{ A} - 4 \text{ A} &= I_1 + 4 \text{ A} - 4 \text{ A} \\ I_1 &= 5 \text{ A} - 4 \text{ A} = 1 \text{ A}\end{aligned}$$

Em b :

$$\begin{aligned}\Sigma I_{\text{entram}} &= \Sigma I_{\text{sacm}} \\ I_1 &= I_3 = 1 \text{ A}\end{aligned}$$

um resultado esperado, pois R_1 e R_3 estão em série, logo devem ser percorridos pela mesma corrente.

Em c :

$$I_2 = I_4 = 4 \text{ A}$$

novamente um resultado esperado, pela mesma razão do item anterior.

Em d :

$$\begin{aligned}\Sigma I_{\text{entram}} &= \Sigma I_{\text{sacm}} \\ I_3 + I_4 &= I_5 \\ 1 \text{ A} + 4 \text{ A} &= I_5 \\ I_5 &= 5 \text{ A}\end{aligned}$$

Se considerarmos o circuito como um todo, vemos que a corrente que nele entra é $I = 5 \text{ A}$; a intensidade da corrente que deixa o circuito, à direita, é $I_5 = 5 \text{ A}$. Novamente, estes dois valores são iguais, o que confirma a lei de Kirchhoff para a corrente.

EXEMPLO 6.15 Utilizando a LKC, determine as correntes I_3 e I_5 na Fig. 6.28.

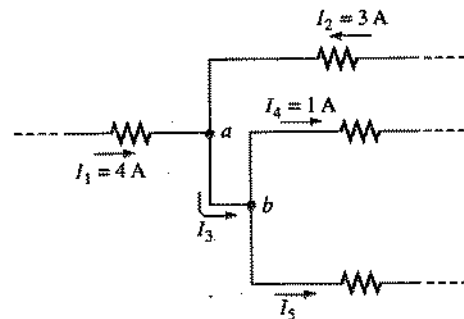


Fig. 6.28 Exemplo 6.15.

Solução: Como na junção b temos duas quantidades desconhecidas e na junção a apenas uma, devemos aplicar a lei de Kirchhoff para a corrente primeiro ao nó a . Para este nó,

$$\begin{aligned}I_1 + I_2 &= I_3 \\ 4 \text{ A} + 3 \text{ A} &= I_3\end{aligned}$$

e

$$I_3 = 7 \text{ A}$$

Para o nó b ,

$$\begin{aligned}I_3 &= I_4 + I_5 \\ 7 \text{ A} &= 1 \text{ A} + I_5\end{aligned}$$

e

$$I_5 = 7 \text{ A} - 1 \text{ A} = 6 \text{ A}$$

EXEMPLO 6.16 Encontre o valor e o sentido das correntes I_3 , I_4 , I_6 e I_7 no circuito da Fig. 6.29. Embora os elementos não

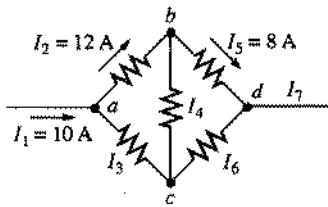


Fig. 6.29 Exemplo 6.16.

estejam em série nem em paralelo, podemos aplicar a LKC para determinar todas as correntes desconhecidas.

Solução: Considerando o sistema em sua totalidade, sabemos que a corrente que entra deve ser igual à corrente que sai. Assim,

$$I_7 = I_1 = 10 \text{ A}$$

Como estão chegando 10 A à junção *a* e 12 A estão deixando esta mesma junção, *I*₃ deve estar fornecendo corrente a este nó. Aplicando a lei de Kirchhoff para a corrente neste caso teremos,

$$\begin{aligned} I_1 + I_3 &= I_2 \\ 10 \text{ A} + I_3 &= 12 \text{ A} \end{aligned}$$

$$e \quad I_3 = 12 \text{ A} - 10 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

No caso do nó *b*, temos 12 A entrando e 8 A saindo, logo *I*₄ também deve estar deixando este ponto. Assim,

$$\begin{aligned} I_2 &= I_4 + I_5 \\ 12 \text{ A} &= I_4 + 8 \text{ A} \end{aligned}$$

$$e \quad I_4 = 12 \text{ A} - 8 \text{ A} = 4 \text{ A}$$

Na junção *c*, temos *I*₃ = 2 A saindo e *I*₄ = 4 A entrando; logo *I*₆ deve estar saindo. Aplicando a LKC a este nó,

$$\begin{aligned} I_4 &= I_3 + I_6 \\ 4 \text{ A} &= 2 \text{ A} + I_6 \end{aligned}$$

$$e \quad I_6 = 4 \text{ A} - 2 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

Vamos verificar a consistência dos resultados na junção *d*,

$$\begin{aligned} I_5 + I_6 &= I_7 \\ 8 \text{ A} + 2 \text{ A} &= 10 \text{ A} \\ 10 \text{ A} &= 10 \text{ A} \quad (\text{resultados}) \end{aligned}$$

Voltando ao Exemplo 6.11, verificamos que a corrente que entra na junção superior é 4,5 A, enquanto a corrente que sai deste mesmo nó é *I*₁ + *I*₂ = 3 A + 1,5 A = 4,5 A. No caso do Exemplo 6.12, temos

$$\begin{aligned} I_F &= I_1 + I_2 + I_3 \\ 10 \text{ A} &= 4 \text{ A} + 2 \text{ A} + I_3 \end{aligned}$$

$$e \quad I_3 = 10 \text{ A} - 6 \text{ A} = 4 \text{ A}$$

A lei de Kirchhoff para a corrente pode ser aplicada mesmo quando as conexões internas de um circuito não são conhecidas. Conhecemos, por exemplo, o valor de todas as correntes no circuito integrado da Fig. 6.30, exceto o de *I*₁. Tratando o sistema como se fosse um único nó, podemos aplicar a LKC utilizando a tabela a seguir para facilitar uma listagem correta de todas as quantidades conhecidas:

<i>I_e</i>	<i>I_s</i>
10 mA	5 mA
4 mA	4 mA
8 mA	2 mA
22 mA	6 mA
	17 mA

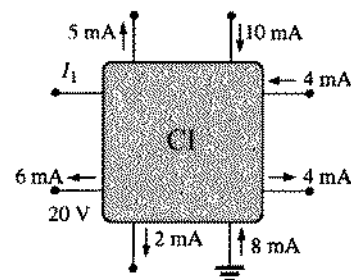


Fig. 6.30 Circuito integrado.

A comparação da corrente total de entrada com a mesma quantidade na saída nos mostra claramente que *I*₁ é uma corrente de intensidade 22 mA - 17 mA = 5 mA e que esta corrente está deixando o sistema.

6.6 REGRA DO DIVISOR DE CORRENTE

A regra do divisor de corrente (RDC) nos diz, como sugere o nome, como uma corrente que entra em um conjunto de elementos em paralelo se divide entre estes elementos.

No caso de dois elementos em paralelo com resistências iguais, a corrente se distribui entre os dois elementos em partes iguais.

Se os elementos em paralelo tiverem resistências diferentes, o elemento de menor resistência será percorrido pela maior fração da corrente.

A razão entre os valores das correntes nos dois ramos será inversamente proporcional à razão entre as suas resistências.

Se, por exemplo, a resistência de um dos resistores de uma combinação em paralelo for o dobro da resistência do outro, a corrente que o atravessa será a metade da corrente que percorre o resistor de menor resistência.

Na Fig. 6.31, como *I*₁ vale 1 mA e o valor de *R*₁ é seis vezes o de *R*₃, a corrente através de *R*₃ deve ser obrigatoriamente 6 mA (não havendo necessidade de se efetuar quaisquer outros cálculos). No caso de *R*₂ a corrente deve ser 2 mA, pois *R*₁ é o dobro de *R*₂. Logo a corrente total, que é a soma de *I*₁, *I*₂ e *I*₃, será 9 mA. Assim, conhecendo somente a corrente que percorre *R*₁ fomos

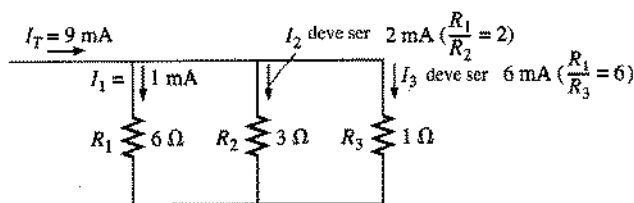


Fig. 6.31 Ilustração da forma como a corrente se divide entre resistências diferentes.

capazes de calcular todas as outras correntes no circuito. Para isto foi necessário apenas conhecer o valor das resistências R_2 e R_3 , não sendo preciso nenhuma informação adicional.

No caso de circuitos para os quais conhecemos somente o valor dos resistores e a corrente de entrada, devemos, como ilustra o exemplo que acabamos de fazer, utilizar a *regra do divisor de corrente* para calcular as correntes nos vários ramos. Vamos deduzir uma expressão algébrica para esta regra utilizando o circuito da Fig. 6.32.

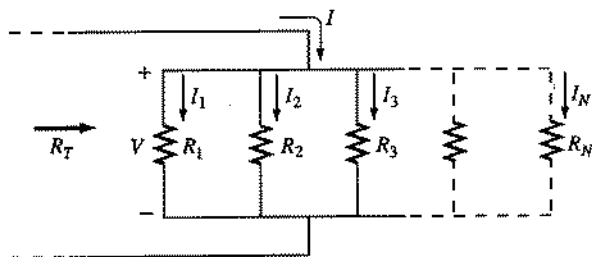


Fig. 6.32 Dedução da regra do divisor de corrente.

A corrente de entrada é dada por V/R_T , onde R_T é a resistência total do circuito. Substituindo nesta expressão para I o valor de $V = I_x R_x$, onde I_x é a corrente que atravessa o ramo de resistência R_x , obtemos

$$I = \frac{V}{R_T} = \frac{I_x R_x}{R_T}$$

$$I_x = \frac{R_T}{R_x} I \quad (6.9)$$

que é a expressão algébrica geral para a regra do divisor de corrente. Ou seja, a corrente que percorre qualquer dos ramos em paralelo é igual ao produto da resistência *total* do circuito pela corrente de entrada, dividido pelo valor da resistência no ramo onde desejamos determinar a corrente.

Para a corrente I_1 ,

$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} I$$

para I_2 ,

$$I_2 = \frac{R_T}{R_2} I$$

e assim por diante.

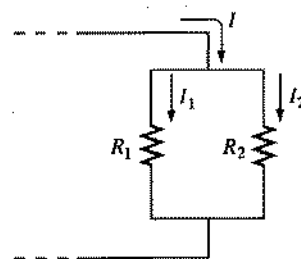


Fig. 6.33 Dedução de uma fórmula para a divisão da corrente entre dois resistores em paralelo.

No caso particular de *dois resistores em paralelo*, como ilustra a Fig. 6.33,

$$R_T = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

$$I_1 = \frac{R_T}{R_1} I = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} \frac{1}{R_1} I$$

e

$$I_1 = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2}$$

Observe a diferença entre os índices

e

Analogamente para I_2 ,

$$I_2 = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2} \quad (6.11)$$

Ou seja, no caso de dois ramos em paralelo, a corrente através de um deles é igual ao produto da resistência no *outro* ramo pela corrente de entrada dividido pela *soma* dos valores das duas resistências em paralelo.

EXEMPLO 6.17 Determine a corrente I_2 no circuito da Fig. 6.34 utilizando a regra do divisor de corrente.

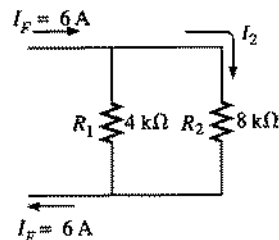


Fig. 6.34 Exemplo 6.17.

Solução:

$$I_2 = \frac{R_1 I_F}{R_1 + R_2} = \frac{(4 \text{ k}\Omega)(6 \text{ A})}{4 \text{ k}\Omega + 8 \text{ k}\Omega} = \frac{4}{12} (6 \text{ A}) = \frac{1}{3} (6 \text{ A}) = 2 \text{ A}$$

EXEMPLO 6.18 Calcule o valor da corrente I_1 no circuito da Fig. 6.35.

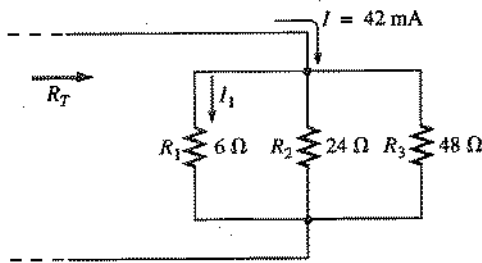


Fig. 6.35 Exemplo 6.18.

Solução: Existem duas maneiras de resolver este problema. A primeira delas utiliza a Eq. (6.9), como se segue:

$$\frac{1}{R_T} = \frac{1}{6 \Omega} + \frac{1}{24 \Omega} + \frac{1}{48 \Omega} = 0,1667 \text{ S} + 0,0417 \text{ S} + 0,0208 \text{ S} = 0,2292 \text{ S}$$

$$e \quad R_T = \frac{1}{0,2292 \text{ S}} = 4,363 \Omega$$

$$\text{logo} \quad I_1 = \frac{R_T}{R_1} I = \frac{4,363 \Omega}{6 \Omega} (42 \text{ mA}) = 30,54 \text{ mA}$$

Podemos também aplicar a Eq. (6.10) após achar a resistência equivalente da combinação em paralelo de R_2 com R_3 , ou seja,

$$24 \Omega \parallel 48 \Omega = \frac{(24 \Omega)(48 \Omega)}{24 \Omega + 48 \Omega} = 16 \Omega$$

$$e \quad I_1 = \frac{16 \Omega (42 \text{ mA})}{16 \Omega + 6 \Omega} = 30,54 \text{ mA}$$

Os dois métodos forneceram, é claro, a mesma resposta. E você tem agora uma opção para resolver problemas que envolvam mais de dois resistores em paralelo.

EXEMPLO 6.19 Determine o valor das correntes I_1 , I_2 e I_3 para o circuito da Fig. 6.36.

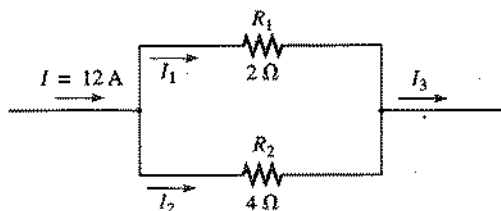


Fig. 6.36 Exemplo 6.19.

Solução: Utilizando a Eq. (6.10),

$$I_1 = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2} = \frac{(4 \Omega)(12 \text{ A})}{2 \Omega + 4 \Omega} = 8 \text{ A}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para a corrente,

$$I = I_1 + I_2$$

$$e \quad I_2 = I - I_1 = 12 \text{ A} - 8 \text{ A} = 4 \text{ A}$$

ou, utilizando novamente a regra do divisor de corrente,

$$I_2 = \frac{R_1 I}{R_1 + R_2} = \frac{(2 \Omega)(12 \text{ A})}{2 \Omega + 4 \Omega} = 4 \text{ A}$$

A corrente total que entra na configuração em paralelo deve ser igual àquela que abandona esta mesma configuração. Logo,

$$I_3 = I = 12 \text{ A}$$

$$\text{ou} \quad I_3 = I_1 + I_2 = 8 \text{ A} + 4 \text{ A} = 12 \text{ A}$$

EXEMPLO 6.20 Determine o valor de R_1 de modo a efetuar a divisão de corrente ilustrada na Fig. 6.37.

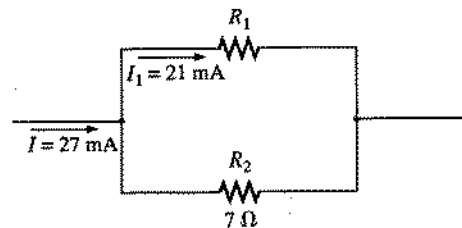


Fig. 6.37 Exemplo 6.20.

Solução: Aplicando a RDC,

$$I_1 = \frac{R_2 I}{R_1 + R_2}$$

$$\begin{aligned} e \quad (R_1 + R_2) I_1 &= R_2 I \\ R_1 I_1 + R_2 I_1 &= R_2 I \\ R_1 I_1 &= R_2 I - R_2 I_1 \\ R_1 &= \frac{R_2 (I - I_1)}{I_1} \end{aligned}$$

Substituindo os valores numéricos:

$$\begin{aligned} R_1 &= \frac{7 \Omega (27 \text{ mA} - 21 \text{ mA})}{21 \text{ mA}} \\ &= 7 \Omega \left(\frac{6}{21} \right) = \frac{42 \Omega}{21} = 2 \Omega \end{aligned}$$

Uma solução alternativa seria

$$\begin{aligned} I_2 &= I - I_1 \quad (\text{lei de Kirchhoff para a corrente}) \\ &= 27 \text{ mA} - 21 \text{ mA} = 6 \text{ mA} \\ V_2 &= I_2 R_2 = (6 \text{ mA})(7 \Omega) = 42 \text{ mV} \\ V_1 &= I_1 R_1 = V_2 = 42 \text{ mV} \end{aligned}$$

$$e \quad R_1 = \frac{V_1}{I_1} = \frac{42 \text{ mV}}{21 \text{ mA}} = 2 \, \Omega$$

A partir dos resultados destes exemplos, é fácil observar que:

A corrente procura o caminho de menor resistência.

Isto é,

1. Para dois resistores em paralelo, a maior corrente passará através do resistor de menor resistência.
2. Uma corrente que entre em uma configuração de vários resistores em paralelo ficará dividida entre estes resistores na razão inversa do valor de suas resistências. Este efeito é ilustrado na Fig. 6.38.

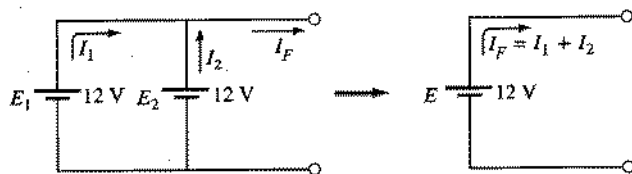


Fig. 6.39 Fontes de tensão em paralelo.

te maior (e portanto de uma potência mais alta) a partir da fonte composta. A corrente fornecida pela combinação de fontes ilustrada na Fig. 6.39 é $I_F = I_1 + I_2$ (com as ddps entre os terminais de cada fonte idênticas). A potência total é o dobro da que seria obtida a partir de uma única fonte.

Se duas baterias com forças eletromotrizes diferentes forem ligadas em paralelo, acabarão ambas descarregadas ou seriamente danificadas, pois a tendência da bateria de fem mais elevada é cair rapidamente até igualar-se à da fonte de tensão mais baixa. Considere, por exemplo, duas baterias de chumbo-ácido, com diferentes valores de fem, conectadas em paralelo, como ilustra a Fig. 6.40.

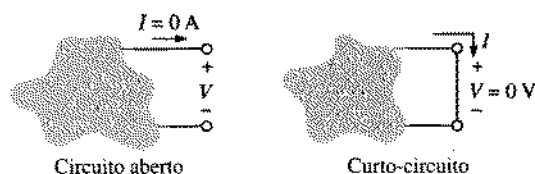


Fig. 6.41 Duas configurações especiais para circuitos.

Na Fig. 6.42, o circuito está aberto entre os terminais a e b . Como vemos na figura, a tensão entre estes terminais é aquela fornecida pela bateria, enquanto a corrente é nula devido à ausência de um caminho fechado para o deslocamento das cargas.

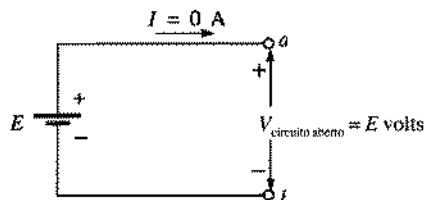


Fig. 6.42 Características de um circuito aberto.

Um *curto-circuito*, por outro lado, acontece quando conectamos os dois terminais de um sistema com um elemento de resistência muito baixa, como ilustra a Fig. 6.41(b). A corrente através de um curto-circuito pode ter qualquer valor, dependendo da capacidade do sistema que está ligado ao curto; por outro lado, a ddp entre os terminais de um curto-circuito é praticamente zero, pois, como a resistência é desprezível, obtemos $V = IR \approx I(0 \Omega) = 0 \text{ V}$.

Assim, em resumo,

a corrente que percorre um curto-circuito tem seu valor determinado pelo sistema a que o curto está conectado, mas a diferença de potencial entre seus terminais é sempre nula.

Na Fig. 6.43(a), a corrente através do resistor de 2Ω é 5 A . Se colocarmos um curto em paralelo com este resistor, a resistência total da configuração será $2 \Omega \parallel 0 \Omega = (2 \Omega)(0 \Omega) / (2 \Omega + 0 \Omega) = 0 \Omega$, e a corrente tenderá a assumir valores muito elevados, como podemos deduzir a partir da lei de Ohm:

$$I = \frac{E}{R} = \frac{10 \text{ V}}{0 \Omega} \rightarrow \infty \text{ A}$$

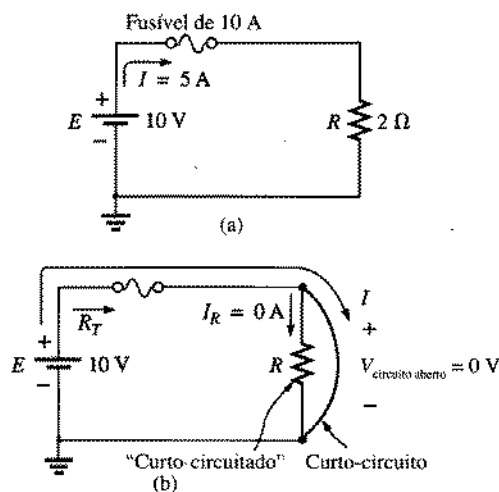


Fig. 6.43 Efeito de um curto-circuito sobre os valores da corrente.

O resistor de 2Ω foi “curto-circuitado” pela ligação em paralelo de uma resistência muito baixa. Neste caso, o valor da corrente é limitado apenas pelo disjuntor ou pelo fusível que está em série com a bateria.

As expressões *curto-circuito* e *circuito aberto* estão, para o leigo, em geral associadas a situações desagradáveis tais como falta de energia e incêndios. Na análise de circuitos, no entanto, estas duas configurações podem desempenhar um papel importante na determinação de certos parâmetros de um sistema. Na prática, quando queremos estabelecer um curto-circuito, ligamos um cabo de resistência desprezível — um *jumper* — aos pontos entre os quais desejamos estabelecer o curto.

Para estabelecer um circuito aberto, basta isolar um do outro os dois pontos em que estamos interessados.

EXEMPLO 6.21 Determine a tensão V_{ab} no circuito da Fig. 6.44.

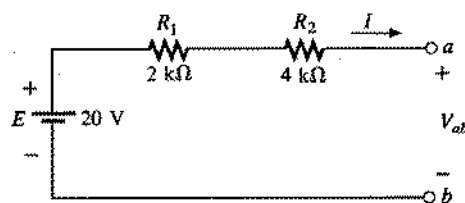


Fig. 6.44 Exemplo 6.21.

Solução: Como o circuito está aberto, a corrente I deve ser nula. Logo, a queda de tensão entre os terminais de ambos os resistores também é nula, pois $V = IR = (0)R = 0 \text{ V}$. Aplicando a LKC a este circuito,

$$V_{ab} = E = 20 \text{ V}$$

EXEMPLO 6.22 Determine, para o circuito da Fig. 6.45, as tensões V_{ab} e V_{cd} .

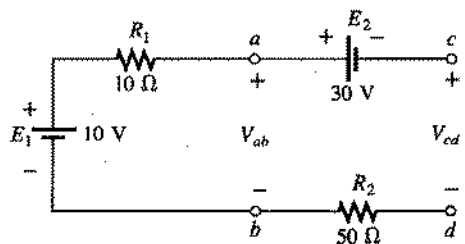


Fig. 6.45 Exemplo 6.22.

Solução: Como o circuito está aberto, a corrente que o percorre é zero, sendo assim nula a ddp entre os terminais dos resistores. Neste caso podemos substituir ambos os resistores por curtos-circuitos, como ilustra a Fig. 6.46. Vemos então que V_{ab} é idêntica à fem da bateria E_1 , ou seja,

$$V_{ab} = E_1 = 10 \text{ V}$$

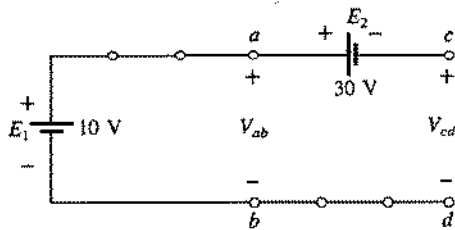


Fig. 6.46 Configuração equivalente à da Fig. 6.45.

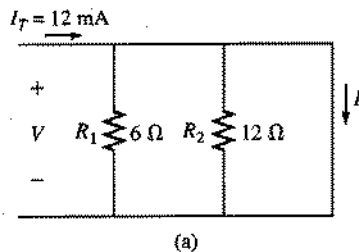
Para obter V_{cd} é necessário utilizar a lei de Kirchhoff para a tensão.

$$+E_1 - E_2 - V_{cd} = 0$$

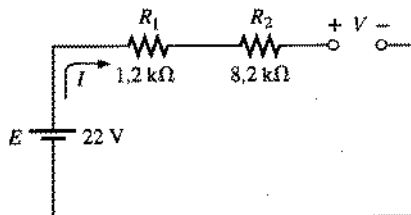
ou $V_{cd} = E_1 - E_2 = 10 \text{ V} - 30 \text{ V} = -20 \text{ V}$

O sinal negativo significa que V_{cd} tem polaridade oposta à da Fig. 6.45.

EXEMPLO 6.23 Determine, para cada um dos circuitos da Fig. 6.47, as tensões e as correntes desconhecidas.



(a)

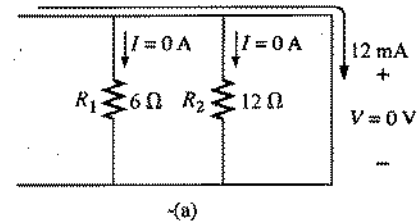


(b)

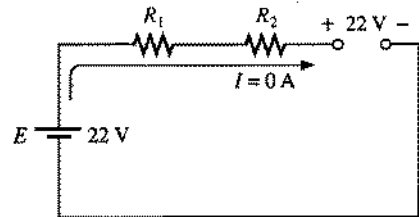
Fig. 6.47 Exemplo 6.23.

Soluções: No caso do circuito da Fig. 6.47(a), como a corrente sempre procura o caminho de menor resistência, toda a corrente I_T passará através do curto-circuito à direita. Esta conclusão pode ser formalmente testada utilizando-se a Eq. (6.9). A ddp entre os terminais de todos os ramos é idêntica àquela entre os terminais do curto, ou seja, zero. Este resultado aparece na Fig. 6.48(a).

No caso da Fig. 6.47(b), o circuito aberto faz com que a corrente seja nula. Logo, a ddp entre os terminais dos resistores deve ser zero volt, como é óbvio a partir de $V_R = IR$; neste caso, os resistores são simplesmente parte da conexão entre a fonte e o circuito aberto. Deste modo a tensão nos terminais do circuito aberto deve ser $E = 22 \text{ V}$, como ilustra a Fig. 6.48(b).



(a)



(b)

Fig. 6.48 Soluções para o Exemplo 6.23.

EXEMPLO 6.24 Calcule a corrente I e a tensão V no circuito da Fig. 6.49.

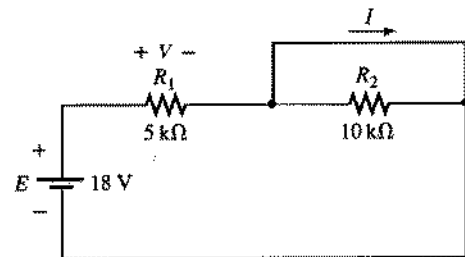


Fig. 6.49 Exemplo 6.24.

Solução: Ao colocarmos o curto circuito em paralelo (*jumper*) com o resistor de $10 \text{ k}\Omega$, criamos um circuito equivalente ao da Fig. 6.50. Utilizando a definição de resistência,

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{18 \text{ V}}{5 \text{ k}\Omega} = 3,6 \text{ mA}$$

$$V = E = 18 \text{ V}$$

e

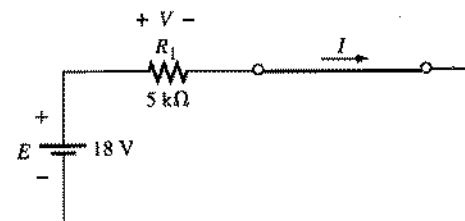


Fig. 6.50 Configuração equivalente à da Fig. 6.49.

EXEMPLO 6.25 Determine V e I no circuito da Fig. 6.51 se o resistor R_2 for substituído por um curto.

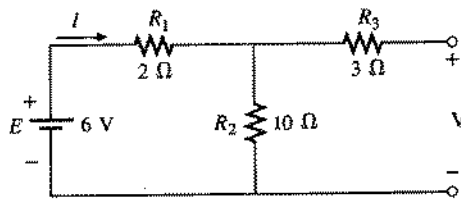
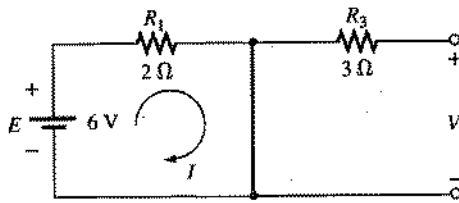


Fig. 6.51 Exemplo 6.25.

Solução: O circuito com R_2 “curto-circuitado” é visto na Fig. 6.52. Como a corrente sempre procura o caminho de menor resistência, não existe escoamento de carga através do resistor de $3\ \Omega$. Deste modo também não há queda de tensão entre os terminais deste resistor, e a tensão V é a mesma que existe entre os terminais do curto, ou seja,

$$V = 0\text{ V}$$

além disso,

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{6\text{ V}}{2\ \Omega} = 3\text{ A}$$
Fig. 6.52 Circuito da Fig. 6.51 com R_2 substituído por um curto.

6.9 EFEITO DA LIGAÇÃO DE UM VOLTÍMETRO

Observamos, nos Caps. 2 e 5, que os voltímetros são sempre ligados entre os terminais de um elemento para medir a diferença de potencial. Sabemos agora que esta ligação equivale a colocar o voltímetro em paralelo com o elemento. A colocação de um instrumento de medida em paralelo com um resistor resulta sempre em uma combinação em paralelo de dois resistores, como ilustra a Fig. 6.53. Como a resistência de uma configuração em paralelo é sempre inferior à da menor resistência da configuração, a resistência interna de um voltímetro deve ser a mais alta possível (no caso ideal, infinita). Na Fig. 6.53 ilustramos a utilização de um MMD cuja resistência interna é $11\text{ M}\Omega$ para medir

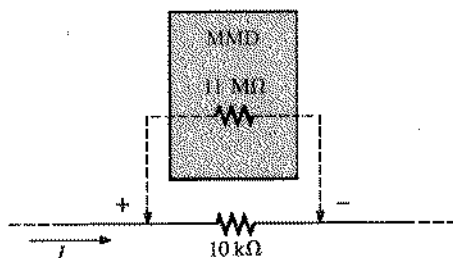


Fig. 6.53 Ligação de um voltímetro.

a ddp entre os terminais de um resistor de $10\text{ k}\Omega$. A resistência total desta combinação é

$$R_T = 10\text{ k}\Omega \parallel 11\text{ M}\Omega = \frac{(10^4\ \Omega)(11 \times 10^6\ \Omega)}{10^4\ \Omega + (11 \times 10^6\ \Omega)} = 9,99\text{ k}\Omega$$

e vemos assim que o circuito permanece praticamente inalterado. Se tivéssemos utilizado, no entanto, um multímetro analógico com uma resistência interna de $50\text{ k}\Omega$ na escala de $2,5\text{ V}$, a resistência da associação em paralelo seria

$$R_T = 10\text{ k}\Omega \parallel 50\text{ k}\Omega = \frac{(10^4\ \Omega)(50 \times 10^3\ \Omega)}{10^4\ \Omega + (50 \times 10^3\ \Omega)} = 8,33\text{ k}\Omega$$

o que causaria uma alteração considerável no comportamento do circuito, pois o resistor de $10\text{ k}\Omega$ pareceria agora ser de apenas $8,33\text{ k}\Omega$ no que se refere à sua interação com o restante do circuito.

A conexão de aparelhos de medida a circuitos elétricos deve ser feita sempre com muito cuidado, principalmente em trabalhos de pesquisa, nos quais a precisão é essencial. Devemos sempre comparar o valor da resistência interna do medidor com os de todos os elementos resistivos de um circuito antes de efetuar qualquer medida. Na maioria dos casos um fator de 10 (para mais, no caso dos voltímetros, e para menos, no caso dos amperímetros) permite obter resultados com precisão satisfatória.

A maioria dos multímetros digitais possui resistências internas maiores do que $10\text{ M}\Omega$, não importando a escala escolhida. Já a resistência interna de um multímetro analógico depende da escala. Para determinar a resistência interna para cada escala de um medidor analógico, multiplique o valor máximo da escala pela razão ohm/volts (Ω/V) do medidor que normalmente está impressa na parte inferior no mostrador.

Para uma razão ohm/volts igual a 20.000 , que é típica, a resistência interna do medidor na escala de $2,5\text{ V}$ seria

$$(2,5\text{ V})(20.000\ \Omega/\text{V}) = 50\text{ k}\Omega$$

enquanto na escala de 100 V este valor passaria a ser

$$(100\text{ V})(20.000\ \Omega/\text{V}) = 2\text{ M}\Omega$$

e, para a escala de 250 V ,

$$(250\text{ V})(20.000\ \Omega/\text{V}) = 5\text{ M}\Omega$$

EXEMPLO 6.26 Para o circuito relativamente simples da Fig. 6.54:

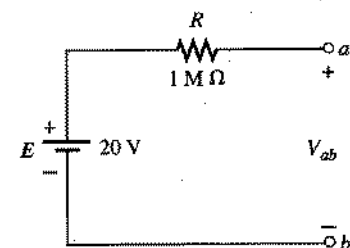


Fig. 6.54 Exemplo 6.26.

- Qual a tensão de circuito aberto V_{ab} ?
- Qual a leitura de um MMD para esta mesma tensão, se a sua resistência interna é $11\text{ M}\Omega$? Compare sua resposta com a do item (a).
- Repita o item (b) supondo agora que foi utilizado um multímetro analógico cuja razão Ω/V é 20.000, na escala de 100 V.

Soluções:

- $V_{ab} = 20\text{ V}$.
- O medidor fechará o circuito, como vemos na Fig. 6.55; utilizando a regra do divisor de tensão,

$$V_{ab} = \frac{11\text{ M}\Omega(20\text{ V})}{11\text{ M}\Omega + 1\text{ M}\Omega} = 18,33\text{ V}$$

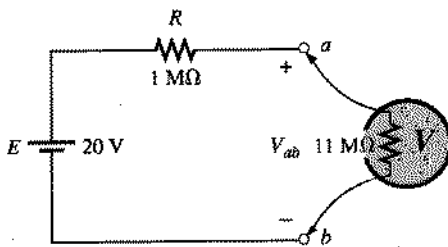


Fig. 6.55 Aplicação de um MMD ao circuito da Fig. 6.54.

- Para o medidor analógico, a resistência interna será

$$R_m = 100\text{ V}(20.000\ \Omega/\text{V}) = 2\text{ M}\Omega$$

e assim
$$V_{ab} = \frac{2\text{ M}\Omega(20\text{ V})}{2\text{ M}\Omega + 1\text{ M}\Omega} = 13,33\text{ V}$$

o que nos mostra a necessidade de ter o cuidado de levar em conta a resistência interna do medidor em certas circunstâncias.

6.10 TÉCNICAS PARA PESQUISAR DEFEITOS

A arte de *pesquisar defeitos* não está limitada, é óbvio, somente a sistemas elétricos ou eletrônicos. Em um sentido mais amplo,

pesquisar defeitos é um processo no qual utilizamos conhecimentos e experiência para localizar um problema e sugerir ou implementar uma solução.

Existem muitas razões pelas quais mesmo o mais simples dos circuitos pode não operar corretamente. Uma conexão pode estar aberta, os instrumentos de medida podem estar malcalibrados, a fonte de alimentação pode estar desligada ou ter sido ligada ao circuito de modo incorreto, um elemento pode não estar funcionando corretamente por causa de um dano anterior ou por ser de má qualidade, um fusível pode ter queimado, e assim por diante. Infelizmente, não existe uma sequência bem-definida de passos que nos permita identificar a enorme variedade de problemas que podem aparecer em um circuito elétrico. Somente a experiência, aliada a um sólido conhecimento das leis básicas, pode ajudar

uma pessoa a encontrar rapidamente a causa de um comportamento inadequado do sistema.

Parece óbvio, no entanto, que o primeiro passo para verificar um circuito ou localizar um problema é ter uma idéia das ordens de grandeza das tensões e das correntes que devem existir em todas as partes do circuito. No sistema da Fig. 6.56, por exemplo, a corrente deve ser da ordem de uns poucos miliamperes, com a maior parte da tensão da bateria entre os terminais do resistor de $8\text{ k}\Omega$. No entanto, na mesma figura, vemos que $V_{R_1} = V_{R_2} = 0\text{ V}$ e que $V_a = 20\text{ V}$. Como $V = IR$, deduzimos imediatamente que $I = 0\text{ A}$ e que existe uma ruptura em alguma parte do circuito. O fato de V_a ser igual a 20 V nos assegura que as ligações que vão da terra até *a* passando pela fonte estão em perfeito estado. Logo, o circuito aberto deve estar entre R_1 e R_2 ou então na conexão em R_2 com a terra. Obteríamos $I = 0\text{ A}$ e as leituras registradas na figura com uma interrupção localizada em qualquer uma destas regiões. Não esquecer que, embora tenhamos $I = 0\text{ A}$, R_1 constitui uma conexão entre a bateria e o ponto *a*. Isto é, se $I = 0$, $V_{R_1} = I_{R_2} = 0\text{ V}$, que é o resultado obtido no caso de um curto.

Se, no circuito da Fig. 6.56, tivéssemos $V_{R_1} \approx 20\text{ V}$ e V_{R_2} muito pequena ($\approx 0,08\text{ V}$, por exemplo), isto sugeriria que o circuito está completo, é percorrido por uma corrente, e que existe algum problema relacionado ao resistor R_2 . Este resistor não está em curto, pois neste caso teríamos $V_{R_2} = 0\text{ V}$, exatamente. Uma verificação cuidadosa de R_2 pode nos mostrar, por exemplo, que um resistor de $8\ \Omega$ foi utilizado na montagem, em vez de um de $8\text{ k}\Omega$ — houve uma leitura incorreta do código de cores. Esta observação nos lembra que é sempre aconselhável conferir o valor da resistência de um resistor, utilizando um medidor. Isto pode evitar as consequências de uma leitura equivocada do código de cores, e também do fato de o resistor poder estar danificado, com seu valor não estando mais na faixa especificada pelo fabricante.

Certamente haverá ocasiões em que você experimentará um sentimento de frustração. Todos os componentes foram cuidadosamente testados e todas as ligações parecem estar firmes e bem-feitas. A fonte está ligada, tendo sido selecionada a opção de voltagem correta; todos os medidores parecem estar funcionando corretamente. Nestas ocasiões, a experiência é fundamental. Você pode se lembrar, por exemplo, de que uma análise da ligação interna (que não é visível) de um resistor revelou anteriormente que esta ligação era do tipo fusível, ou ainda que este mesmo resistor foi sujeito a uma sobrecarga de corrente em uma ocasião anterior, o que pode tê-lo danificado. Verifique novamente a fonte! Embora a tensão de saída possa ter sido selecionada de modo correto, o botão de controle da corrente pode ter sido inadvertidamente deixado na posição de corrente mínima (que para algumas fontes corresponde a 0 A). A ligação à terra é está-

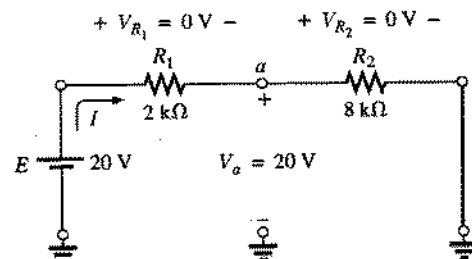


Fig. 6.56 Um circuito defeituoso.

vel? O número de questões possíveis parece não ter fim. Lembre-se, no entanto, de que juntamente com a experiência adquirimos a habilidade de localizar problemas com maior rapidez. É claro que quanto mais complicado o sistema maior a lista de possibilidades; freqüentemente, no entanto, é possível identificar uma região do sistema na qual acontece o comportamento indesejado, antes de efetuar o teste dos componentes individuais.

6.11 ANÁLISE COMPUTACIONAL

A análise computacional de circuitos de corrente contínua em paralelo é muito semelhante à dos circuitos em série (também de corrente contínua), realizada no capítulo anterior. Agora, no entanto, a diferença de potencial entre os terminais de qualquer elemento será a mesma, e a intensidade da corrente em cada uma dos ramos é determinada pela sua resistência. Além da análise convencional, faremos uma demonstração utilizando tanto o PSpice (DOS) quanto o PSpice (Windows).

PSpice (DOS)

Na Fig. 6.58 vemos o arquivo de entrada associado ao circuito em paralelo da Fig. 6.57. Observe novamente o uso da linha de controle .DC para especificar o arquivo de saída desejado. A linha .PRINT especifica que somente as correntes I_1 e I_2 devem aparecer no arquivo de saída, enquanto a linha .OPTIONS NOPAGE se destina novamente a minimizar o desperdício de espaço. Com os parâmetros de entrada que vemos na Fig. 6.58, os resultados confirmam os obtidos no Exemplo 6.11.

O segundo arquivo de entrada (Fig. 6.59) é diferente do anterior somente pelo fato de a tensão da bateria ter sido aumentada de 20 para 30 V, em passos de 1 V. Observe como o módulo da corrente aumenta com o aumento da tensão e também como os

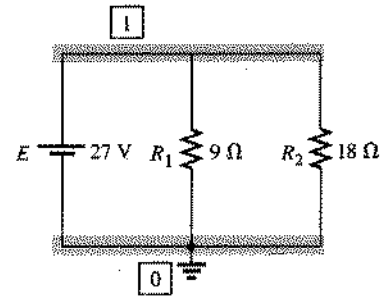


Fig. 6.57 Circuito a ser analisado utilizando-se o PSpice (DOS).

resultados obtidos quando $E = 27 \text{ V} = 2,700\text{E} + 01$ coincidem com os obtidos no caso da Fig. 6.58.

PSpice (Windows)

Vamos agora analisar um circuito em paralelo em que os valores das resistências se distribuem em uma ampla faixa de valores. No Cap. 5 descrevemos a “chamada” e a distribuição de todos os elementos do circuito incluindo **IPROBE**. Os valores das resistências no esquema da Fig. 6.60 vão desde 22Ω até $1,2 \text{ M}\Omega$. Observe em particular o modo como **IPROBE** foi colocado em cada ramo para assegurar a obtenção de um valor positivo para todas as correntes do circuito. A análise é iniciada, acompanhando o traçado do circuito, com **Analysis-Simulate**, e os resultados aparecem como vemos na Fig. 6.60. A localização dos resultados pode não ser exatamente a que vemos na figura, mas eles estarão bem próximos do símbolo **IPROBE**, e são ainda acessíveis simplesmente colocando o cursor do mouse sobre o valor desejado e pressionando o botão esquerdo (“clitando”). A aparência ordenada da Fig. 6.60 é o resultado de vários deslocamentos para “arrumar” os resultados. Observe como as soluções em

Chapter 6 - Two Parallel Resistors

**** CIRCUIT DESCRIPTION

```
VE 1 0 27V
R1 1 0 9
R2 1 0 18
.DC VE 27 27 1
.PRINT DC I(R1) I(R2)
.OPTIONS NOPAGE
.END
```

**** DC TRANSFER CURVES

TEMPERATURE = 27.000 DEG C

VE	I(R1)	I(R2)
2.700E+01	3.000E+00	1.500E+00

Fig. 6.58 Arquivos de entrada e de saída para o circuito da Fig. 6.57.

Chapter 6 - Two Parallel Resistors

**** CIRCUIT DESCRIPTION

```

VE 1 0 27V
R1 1 0 9
R2 1 0 18
.DC VE 20 30 1
.PRINT DC I(R1) I(R2)
.OPTIONS NOPAGE
.END
    
```

**** DC TRANSFER CURVES

TEMPERATURE = 27.000 DEG C

VE	I(R1)	I(R2)
2.000E+01	2.222E+00	1.111E+00
2.100E+01	2.333E+00	1.167E+00
2.200E+01	2.444E+00	1.222E+00
2.300E+01	2.556E+00	1.278E+00
2.400E+01	2.667E+00	1.333E+00
2.500E+01	2.778E+00	1.389E+00
2.600E+01	2.889E+00	1.444E+00
2.700E+01	3.000E+00	1.500E+00
2.800E+01	3.111E+00	1.556E+00
2.900E+01	3.222E+00	1.611E+00
3.000E+01	3.333E+00	1.667E+00

Fig. 6.59 Arquivos de entrada e de saída para o circuito da Fig. 6.57, com E variando de 20 a 30 V.

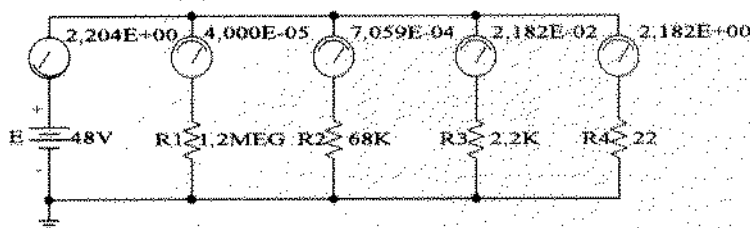


Fig. 6.60 Aplicação do PSpice (Windows) a um circuito em paralelo com uma grande faixa de variação para os valores das resistências.

notação de ponto flutuante podem acomodar números desde de 20 μA até 2,182 A. Além disso, note a rapidez com que a corrente aumenta quando a resistência diminui. A faixa de valores das resistências sugere, simplesmente por observação do circui-

to, que a resistência total terá um valor muito próximo ao da menor resistência (22 Ω). Como a corrente fornecida pela fonte é 2,204 A, a resistência equivalente será $R_T = E/I_T = 48 \text{ V}/2,204 \text{ A} = 21,78 \Omega$, o que confirma a análise acima.

PROBLEMAS

SEÇÃO 6.2 Elementos em Paralelo

- Para cada uma das configurações da Fig. 6.61, determine quais dos elementos estão em série e quais estão em paralelo.
- Para o circuito da Fig. 6.62:
 - Quais os elementos em paralelo?
 - Quais os elementos em série?
 - Quais os ramos em paralelo?

SEÇÃO 6.3 Condutância e Resistência Totais

- Ache a condutância e a resistência totais para os circuitos da Fig. 6.63.
- Na Fig. 6.64 especificamos os valores das condutâncias totais dos circuitos. Encontre as resistências desconhecidas.
- Na Fig. 6.65 fornecemos a resistência total de cada circuito. Calcule os valores da resistência desconhecida.
- Calcule as resistências desconhecidas na Fig. 6.66, sabendo que $R_2 = 5R_1$ e $R_3 = R_1(1/2)$.
- Determine o valor de R_1 no circuito da Fig. 6.67.

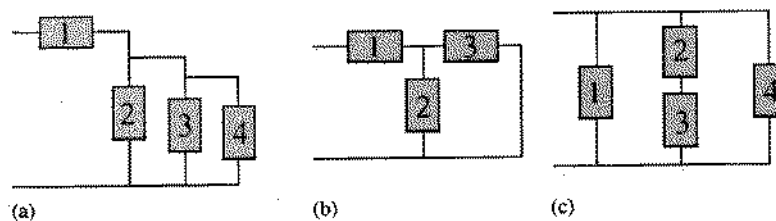


Fig. 6.61 Problema 1.

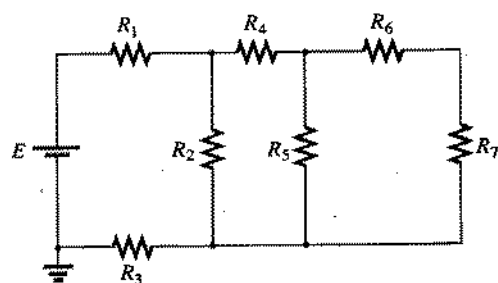


Fig. 6.62 Problema 2.

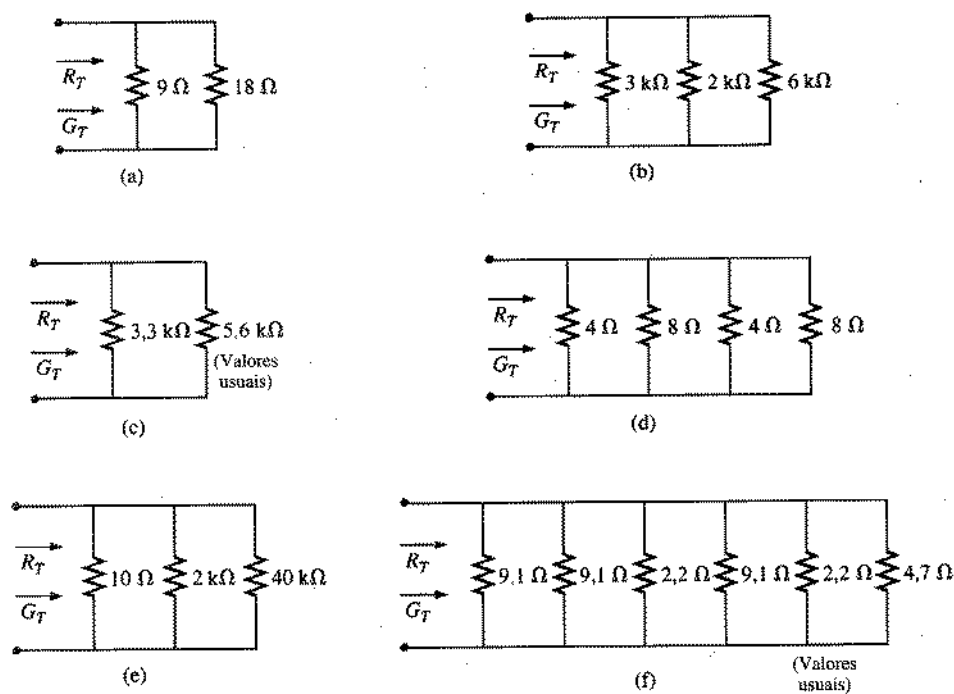


Fig. 6.63 Problema 3.

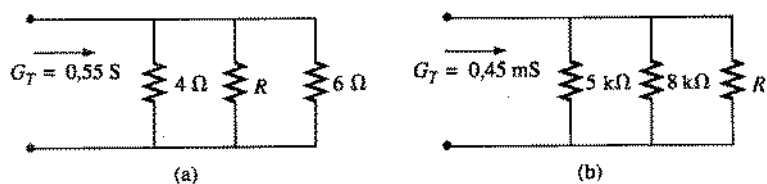


Fig. 6.64 Problema 4.

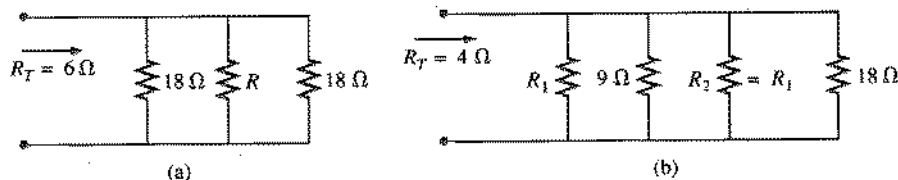


Fig. 6.65 Problema 5.

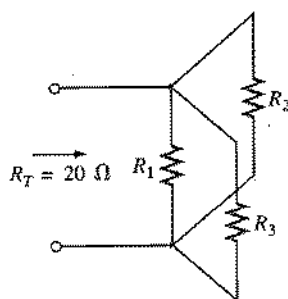


Fig. 6.66 Problema 6.

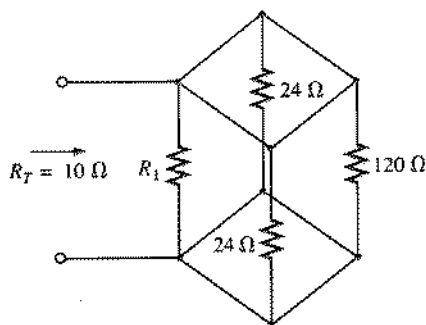


Fig. 6.67 Problema 7.

SEÇÃO 6.4 Circuitos em Paralelo

8. No circuito da Fig. 6.68:
 - a. Calcule a condutância e a resistência totais.
 - b. Determine I_F e a corrente em cada um dos ramos em paralelo.
 - c. Verifique que a soma das correntes nos ramos é igual à corrente entregue pela fonte.
 - d. Calcule a potência dissipada em cada resistor e verifique se a potência entregue pela fonte é igual à potência dissipada total.
 - e. Se você dispõe de resistores de 0,5 W, 1 W, 2 W e 50 W, que valor mínimo escolheria para cada resistor?

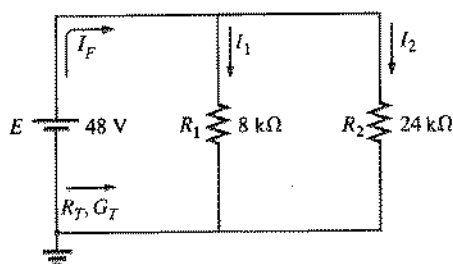


Fig. 6.68 Problema 8.

9. Repita o Problema 8 para o caso do circuito da Fig. 6.69.

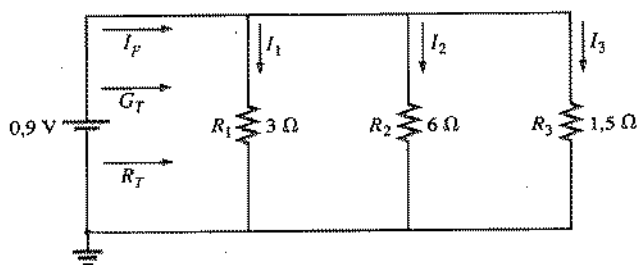


Fig. 6.69 Problemas 9 e 37.

10. Repita o Problema 8 para o circuito da Fig. 6.70, que foi construído utilizando valores usuais para as resistências.

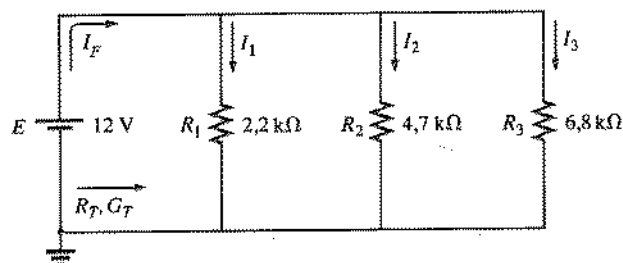


Fig. 6.70 Problema 10.

11. Um circuito de lâmpadas para árvore de Natal consiste em oito lâmpadas em paralelo, como vemos na Fig. 6.71.

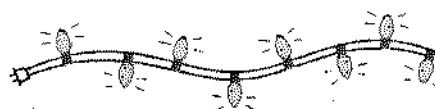


Fig. 6.71 Problema 11.

- a. Se o circuito for ligado a uma fonte de 120 V e a resistência de cada lâmpada for 1,8 kΩ, qual a corrente que percorre cada lâmpada?
- b. Determine a resistência total do circuito.
- c. Calcule a potência entregue a cada lâmpada.
- d. Se uma das lâmpadas queimar, qual será o efeito sobre as outras lâmpadas?
- e. Compare a configuração em paralelo da Fig. 6.71 com a configuração em série da Fig. 5.82. Quais as vantagens e desvantagens relativas da ligação em paralelo quando comparada com a ligação em série?

12. Na Fig. 6.72 vemos um trecho de um circuito residencial.

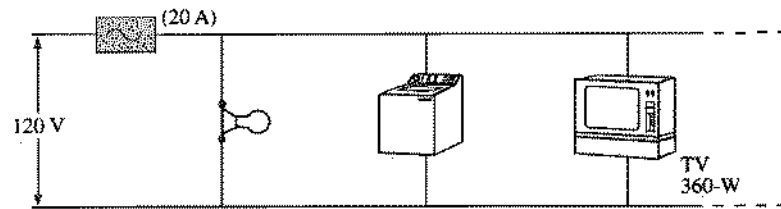


Fig. 6.72 Problemas 12 e 39.

- Qual a corrente em cada um dos ramos em paralelo?
 - Qual a corrente total solicitada a partir da fonte? O disjuntor de 20 A abrirá?
 - Qual a resistência equivalente do sistema?
 - Determine a potência entregue pela fonte e compare-a com a potência total consumida pelas cargas.
13. Determine as correntes I_1 e I_F nos circuitos da Fig. 6.73.

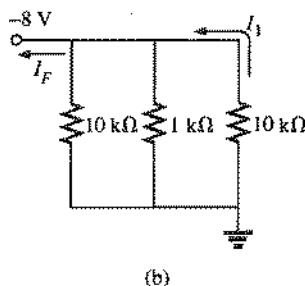
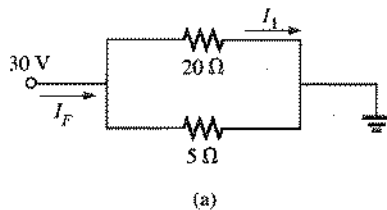


Fig. 6.73 Problema 13.

14. Determine o valor de R_1 no circuito da Fig. 6.74.

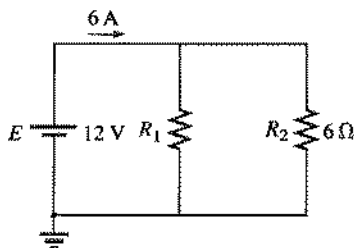


Fig. 6.74 Problema 14.

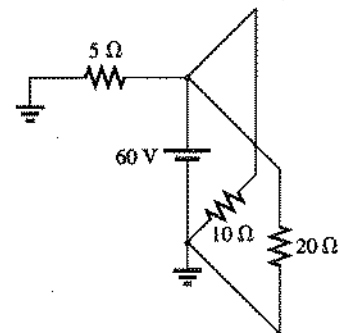


Fig. 6.75 Problemas 15 e 38.

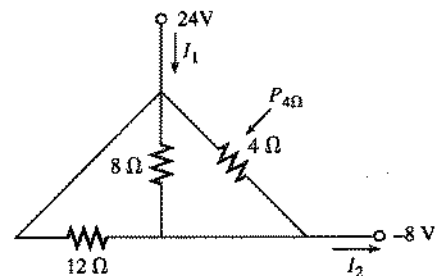


Fig. 6.76 Problema 16.

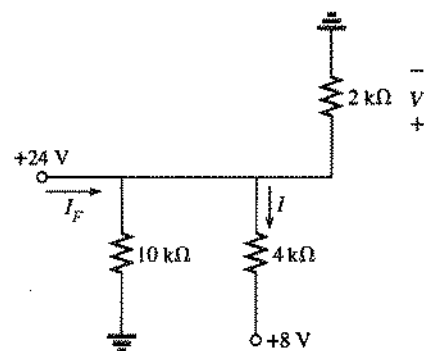


Fig. 6.77 Problema 17.

- Determine a potência entregue pela fonte de corrente contínua na Fig. 6.75.
- No circuito da Fig. 6.76:
 - Calcule I_1 .
 - Calcule a potência dissipada no resistor de 4Ω .
 - Calcule I_2 .
- Para o circuito da Fig. 6.77:
 - Calcule a corrente I .
 - Determine a voltagem V .
 - Calcule a corrente entregue pela fonte I_F .

SEÇÃO 6.5 Lei de Kirchhoff para a Corrente

- Calcule todas as correntes desconhecidas (módulo e sentido) nos circuitos da Fig. 6.78.
- Utilizando a LKC, calcule as correntes desconhecidas no circuito da Fig. 6.79.
- No circuito da Fig. 6.80, calcule as resistências R_1 e R_3 , a resistência equivalente R_T e a tensão da fonte E .
- Calcule as quantidades desconhecidas nos circuitos da Fig. 6.81.

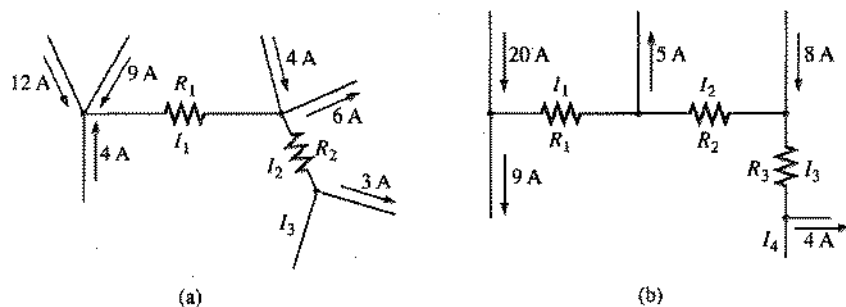


Fig. 6.78 Problemas 18 e 40.

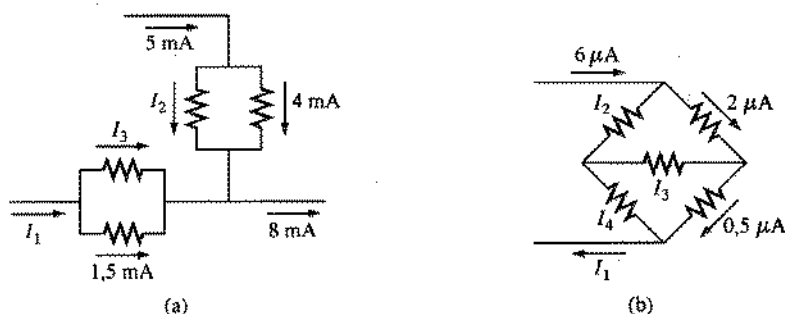


Fig. 6.79 Problema 19.

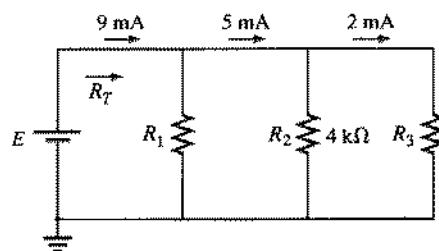


Fig. 6.80 Problema 20.

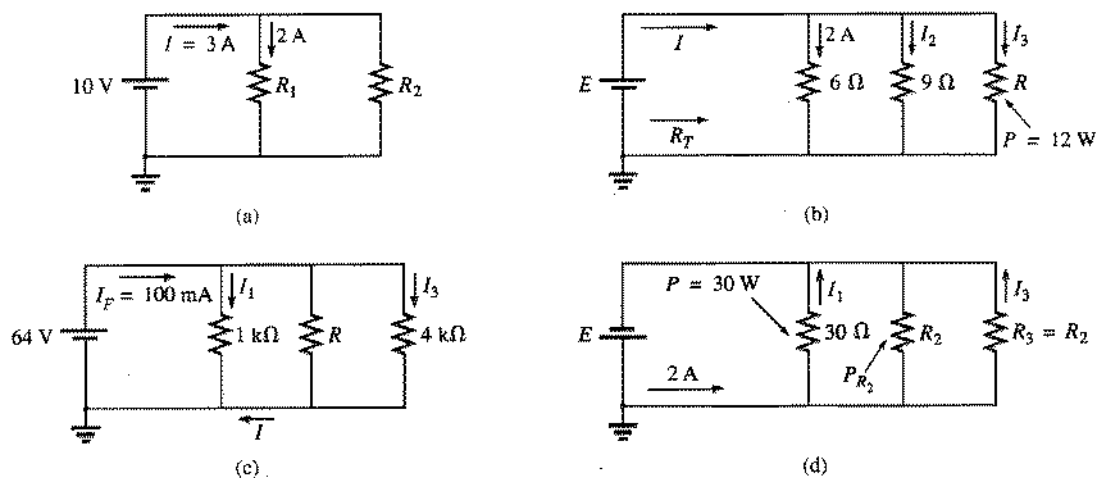


Fig. 6.81 Problema 21.

SEÇÃO 6.6 Regra do Divisor de Corrente

22. No circuito da Fig. 6.82, determine a corrente em cada ramo utilizando somente a razão entre os valores da resistência. Após isto, calcule a corrente total I_T .

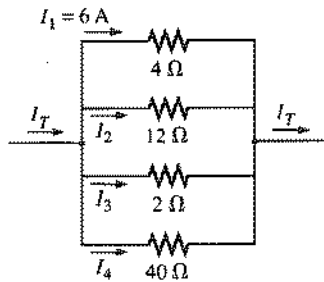


Fig. 6.82 Problema 22.

23. Utilizando a regra do divisor de corrente, calcule as correntes desconhecidas no circuito da Fig. 6.83.

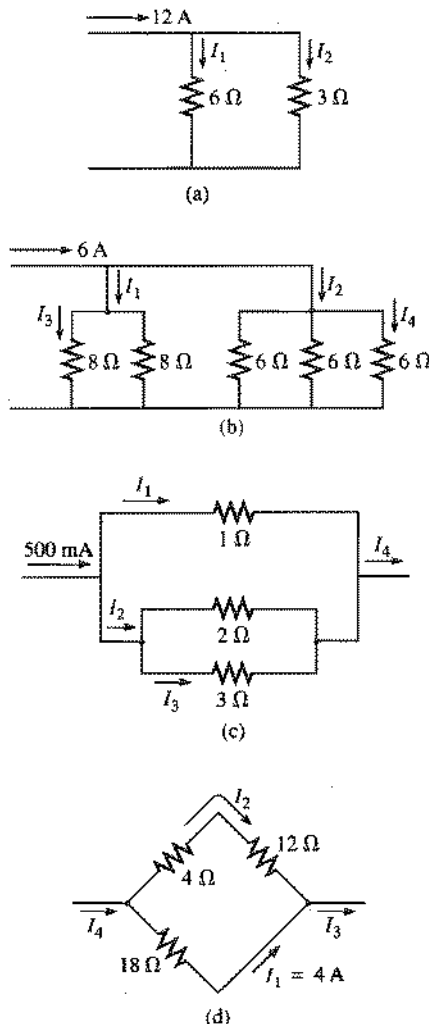


Fig. 6.83 Problema 23.

- *24. Os itens (a), (b) e (c) deste problema devem ser feitos mentalmente. O objetivo é obter uma solução sem efetuar uma longa série de cálculos. No circuito da Fig. 6.84:

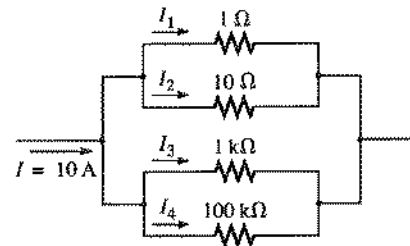


Fig. 6.84 Problema 24.

- Qual o valor aproximado de I_1 , levando em conta o valor das resistências?
 - Qual o valor das razões I_1/I_2 e I_3/I_4 ?
 - Qual o valor das razões I_2/I_3 e I_1/I_4 ?
 - Calcule I_1 e compare com o resultado do item (a).
 - Calcule I_4 e a razão I_1/I_4 . Compare com o resultado do item (c).
25. Calcule as quantidades desconhecidas nos circuitos da Fig. 6.85.

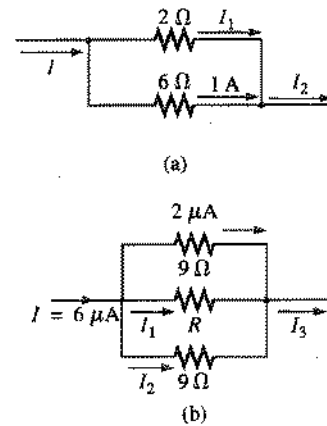


Fig. 8.85 Problema 25.

- *26. Calcule o valor da resistência R no circuito da Fig. 6.86, tal que $I_1 = 3I_2$.

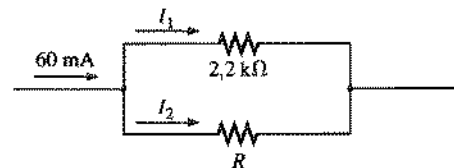


Fig. 6.86 Problema 26.

- *27. Calcule as quantidades desconhecidas na Fig. 6.87 sabendo que $I_2 = 4I_1$ e $I_3 = 3I_2$.

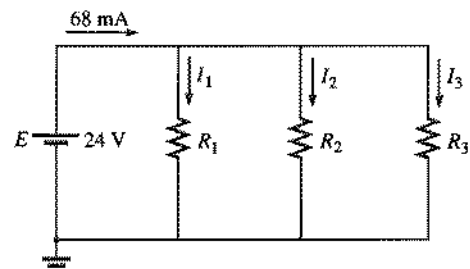


Fig. 6.87 Problema 27.

SEÇÃO 6.7 Fontes de Tensão em Paralelo

28. Supondo as fontes idênticas, determine I_1 e I_2 no circuito da Fig. 6.88.

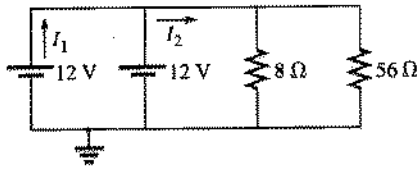


Fig. 6.88 Problema 28.

29. Determine I e R no circuito da Fig. 6.89, supondo as fontes idênticas.

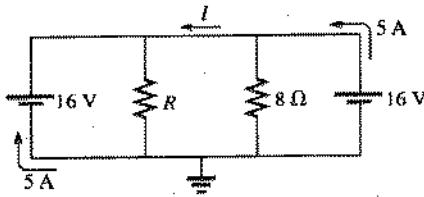


Fig. 8.89 Problema 29.

SEÇÃO 6.8 Circuitos Abertos e Curtos-Circuitos

30. No circuito da Fig. 6.90:
- Determine I_F e V_L .
 - Determine I_F se R_L for "curto-circuitado".
 - Determine V_L se R_L for substituído por um circuito aberto.

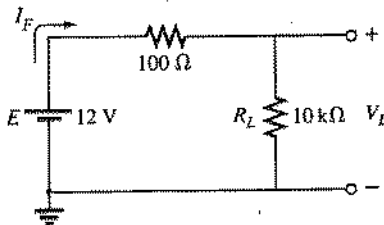


Fig. 6.90 Problema 30.

31. No circuito da Fig. 6.91:
- Qual a tensão no circuito aberto V_L ?
 - Se o resistor de $2,2\text{ k}\Omega$ é substituído por um curto, qual o novo valor de V_L ?
 - Se o circuito for aberto no resistor de $4,7\text{ k}\Omega$, qual o novo valor de V_L ?

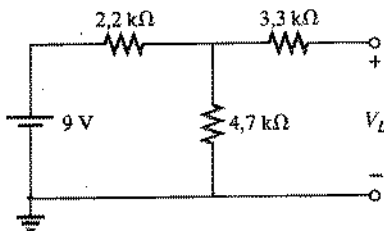


Fig. 6.91 Problema 31.

- *32. No circuito da Fig. 6.92, determine:
- As correntes de curto-circuito I_1 e I_2 .
 - As tensões V_1 e V_2 .
 - A corrente da fonte I_F .

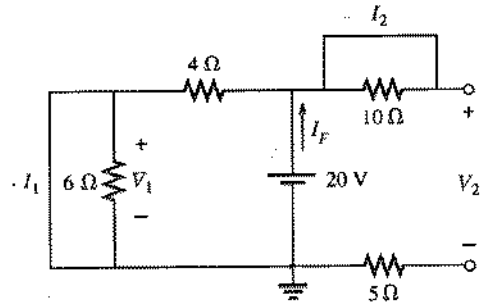


Fig. 6.92 Problema 32.

SEÇÃO 6.9 Efeito da Ligação de um Voltímetro

33. No circuito da Fig. 6.93:
- Determine V_2 .
 - Qual a leitura de um MMD de resistência interna $11\text{ M}\Omega$, se o utilizarmos para medir V_2 ?
 - Repita o item (b), supondo agora um medidor analógico na escala de 10 V , sendo a sua razão $\Omega/\text{V} = 20.000$. Compare o resultado com o do item (b). Qual a razão da diferença?
 - Repita o item (c) com $R_1 = 100\text{ k}\Omega$ e $R_2 = 200\text{ k}\Omega$.
 - Que conclusões, com base nos resultados acima, você obtém acerca do uso de um voltímetro?

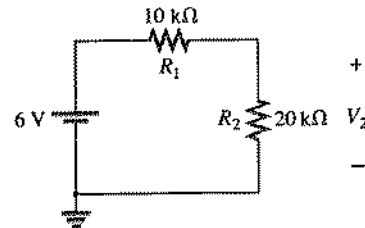


Fig. 6.93 Problemas 33 e 42.

SEÇÃO 6.10 Técnicas para Pesquisar Defeitos

34. Com base nos dados da Fig. 6.94, diga se o circuito está operando corretamente. Em caso negativo, tente descobrir por quê.

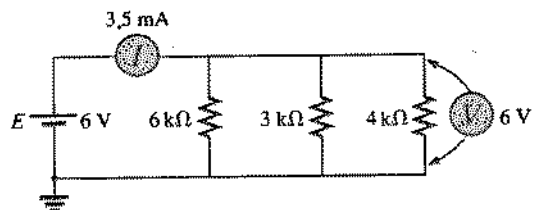


Fig. 6.94 Problema 34.

35. No circuito da Fig. 6.95, a leitura $V_a = 8,8\text{ V}$ está correta? Em caso negativo, qual dos componentes está conectado de modo incorreto?

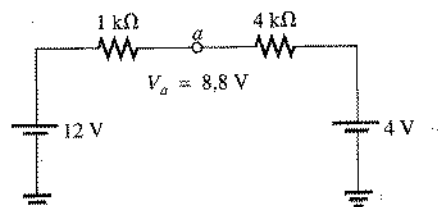


Fig. 6.95 Problema 35.

36. a. A tensão V_a no circuito da Fig. 6.96 é -1 V. Se ela passar subitamente para 20 V, o que pode ter acontecido ao circuito? Localize a área onde está o problema.
- b. Se V_a for 6 V em vez de -1 V, tente explicar o que está errado com o circuito.

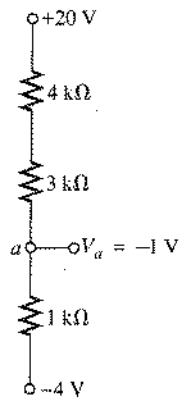


Fig. 6.96 Problema 36.

SEÇÃO 6.11 Análise Computacional

PSpice (DOS)

37. Escreva um arquivo de entrada para calcular a corrente através de cada resistor da Fig. 6.69.
38. Escreva um arquivo de entrada para calcular a corrente fornecida pela fonte e a corrente em cada resistor da Fig. 6.75.

PSpice (Windows)

39. Utilizando um esquema, calcule todas as correntes no circuito da Fig. 6.72.
40. Utilizando um esquema, calcule as quantidades desconhecidas na Fig. 6.78.

Linguagens de Programação (C++, BASIC, PASCAL etc.)

41. Escreva um programa que calcule a resistência e a condutância totais de qualquer número de elementos em paralelo.
42. Escreva um programa que faça uma tabela da tensão V_2 na Fig. 6.93, medida por um medidor analógico de resistência interna 200 kΩ, à medida que R_2 varia de 10 kΩ a 200 kΩ, em intervalos de 10 kΩ.

GLOSSÁRIO

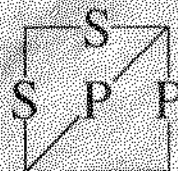
- Circuito aberto** Ausência de ligação direta entre dois pontos de um circuito.
- Curto-circuito** Ligação direta entre dois pontos, de resistência muito baixa, que pode alterar significativamente o comportamento de um elemento ou sistema.
- Circuito paralelo** Configuração em que os elementos têm dois pontos em comum.

Lei de Kirchhoff para a corrente A soma algébrica para as correntes que entram e saem de um nó é nula.

Nó Encontro de dois ou mais ramos.

Razão Ohm/volt Razão utilizada para determinar a sensibilidade à corrente e a resistência interna de um medidor.

Regra do divisor de corrente Método para obter as correntes que percorrem elementos em paralelo sem determinar primeiro a ddp entre seus terminais.



Circuitos em Série-Paralelo

7.1 CIRCUITOS EM SÉRIE-PARALELO

Uma compreensão clara dos princípios básicos associados à análise dos circuitos simples em série e em paralelo é em geral suficiente para solucionarmos problemas envolvendo circuitos em série-paralelo *com uma única fonte*. Circuitos com várias fontes serão estudados detalhadamente nos Caps. 8 e 9. Por definição,

circuitos em série-paralelo são aqueles que contêm componentes ligados em série e em paralelo.

Para ganharmos habilidade na análise dos circuitos em série-paralelo, devemos procurar adquirir a maior experiência possível, através da prática constante (este é, aliás, o único caminho). Com o tempo aprendemos a reconhecer o melhor procedimento para determinar o valor de uma grandeza desconhecida, ao nos lembrarmos de configurações semelhantes encontradas no passado e do sentimento de frustração causado por escolhas infelizes. Uma lista de algumas medidas simples pode dar uma idéia de como iniciar os primeiros exercícios. O valor de cada uma delas, no entanto, se tornará evidente apenas com a experiência.

Princípios Gerais

1. Reserve algum tempo para estudar o problema “como um todo”, construindo mentalmente um resumo do procedimento que pretende utilizar. Isto pode resultar em ganho de tempo e de energia.
2. Examine cada região do circuito separadamente antes de associá-las em combinações série-paralelo. Isto provavelmente permitirá simplificar o circuito e possivelmente revelará uma abordagem direta para a determinação dos valores de uma ou mais incógnitas. Este procedimento também costuma eliminar a maioria dos erros devidos à falta de uma abordagem sistemática.
3. Redesenhe o circuito várias vezes, em forma cada vez mais reduzida, mantendo intocadas apenas as quantidades desconhecidas. Além de tornar o circuito mais fácil de compreender, este método permite obter os circuitos reduzidos necessários à utilização do raciocínio inverso “a partir da fonte” (o exemplo da Fig. 7.1 tornará isto mais claro).
4. Depois de obter uma solução, verifique se ela é razoável, considerando os valores associados à fonte de energia e aos elementos do circuito. Caso a solução não pareça razoável, resolva o circuito utilizando outro método ou verifique cada etapa de sua solução cuidadosamente.



Método de Redução e Retorno

No caso de muitos circuitos em série-paralelo com uma única fonte, o método mais simples consiste em reduzir todo o circuito a um único componente equivalente ligado à fonte, determinar a corrente fornecida pela fonte e repetir o processo no sentido inverso até chegar ao valor da grandeza desconhecida. Na Fig. 7.1(a), por exemplo, desejamos obter V_4 . Como não existe uma ligação simples em série ou em paralelo entre R_4 e a bateria, os métodos introduzidos nos dois últimos capítulos não podem ser aplicados aqui. Devenos em primeiro lugar reconhecer combinações em série e em paralelo de modo a estabelecer o circuito reduzido da Fig. 7.1(b). Podemos então combinar os resistores em série de modo a obter o circuito mais simples possível, como vemos na Fig. 7.1(c). Utilizando a definição de resistência, podemos agora calcular a corrente fornecida pela fonte e iniciar o procedimento inverso, como vemos na Fig. 7.1(d). Com isto podemos determinar a ddp V_2 e redesenhar o circuito original do modo ilustrado na Fig. 7.1(e). Como V_2 é agora conhecida, a regra dos divisores de tensão pode ser utilizada para obtermos a tensão desejada V_4 . Como os circuitos das Figs. 7.1(a) e 7.1(e) são semelhantes, o mesmo acontecendo com os circuitos das Figs. 7.1(b) e 7.1(d), é comum utilizarmos os circuitos intermediários

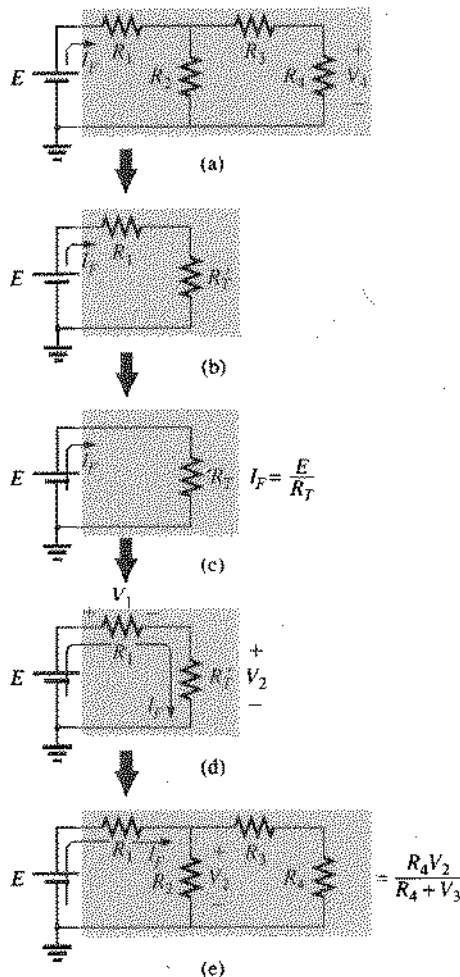


Fig. 7.1 Ilustrando o método de redução e retorno.

construídos durante a fase de redução para o retorno ao circuito original. Embora não tenhamos descrito todos os detalhes do método no exemplo acima, muitos problemas envolvendo circuitos em série-paralelo podem ser resolvidos utilizando o processo descrito acima — redução do circuito para possibilitar o cálculo de I_F , seguida do retorno ao circuito original para obtermos o valor da grandeza desejada. Este caminho não precisa ser seguido em todos os problemas; em alguns casos é possível obter soluções de um modo mais simples e direto. O método de redução e retorno, no entanto, permite lidar com um tipo de problema que aparecerá com grande frequência durante este curso.

Método do Diagrama de Blocos

Este método será muitas vezes utilizado para enfatizar o fato de que podemos ter configurações em série e em paralelo construídas com outros tipos de componentes além de resistores. O método também nos ajudará a perceber que muitos circuitos aparentemente diferentes possuem a mesma estrutura básica, podendo assim serem analisados com o uso de técnicas semelhantes.

Inicialmente, você terá alguma dificuldade para identificar os elementos e ramos em série e em paralelo e também para escolher o procedimento mais adequado para obter uma solução. Entretanto, à medida que for estudando os exemplos e resolvendo os problemas, perceberá que existe um padrão comum para a maioria das soluções que poderá tornar a análise desses sistemas uma experiência interessante e agradável.

Na Fig. 7.2, os blocos B e C estão em paralelo (têm os pontos b e c em comum) e a fonte de tensão E está em série com o bloco A (têm o ponto a em comum). A combinação em paralelo de B e

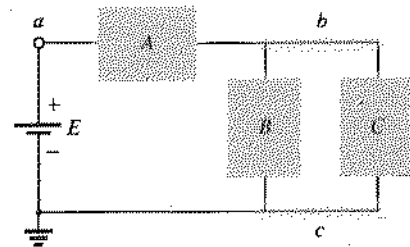


Fig. 7.2 Ilustrando o método do diagrama de blocos.

C está também em série com A e com a fonte de tensão E devido aos pontos comuns b e c, respectivamente.

Para que as análises a seguir fiquem mais claras, utilizaremos a seguinte notação para as combinações de elementos em série e em paralelo. No caso de resistores R_1 e R_2 em série, inseriremos uma vírgula entre seus índices, como na expressão seguinte:

$$R_{1,2} = R_1 + R_2$$

No caso de resistores R_1 e R_2 em paralelo, será inserido o símbolo de paralelismo entre seus índices, ou seja,

$$R_{1||2} = R_1 \parallel R_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$



EXEMPLO 7.1 Se cada bloco da Fig. 7.2 representasse um resistor, obteríamos um circuito como o da Fig. 7.3.

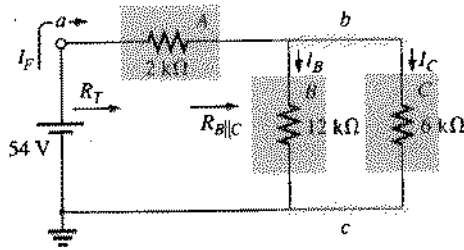


Fig. 7.3 Exemplo 7.1.

A combinação em paralelo R_B e R_C resulta em

$$R_{B\parallel C} = R_B \parallel R_C = \frac{(12 \text{ k}\Omega)(6 \text{ k}\Omega)}{12 \text{ k}\Omega + 6 \text{ k}\Omega} = 4 \text{ k}\Omega$$

A resistência equivalente $R_{B\parallel C}$ está em série com R_A e a resistência total que a fonte “enxerga” é

$$R_T = R_A + R_{B\parallel C} = 2 \text{ k}\Omega + 4 \text{ k}\Omega = 6 \text{ k}\Omega$$

Obtemos então, como ilustra a Fig. 7.4, um circuito equivalente que nos permite determinar a corrente fornecida pela fonte, I_r .

$$I_r = \frac{E}{R_T} = \frac{54 \text{ V}}{6 \text{ k}\Omega} = 9 \text{ mA}$$

Como a bateria e R_A estão em série,

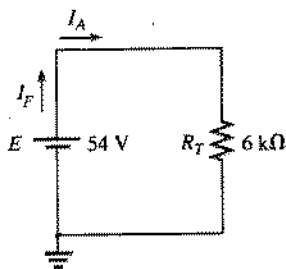


Fig. 7.4 Circuito reduzido equivalente ao da Fig. 7.3.

$$I_A = I_r = 9 \text{ mA}$$

Podemos agora, utilizando a regra dos divisores de corrente, determinar I_B e I_C com o auxílio do circuito equivalente da Fig. 7.5:

$$I_B = \frac{6 \text{ k}\Omega(I_r)}{6 \text{ k}\Omega + 12 \text{ k}\Omega} = \frac{6}{18} I_r = \frac{1}{3} (9 \text{ mA}) = 3 \text{ mA}$$

$$I_C = \frac{12 \text{ k}\Omega(I_r)}{12 \text{ k}\Omega + 6 \text{ k}\Omega} = \frac{12}{18} I_r = \frac{2}{3} (9 \text{ mA}) = 6 \text{ mA}$$

ou, aplicando a lei de Kirchhoff para correntes,

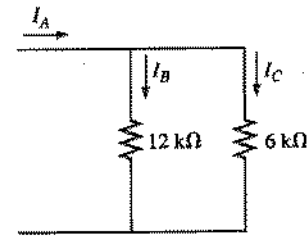


Fig. 7.5 Determinação de I_B e I_C no circuito da Fig. 7.3.

$$I_C = I_r - I_B = 9 \text{ mA} - 3 \text{ mA} = 6 \text{ mA}$$

Note que nesta solução trabalhamos primeiro “na direção da fonte” para obter a corrente total fornecida pela bateria. Para obter as incógnitas restantes, trabalhamos no sentido inverso, isto é, “na direção do circuito”.

EXEMPLO 7.2 Os blocos A, B e C na Fig. 7.2 poderiam também conter os elementos e as configurações ilustrados na Fig. 7.6. Fazendo a análise por regiões:

$$A: R_A = 4 \Omega$$

$$B: R_B = R_2 \parallel R_3 = R_{2\parallel 3} = \frac{R}{N} = \frac{4 \Omega}{2} = 2 \Omega$$

$$C: R_C = R_4 + R_5 = R_{4,5} = 0,5 \Omega + 1,5 \Omega = 2 \Omega$$

Os blocos B e C ainda estão em paralelo e

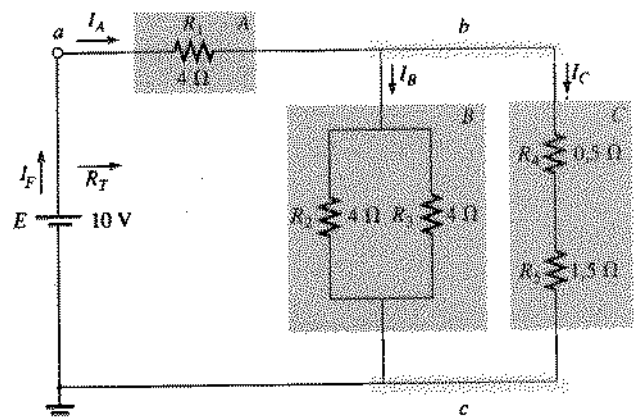


Fig. 7.6 Exemplo 7.2.

$$R_{B\parallel C} = \frac{R}{N} = \frac{2 \Omega}{2} = 1 \Omega$$

com

$$R_T = R_A + R_{B\parallel C} = 4 \Omega + 1 \Omega = 5 \Omega$$

(Observe a semelhança entre esta equação e a obtida no Exemplo 7.1.)

e

$$I_r = \frac{E}{R_T} = \frac{10 \text{ V}}{5 \Omega} = 2 \text{ A}$$



Para obter as correntes I_A , I_B e I_C podemos utilizar a forma reduzida do circuito da Fig. 7.6 ilustrada na Fig. 7.7. Observe que as correntes I_A , I_B e I_C nas Figs. 7.6 e 7.7 são as mesmas. Em outras palavras, I_A , I_B e I_C na Fig. 7.7 terão intensidades idênticas às correntes de mesmo nome da Fig. 7.6.

$$I_A = I_r = 2 \text{ A}$$

$$I_B = I_C = \frac{I_A}{2} = \frac{I_r}{2} = \frac{2 \text{ A}}{2} = 1 \text{ A}$$

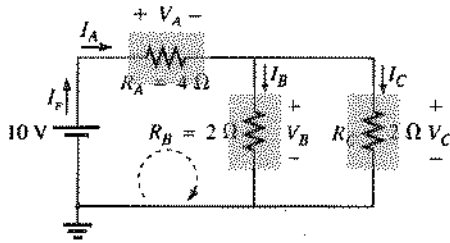


Fig. 7.7 Circuito reduzido equivalente ao da Fig. 7.6.

Retornando ao circuito da Fig. 7.6, temos

$$I_{R_2} = I_{R_3} = \frac{I_B}{2} = 0,5 \text{ A}$$

A partir de qualquer das duas figuras, podemos obter as tensões V_A , V_B e V_C :

$$V_A = I_A R_A = (2 \text{ A})(4 \Omega) = 8 \text{ V}$$

$$V_B = I_B R_B = (1 \text{ A})(2 \Omega) = 2 \text{ V}$$

$$V_C = V_B = 2 \text{ V}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada na Fig. 7.7, obtemos

$$\sum \odot V = E - V_A - V_B = 0$$

$$E = V_A + V_B = 8 \text{ V} + 2 \text{ V}$$

ou

$$10 \text{ V} = 10 \text{ V} \quad (\text{confere})$$

EXEMPLO 7.3 Na Fig. 7.8 temos outra variação possível da Fig. 7.2.

$$R_A = R_{1||2} = \frac{(9 \Omega)(6 \Omega)}{9 \Omega + 6 \Omega} = \frac{54 \Omega}{15} = 3,6 \Omega$$

$$R_B = R_3 + R_{4||5} = 4 \Omega + \frac{(6 \Omega)(3 \Omega)}{6 \Omega + 3 \Omega} = 4 \Omega + 2 \Omega = 6 \Omega$$

$$R_C = 3 \Omega$$

O circuito da Fig. 7.8 pode ser redesenhado em forma reduzida, como vemos na Fig. 7.9. Observe as semelhanças entre este circuito e os das Figs. 7.3 e 7.7.

$$R_T = R_A + R_{B||C} = 3,6 \Omega + \frac{(6 \Omega)(3 \Omega)}{6 \Omega + 3 \Omega}$$

$$= 3,6 \Omega + 2 \Omega = 5,6 \Omega$$

$$I_r = \frac{E}{R_T} = \frac{16,8 \text{ V}}{5,6 \Omega} = 3 \text{ A}$$

$$I_A = I_r = 3 \text{ A}$$

Aplicando a regra dos divisores de corrente, obtemos

$$I_B = \frac{R_C I_A}{R_C + R_B} = \frac{(3 \Omega)(3 \text{ A})}{3 \Omega + 6 \Omega} = \frac{9 \text{ A}}{9} = 1 \text{ A}$$

A lei de Kirchhoff para correntes fornece

$$I_C = I_A - I_B = 3 \text{ A} - 1 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

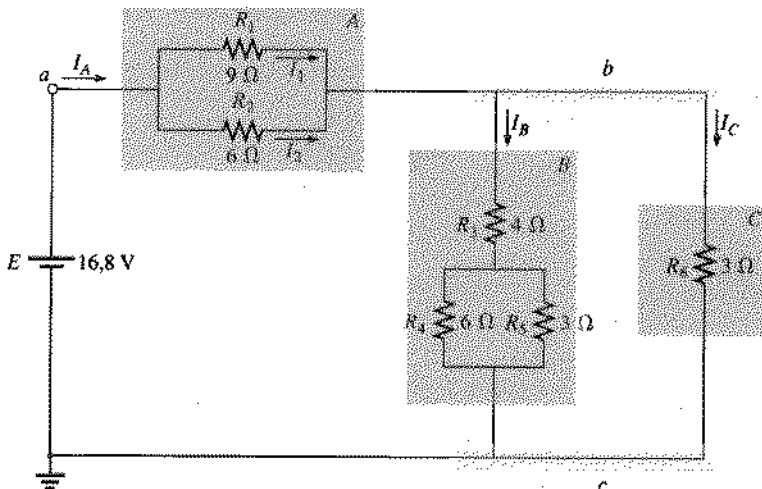


Fig. 7.8 Exemplo 7.3.

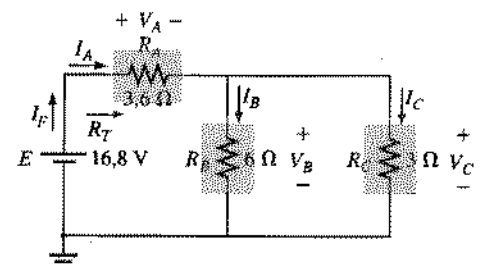


Fig. 7.9 Circuito reduzido equivalente ao da Fig. 7.8.



Utilizando a definição de resistência,

$$V_A = I_A R_A = (3 \text{ A})(3,6 \Omega) = 10,8 \text{ V}$$

$$V_B = I_B R_B = V_C = I_C R_C = (2 \text{ A})(3 \Omega) = 6 \text{ V}$$

Retornando ao circuito original (Fig. 7.8) e aplicando a regra dos divisores de corrente,

$$I_1 = \frac{R_2 I_A}{R_2 + R_1} = \frac{(6 \Omega)(3 \text{ A})}{6 \Omega + 9 \Omega} = \frac{18 \text{ A}}{15} = 1,2 \text{ A}$$

Utilizando outra vez a lei de Kirchhoff para correntes,

$$I_2 = I_A - I_1 = 3 \text{ A} - 1,2 \text{ A} = 1,8 \text{ A}$$

As Figs. 7.3, 7.6 e 7.8 ilustram apenas algumas da infinita variedade de configurações que o circuito pode assumir a partir da configuração básica que aparece na Fig. 7.2. Incluímos estes casos em nossa discussão para enfatizar a importância de considerar cada região do circuito de modo independente antes de obter a solução para o circuito como um todo.

Os blocos na Fig. 7.2 podem ser distribuídos de várias maneiras. Não há, de fato, limite para o número de configurações em série-paralelo que podem aparecer em um circuito. Por outro lado, o método do diagrama de blocos pode ser usado efetivamente para reduzir a complexidade aparente de um sistema ao identificar as grandes configurações em série e em paralelo do circuito. Os exemplos a seguir fornecem uma demonstração do método.

7.2 EXEMPLOS DESCRITIVOS

EXEMPLO 7.4 Calcule, para o circuito da Fig. 7.10, a corrente I_4 e a tensão V_2 .

Solução: Neste caso, desejamos conhecer somente algumas grandezas em particular, e não uma solução completa. Seria portanto perda de tempo calcular todas as correntes e tensões do

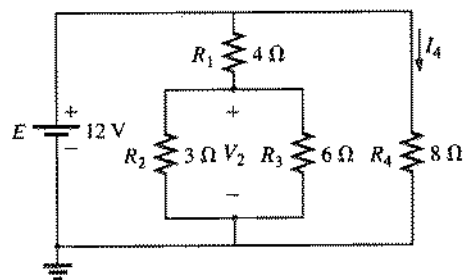


Fig. 7.10 Exemplo 7.4.

circuito. Devemos empregar um método que nos leve a obter somente o valor das incógnitas desejadas. Na Fig. 7.11, ilustramos o diagrama de blocos associado ao circuito, que indica claramente que os três ramos estão em paralelo e que a tensão entre os terminais de A e B é a tensão de saída da fonte. É agora óbvio que I_4 é dada pela razão entre a tensão da bateria e a resistência

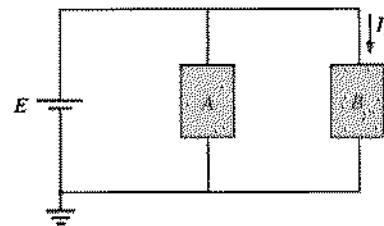


Fig. 7.11 Diagrama de blocos para o circuito da Fig. 7.10.

associada ao bloco B. O bloco A pode ser ainda subdividido, como ilustra a Fig. 7.12, de modo a identificar C e D como elementos em série, de modo que a tensão V_2 pode ser determinada com o auxílio da regra dos divisores de tensão, desde que as resistências associadas a C e a D sejam conhecidas. Temos aqui um exemplo de como um esboço mental do método pode ser feito antes de aplicar leis, regras etc., de modo a evitar frustrações e caminhos sem saída.

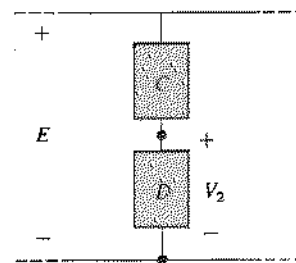


Fig. 7.12 Diagrama de blocos alternativo para o primeiro ramo em paralelo da Fig. 7.10.

Aplicando a definição de resistência

$$I_4 = \frac{E}{R_B} = \frac{E}{R_4} = \frac{12 \text{ V}}{8 \Omega} = 1,5 \text{ A}$$

A resistência equivalente para os resistores em paralelo R_2 e R_3 na Fig. 7.10 é

$$R_D = R_2 \parallel R_3 = 3 \Omega \parallel 6 \Omega = \frac{(3 \Omega)(6 \Omega)}{3 \Omega + 6 \Omega} = \frac{18 \Omega}{9} = 2 \Omega$$

Utilizando a regra dos divisores de tensão, obtemos

$$V_2 = \frac{R_D E}{R_D + R_C} = \frac{(2 \Omega)(12 \text{ V})}{2 \Omega + 4 \Omega} = \frac{24 \text{ V}}{6} = 4 \text{ V}$$

EXEMPLO 7.5 Para o circuito da Fig. 7.13, calcule as correntes e tensões indicadas.

Solução: Novamente é solicitado o valor de apenas algumas incógnitas específicas. É particularmente importante, ao redesenhar o circuito, observar quais as incógnitas que serão mantidas e quais as que terão que ser determinadas utilizando a

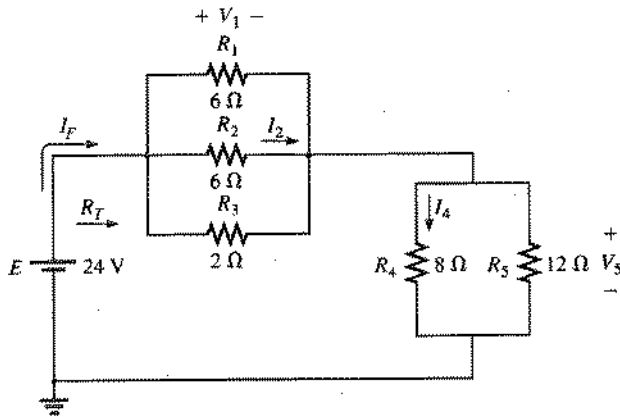


Fig. 7.13 Exemplo 7.5.

configuração original. O diagrama de blocos para este circuito pode ser o ilustrado na Fig. 7.14, que mostra claramente que A e B estão em série. Note bem o número de incógnitas que foram

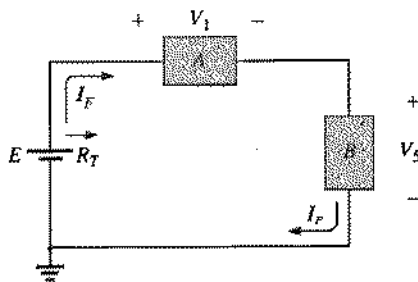


Fig. 7.14 Diagrama de blocos para o circuito da Fig. 7.13.

preservadas neste formato. A tensão entre os terminais dos três ramos em paralelo na Fig. 7.13 será V_1 , enquanto entre os terminais de R_4 e R_5 será V_5 . As correntes desconhecidas I_2 e I_4 são perdidas, pois são correntes que percorrem apenas um dos ramos de uma associação em paralelo. No entanto, uma vez que V_1 e V_5 sejam conhecidas, essas correntes podem ser obtidas utilizando a definição de resistência.

$$R_{1||2} = \frac{R}{N} = \frac{6\ \Omega}{2} = 3\ \Omega$$

$$R_A = R_{1||2||3} = \frac{(3\ \Omega)(2\ \Omega)}{3\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{6\ \Omega}{5} = 1,2\ \Omega$$

$$R_B = R_{4||5} = \frac{(8\ \Omega)(12\ \Omega)}{8\ \Omega + 12\ \Omega} = \frac{96\ \Omega}{20} = 4,8\ \Omega$$

Assim, a forma reduzida do circuito na Fig. 7.13 terá a aparência vista na Fig. 7.15 e

$$R_T = R_{1||2||3} + R_{4||5} = 1,2\ \Omega + 4,8\ \Omega = 6\ \Omega$$

$$I_F = \frac{E}{R_T} = \frac{24\ \text{V}}{6\ \Omega} = 4\ \text{A}$$

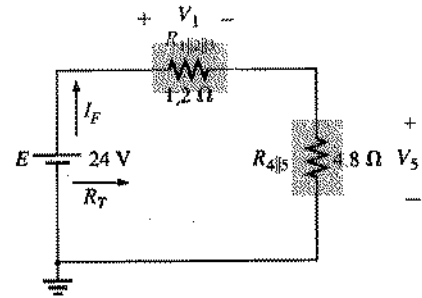


Fig. 7.15 Circuito da Fig. 7.13 em forma reduzida.

$$\begin{aligned} V_1 &= I_F R_{1||2||3} = (4\ \text{A})(1,2\ \Omega) = 4,8\ \text{V} \\ \text{logo } V_5 &= I_F R_{4||5} = (4\ \text{A})(4,8\ \Omega) = 19,2\ \text{V} \end{aligned}$$

Aplicando a definição de resistência,

$$I_4 = \frac{V_5}{R_4} = \frac{19,2\ \text{V}}{8\ \Omega} = 2,4\ \text{A}$$

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{V_1}{R_2} = \frac{4,8\ \text{V}}{6\ \Omega} = 0,8\ \text{A}$$

O exemplo a seguir demonstra que podemos ter tensões desconhecidas não apenas entre os terminais de um elemento mas também entre dois pontos quaisquer de um circuito. A importância de redesenhar o circuito de modo a fazê-lo adquirir um formato mais familiar é também explicitada nesta análise.

EXEMPLO 7.6

- Calcule as tensões V_1 , V_3 e V_{ab} no circuito da Fig. 7.16.
- Calcule a corrente fornecida pela fonte, I_F .

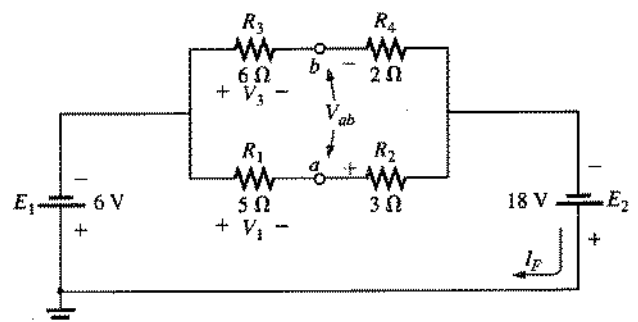


Fig. 7.16 Exemplo 7.6.

Soluções: Este é um exemplo de uma situação em que pode ser melhor redesenhar o circuito antes de realizar qualquer cálculo. Temos então o circuito equivalente na Fig. 7.17, onde levamos em conta que, ao combinarmos o efeito das duas fontes de tensão em uma fonte equivalente, não alteramos o valor das grandezas desconhecidas. Com isto obtivemos um circuito em paralelo onde a ddp entre os terminais de cada ramo é igual à tensão da fonte. A tensão da fonte resultante da combinação é dada, em módulo, pela diferença entre as tensões das fontes ori-



ginais; a polaridade da fonte equivalente é igual à da fonte original de maior tensão.

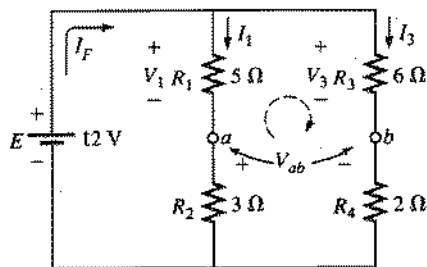


Fig. 7.17 Circuito da Fig. 7.16 redesenhado.

- a. Observe a semelhança com a Fig. 7.12, que nos permite utilizar a regra dos divisores de tensão para determinar V_1 e V_3 :

$$V_1 = \frac{R_1 E}{R_1 + R_2} = \frac{(5 \Omega)(12 \text{ V})}{5 \Omega + 3 \Omega} = \frac{60 \text{ V}}{8} = 7,5 \text{ V}$$

$$V_3 = \frac{R_3 E}{R_3 + R_4} = \frac{(6 \Omega)(12 \text{ V})}{6 \Omega + 2 \Omega} = \frac{72 \text{ V}}{8} = 9 \text{ V}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada na Fig. 7.17, seguindo o sentido indicado a partir de a , obtemos a tensão V_{ab} :

$$+V_1 - V_3 + V_{ab} = 0$$

e $V_{ab} = V_3 - V_1 = 9 \text{ V} - 7,5 \text{ V} = 1,5 \text{ V}$

- b. Pela definição de resistência,

$$I_1 = \frac{V_1}{R_1} = \frac{7,5 \text{ V}}{5 \Omega} = 1,5 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{V_3}{R_3} = \frac{9 \text{ V}}{6 \Omega} = 1,5 \text{ A}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes,

$$I_F = I_1 + I_3 = 1,5 \text{ A} + 1,5 \text{ A} = 3 \text{ A}$$

EXEMPLO 7.7 Determine, no circuito da Fig. 7.18, as tensões V_1 e V_2 e a corrente I .

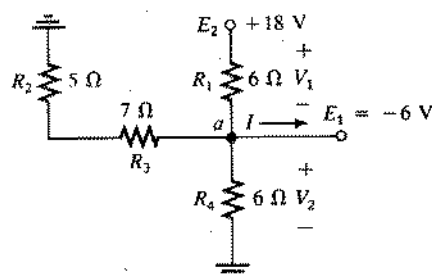


Fig. 7.18 Exemplo 7.7.

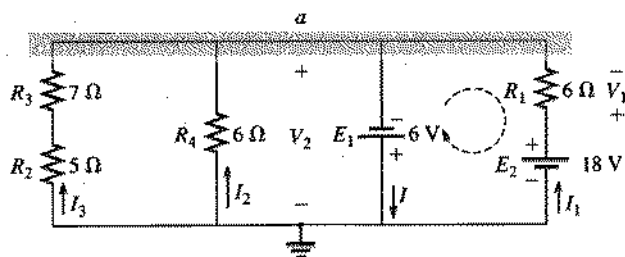


Fig. 7.19 Circuito da Fig. 7.18 redesenhado.

Solução: Seria realmente difícil analisar o circuito na forma em que aparece na Fig. 7.18, com a notação simbólica para as fontes e a ligação à terra no canto superior esquerdo do diagrama. Quando o circuito é redesenhado no formato ilustrado na Fig. 7.19, no entanto, as relações entre os ramos e o papel das incógnitas ficam consideravelmente mais claros. Observe a ligação comum à terra e o uso explícito de fontes de tensão.

É agora óbvio que

$$V_2 = -E_1 = -6 \text{ V}$$

O sinal negativo indica que a polaridade escolhida para V_2 na Fig. 7.18 é oposta à real. Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada, obtemos

$$-E_1 + V_1 - E_2 = 0$$

e $V_1 = E_2 + E_1 = 18 \text{ V} + 6 \text{ V} = 24 \text{ V}$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes à junção a , temos:

$$\begin{aligned} I &= I_1 + I_2 + I_3 \\ &= \frac{V_1}{R_1} + \frac{E_1}{R_4} + \frac{E_1}{R_2 + R_3} \\ &= \frac{24 \text{ V}}{6 \Omega} + \frac{6 \text{ V}}{6 \Omega} + \frac{6 \text{ V}}{12 \Omega} \\ &= 4 \text{ A} + 1 \text{ A} + 0,5 \text{ A} \\ I &= 5,5 \text{ A} \end{aligned}$$

O exemplo a seguir mostra claramente que as técnicas aprendidas neste capítulo e nos que o precederam têm um campo de aplicação muito vasto e não serão substituídas por métodos mais sofisticados. Embora não tenhamos introduzido o conceito de transistor neste texto, os valores das tensões contínuas em um circuito que contém um transistor podem ser determinados com o auxílio das regras e leis básicas introduzidas nos capítulos iniciais deste livro.

EXEMPLO 7.8 Para o transistor na configuração da Fig. 7.20, onde V_B e V_{BE} são conhecidas:

- Determine a tensão V_C e a corrente I_C .
- Calcule V_1 .
- Determine V_{BC} utilizando o fato de que a aproximação $I_C = I_E$ é frequentemente usada em circuitos envolvendo transistores.
- Calcule V_{CE} utilizando as informações obtidas nos itens anteriores.

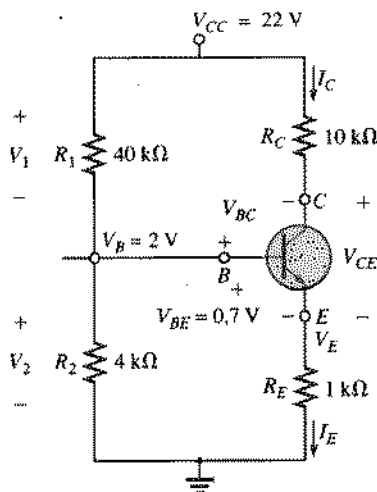


Fig. 7.20 Exemplo 7.8.

Soluções:

- a. Examinando a Fig. 7.20, vemos que

$$V_2 = V_B = 2 \text{ V}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha inferior, obtemos:

$$V_2 - V_{BE} - V_E = 0$$

ou $V_E = V_2 - V_{BE} = 2 \text{ V} - 0,7 \text{ V} = 1,3 \text{ V}$

e $I_E = \frac{V_E}{R_E} = \frac{1,3 \text{ V}}{1000 \Omega} = 1,3 \text{ mA}$

- b. Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões ao lado de entrada (lado esquerdo do circuito), obtemos:

$$V_2 + V_1 - V_{CC} = 0$$

e $V_1 = V_{CC} - V_2$

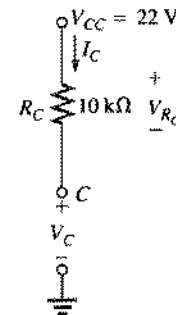
mas $V_2 = V_B$

e $V_1 = V_{CC} - V_2 = 22 \text{ V} - 2 \text{ V} = 20 \text{ V}$

$$V_C = V_{CC} - I_E R_C = 22 \text{ V} - (1,3 \text{ mA})(10 \text{ k}\Omega) = 9 \text{ V}$$

Então $V_{BC} = V_B - V_C = 2 \text{ V} - 9 \text{ V} = -7 \text{ V}$

d. $V_{CE} = V_C - V_E = 9 \text{ V} - 1,3 \text{ V} = 7,7 \text{ V}$

Fig. 7.21 Determinação de V_C para o circuito da Fig. 7.20.

EXEMPLO 7.9 Calcule as correntes e tensões indicadas na Fig. 7.22.

Solução: Podemos redesenhar este circuito, depois de combinar os elementos em série, obtendo a Fig. 7.23, que nos permite calcular:

$$I_5 = \frac{E}{R_{(1,2,3)\parallel 4} + R_5} = \frac{72 \text{ V}}{12 \text{ k}\Omega + 12 \text{ k}\Omega} = \frac{72 \text{ V}}{24 \text{ k}\Omega} = 3 \text{ mA}$$

com

$$V_7 = \frac{R_{7\parallel(8,9)} E}{R_{7\parallel(8,9)} + R_6} = \frac{(4,5 \text{ k}\Omega)(72 \text{ V})}{4,5 \text{ k}\Omega + 12 \text{ k}\Omega} = \frac{324 \text{ V}}{16,5} = 19,6 \text{ V}$$

$$I_6 = \frac{V_7}{R_{7\parallel(8,9)}} = \frac{19,6 \text{ V}}{4,5 \text{ k}\Omega} = 4,35 \text{ mA}$$

$$I_r = I_5 + I_6 = 3 \text{ mA} + 4,35 \text{ mA} = 7,35 \text{ mA}$$

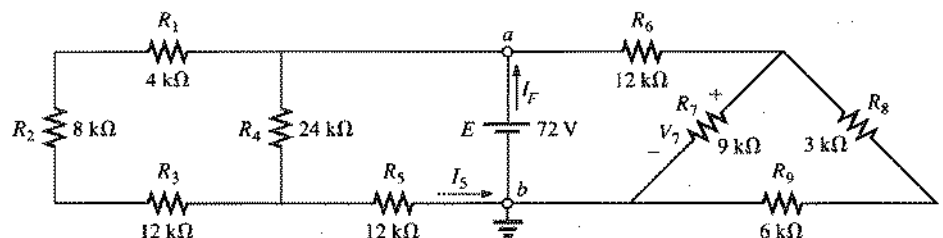


Fig. 7.22 Exemplo 7.9.

- c. Se redesenharmos a parte do circuito que nos interessa, obteremos o resultado visto na Fig. 7.21, onde a aplicação da lei de Kirchhoff para tensões resulta em:

$$V_C + V_{RC} - V_{CC} = 0$$

e $V_C = V_{CC} - V_{RC} = V_{CC} - I_C R_C$

mas $I_C = I_E$

Como a ddp entre os pontos a e b da Fig. 7.22 tem o valor fixo de E volts, o circuito à esquerda ou à direita não é afetado se reconstruirmos o circuito original da maneira ilustrada na Fig. 7.24.

Podemos calcular todas as incógnitas, exceto I_r , analisando cada circuito de forma independente. Para determinar I_r , devemos calcular a corrente fornecida por cada uma das fontes e adicioná-las, como na solução acima; isto é, $I_r = I_5 + I_6$.

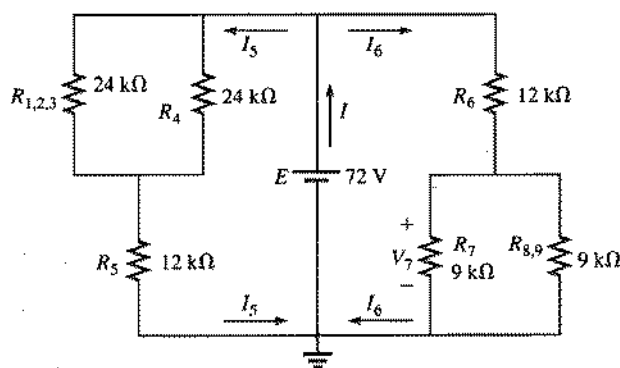


Fig. 7.23 Circuito da Fig. 7.22 redesenhado.

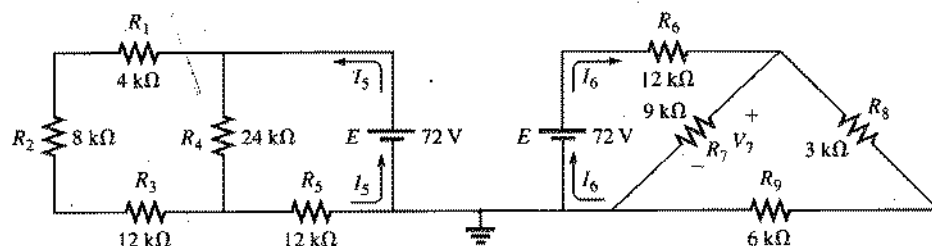


Fig. 7.24 Uma abordagem alternativa para o Exemplo 7.9.

EXEMPLO 7.10 Neste exemplo ilustramos o quanto a lei de Kirchhoff para tensões é poderosa, utilizando-a para determinar as voltagens V_1 , V_2 e V_3 no circuito da Fig. 7.25. Para a malha 1 da Fig. 7.26,

$$E_1 - V_1 - E_3 = 0$$

e $V_1 = E_1 - E_3 = 20 \text{ V} - 8 \text{ V} = 12 \text{ V}$

Para a malha 2,

$$E_2 - V_1 - V_2 = 0$$

e $V_2 = E_2 - V_1 = 5 \text{ V} - 12 \text{ V} = -7 \text{ V}$

indicando que V_2 tem polaridade oposta à indicada na Fig. 7.25. Para a malha 3,

$$V_3 + V_2 - E_3 = 0$$

e $V_3 = E_3 - V_2 = 8 \text{ V} - (-7 \text{ V}) = 8 \text{ V} + 7 \text{ V} = 15 \text{ V}$

Observe que como a polaridade inicialmente suposta para V_2 foi mantida, a resposta para V_2 deve ser -7 V .

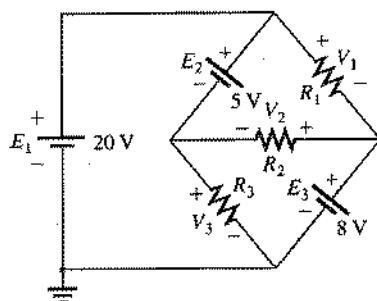


Fig. 7.25 Exemplo 7.10.

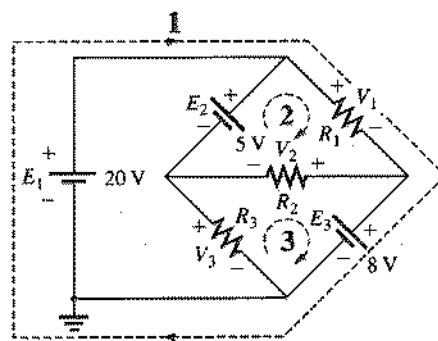


Fig. 7.26 Definindo as malhas para a aplicação da lei de Kirchhoff para tensões.

7.3 CIRCUITOS EM CASCATA

Um *circuito em cascata* de três seções está ilustrado na Fig. 7.27. Ao observarmos sua estrutura repetitiva, a razão da terminologia se torna óbvia. Existem duas abordagens básicas para resolver problemas associados a circuitos deste tipo.

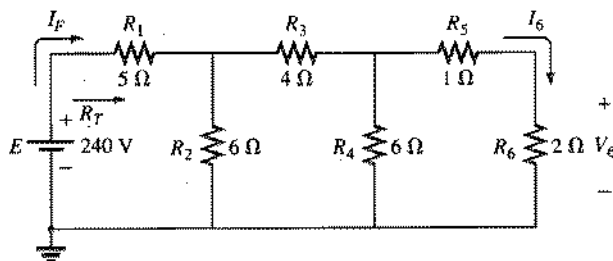
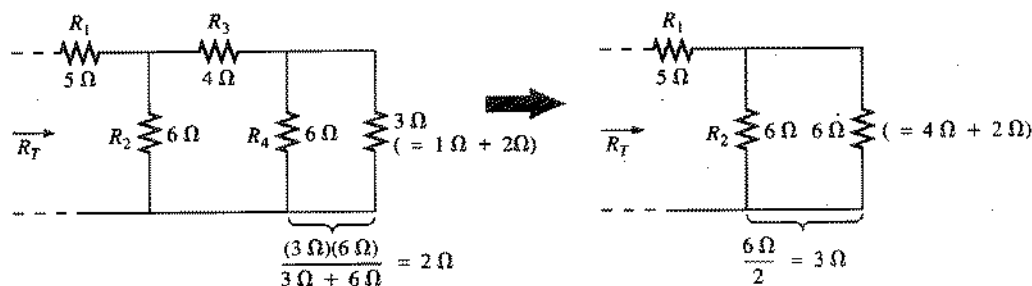


Fig. 7.27 Circuito em cascata.

Fig. 7.28 Retornando para a fonte para determinar R_T no circuito da Fig. 7.27.

Método 1

Calcule a resistência total do circuito e a corrente fornecida pela fonte; em seguida, repita os passos no sentido inverso até obter a corrente ou tensão desejada. Vamos aplicar este método para determinar V_6 na Fig. 7.27.

Efetuada as combinações de elementos em série e em paralelo como ilustra a Fig. 7.28, obtemos o circuito reduzido da Fig. 7.29, e

$$R_T = 5\ \Omega + 3\ \Omega = 8\ \Omega$$

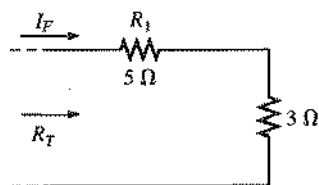
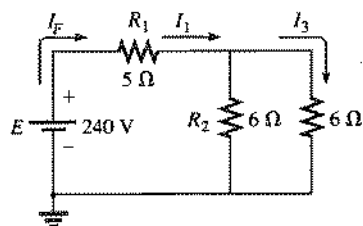
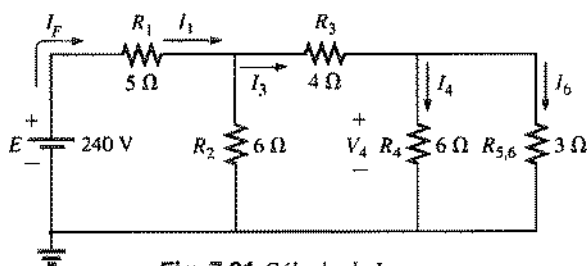
$$I_F = \frac{E}{R_T} = \frac{240\ \text{V}}{8\ \Omega} = 30\ \text{A}$$

Trabalhando em sentido inverso para obter I_6 (Fig. 7.30), chegamos a

$$I_1 = I_F$$

$$I_3 = \frac{I_F}{2} = \frac{30\ \text{A}}{2} = 15\ \text{A}$$

e, finalmente (Fig. 7.31),

Fig. 7.29 Cálculo de R_T e I_F .Fig. 7.30 Retornando para I_6 .Fig. 7.31 Cálculo de I_6 .

$$I_6 = \frac{(6\ \Omega)I_3}{6\ \Omega + 3\ \Omega} = \frac{6}{9}(15\ \text{A}) = 10\ \text{A}$$

$$V_6 = I_6 R_6 = (10\ \text{A})(2\ \Omega) = 20\ \text{V}$$

Método 2

Represente a corrente no último ramo do circuito de forma literal e analise o circuito na direção da fonte, mantendo explícita esta corrente ou qualquer outra em que esteja interessado. Desta forma, a corrente desejada pode ser obtida diretamente. A melhor maneira de descrever este método é através da análise do mesmo circuito que consideramos na Fig. 7.27, que aparece novamente na Fig. 7.32.

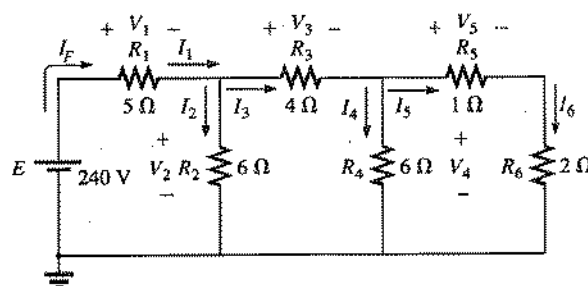


Fig. 7.32 Abordagem alternativa para circuitos em cascata.

Denotando a corrente no último ramo por I_6 , temos:

$$I_6 = \frac{V_4}{R_5 + R_6} = \frac{V_4}{1\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{V_4}{3\ \Omega}$$

ou

$$V_4 = (3\ \Omega)I_6$$

de modo que

$$I_4 = \frac{V_4}{R_4} = \frac{(3\ \Omega)I_6}{6\ \Omega} = 0,5I_6$$

e

$$I_3 = I_4 + I_6 = 0,5I_6 + I_6 = 1,5I_6$$

$$V_3 = I_3 R_3 = (1,5I_6)(4\ \Omega) = (6\ \Omega)I_6$$

Também,

$$V_2 = V_3 + V_4 = (6\ \Omega)I_6 + (3\ \Omega)I_6 = (9\ \Omega)I_6$$

assim

$$I_2 = \frac{V_2}{R_2} = \frac{(9\ \Omega)I_6}{6\ \Omega} = 1,5I_6$$

e

$$I_1 = I_2 + I_3 = 1,5I_6 + 1,5I_6 = 3I_6$$

com

$$V_1 = I_1 R_1 = I_3 R_1 = (5\ \Omega)I_1$$

logo

$$E = V_1 + V_2 = (5\ \Omega)I_1 + (9\ \Omega)I_6$$

$$= (5\ \Omega)(3I_6) + (9\ \Omega)I_6 = (24\ \Omega)I_6$$

e

$$I_6 = \frac{E}{24\ \Omega} = \frac{240\ \text{V}}{24\ \Omega} = 10\ \text{A}$$

com

$$V_6 = I_6 R_6 = (10\ \text{A})(2\ \Omega) = 20\ \text{V}$$



o mesmo valor que foi obtido usando o método 1.

7.4 FONTE COM DIVISOR DE TENSÃO (COM CARGA E SEM CARGA)

O termo *carga* que aparece no título desta seção significa qualquer elemento, circuito ou sistema que consome corrente da fonte. Como já ressaltamos na Seção 5.8, a ligação de uma carga pode afetar a tensão de saída da fonte.

Utilizando um circuito divisor de tensão como o que vemos na Fig. 7.33, podemos ter várias tensões de saída a partir de uma única fonte. Os valores de tensão ilustrados (referidos à terra) são calculados através de uma aplicação direta da regra dos divisores de tensão. Nesta figura está ilustrada uma situação de ausência de carga, pois não há qualquer dispositivo que consuma corrente ligado entre um dos terminais *a*, *b* e *c* e a terra.

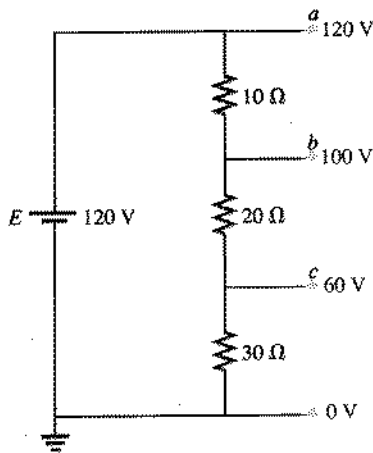


Fig. 7.33 Fonte com divisor de tensão.

Quanto maior a relação entre as resistências das cargas ligadas a uma fonte e as resistências do divisor de tensão da fonte, mais próximas as tensões de saída da fonte estarão dos valores sem carga. Em outras palavras, quanto menor o consumo de corrente, mais as tensões de saída da fonte se aproximarão dos valores sem carga.

Para ilustrar esta afirmação, vamos imaginar que os terminais de saída da fonte da Fig. 7.33 sejam ligados a cargas resistivas com um valor igual à média dos valores dos elementos resistivos do circuito divisor de tensão, como na Fig. 7.34.

A tensão V_a não é afetada pela carga R_{C1} , pois esta está em paralelo com a fonte de tensão E . Logo $V_a = 120$ V, que é idêntico ao valor sem carga. Para determinar V_b , devemos primeiramente notar que R_3 e R_{C1} estão em paralelo e $R'_3 = R_3 \parallel R_{C1} = 30 \Omega \parallel 20 \Omega = 12 \Omega$. Temos também a combinação em paralelo $R'_2 = (R_2 + R'_3) \parallel R_{C2} = (20 \Omega + 12 \Omega) \parallel 20 \Omega = 32 \Omega \parallel 20 \Omega = 12,31 \Omega$. Aplicando a regra dos divisores de tensão, obtemos:

$$V_b = \frac{(12,31 \Omega)(120 \text{ V})}{12,31 \Omega + 10 \Omega} = 66,21 \text{ V}$$

ao passo que sem carga obteríamos 100 V.

A tensão V_c é

$$V_c = \frac{(12 \Omega)(66,21 \text{ V})}{12 \Omega + 20 \Omega} = 24,83 \text{ V}$$

ao passo que na ausência de carga teríamos 60 V.

Assim, o efeito de cargas resistivas de valores próximos aos das resistências do divisor de tensão da fonte é diminuir consideravelmente algumas das tensões de saída.

Se os resistores da carga forem substituídos por outros de valor 1-k Ω , as tensões de saída estarão bem próximas dos valores sem carga. Efetuando cálculos semelhantes ao caso anterior, obtemos:

$$V_a = 120 \text{ V}, \quad V_b = 98,88 \text{ V}, \quad V_c = 58,63 \text{ V}$$

Vamos agora comparar os consumos de corrente nos dois casos. Para o circuito da Fig. 7.34, temos

$$I_{C2} = \frac{V_{C2}}{R_{C2}} = \frac{66,21 \text{ V}}{20 \Omega} = 3,31 \text{ A}$$

Para cargas de 1-k Ω

$$I_{C2} = \frac{98,88 \text{ V}}{1 \text{ k}\Omega} = 98,88 \text{ mA} < 0,1 \text{ A}$$

Fonte com divisor de tensão

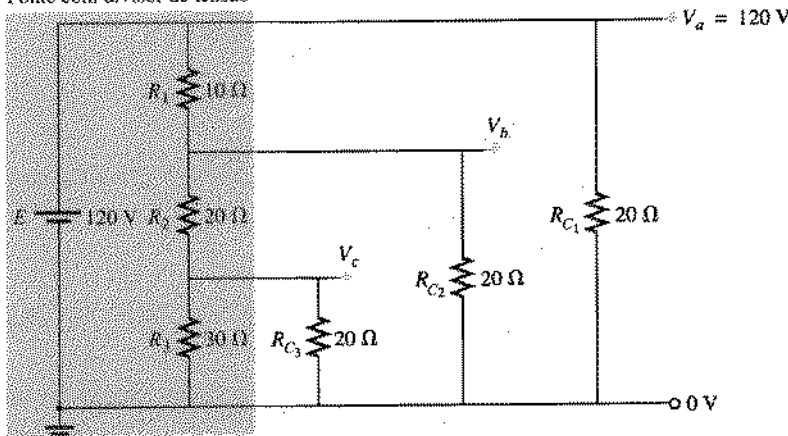


Fig. 7.34 Fonte com divisor de tensão conectada a cargas com resistências iguais ao valor médio dos resistores do divisor de tensão da fonte.



Como mencionamos anteriormente, quanto maior o consumo de corrente, maior a variação da tensão de saída da fonte ao ser ligada a carga. Isto está claramente em concordância com o fato de que I_{C_2} é aproximadamente 33,5 vezes maior com as cargas de 20 Ω .

O próximo exemplo é um exercício de projeto. São dados a tensão de trabalho e o consumo de corrente de cada carga, juntamente com as tensões de saída da fonte. Devem ser calculadas as resistências do divisor de tensão.

EXEMPLO 7.11 Determine R_1 , R_2 e R_3 para o divisor de tensão da Fig. 7.35. Podemos utilizar resistores de 2 W neste circuito?

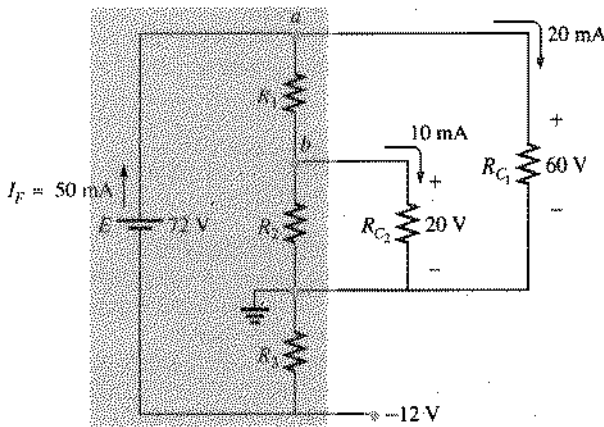


Fig. 7.35 Exemplo 7.11.

Solução: R_3 :

$$R_3 = \frac{V_{R_3}}{I_{R_3}} = \frac{V_{R_3}}{I_F} = \frac{12 \text{ V}}{50 \text{ mA}} = 240 \Omega$$

$$P_{R_3} = (I_{R_3})^2 R_3 = (50 \text{ mA})^2 240 \Omega = 0,6 \text{ W} < 2 \text{ W}$$

R_1 : Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao nó a :

$$I_F - I_{R_1} - I_{C_1} = 0$$

$$I_{R_1} = I_F - I_{C_1} = 50 \text{ mA} - 20 \text{ mA} = 30 \text{ mA}$$

$$R_1 = \frac{V_{R_1}}{I_{R_1}} = \frac{V_{C_1} - V_{C_2}}{I_{R_1}} = \frac{60 \text{ V} - 20 \text{ V}}{30 \text{ mA}} = \frac{40 \text{ V}}{30 \text{ mA}} = 1,33 \text{ k}\Omega$$

$$P_{R_1} = (I_{R_1})^2 R_1 = (30 \text{ mA})^2 1,33 \text{ k}\Omega = 1,197 \text{ W} < 2 \text{ W}$$

R_2 : Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes à junção b :

$$I_{R_1} - I_{R_2} - I_{C_2} = 0$$

$$I_{R_2} = I_{R_1} - I_{C_2} = 30 \text{ mA} - 10 \text{ mA} = 20 \text{ mA}$$

$$R_2 = \frac{V_{R_2}}{I_{R_2}} = \frac{20 \text{ V}}{20 \text{ mA}} = 1 \text{ k}\Omega$$

$$P_{R_2} = (I_{R_2})^2 R_2 = (20 \text{ mA})^2 1 \text{ k}\Omega = 0,4 \text{ W} < 2 \text{ W}$$

Como as potências dissipadas pelos resistores R_1 , R_2 e R_3 são todas inferiores a 2 W, podemos utilizar resistores de 2 W neste circuito.

7.5 LIGAÇÃO DE UMA CARGA A UM POTENCIÔMETRO

No caso de um potenciômetro sem carga, como o da Fig. 7.36, a tensão de saída é dada pela regra dos divisores de tensão, com R_T representando na figura a resistência total do potenciômetro. É muito freqüente a suposição de que a ddp entre os terminais de uma carga ligada ao contato móvel é determinada somente pelo potenciômetro, podendo ser ignorado o efeito da carga. Nos próximos parágrafos demonstraremos que esta suposição não é necessariamente verdadeira.

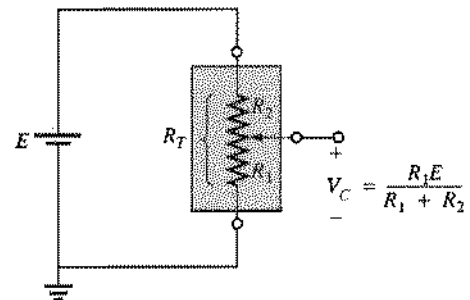


Fig. 7.36 Potenciômetro sem carga.

Quando o potenciômetro é conectado a uma carga, como ilustra a Fig. 7.37, a tensão de saída V_C passa a depender da resistência da carga, pois a tensão da fonte não mais se divide entre R_2 e

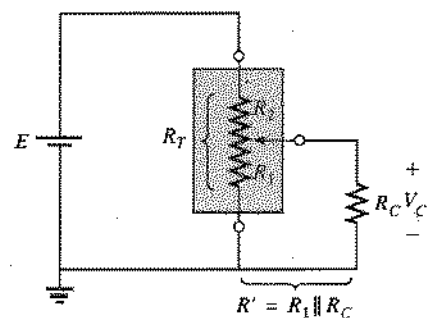


Fig. 7.37 Potenciômetro com carga.

R_1 , como na Fig. 7.36, e sim entre R_2 e a combinação em paralelo de R_1 e R_C .

A tensão de saída é agora:

$$V_C = \frac{R'E}{R' + R_2} \quad \text{com } R' = R_1 \parallel R_C \quad (7.1)$$

Se desejamos controlar a tensão de saída V_C através de um botão, controle deslizante, parafuso ou qualquer outro dispositi-



vo, é aconselhável escolher uma carga ou um potenciômetro que satisfaça à seguinte relação:

$$R_C \geq R_T \quad (7.2)$$

Se, por exemplo, desprezando a Eq. (7.2), escolhermos um potenciômetro de $1 \text{ M}\Omega$ para conectar a uma carga de 100Ω e colocarmos o contato móvel na posição correspondente a $1/10$ da resistência total, como na Fig. 7.38, teremos

$$R' = 100 \text{ k}\Omega \parallel 100 \Omega = 99,9 \Omega$$

$$e \quad V_C = \frac{99,9 \Omega (10 \text{ V})}{99,9 \Omega + 900 \text{ k}\Omega} \cong 0,001 \text{ V} = 1 \text{ mV}$$

que é muito menor do que o valor esperado de 1 V .

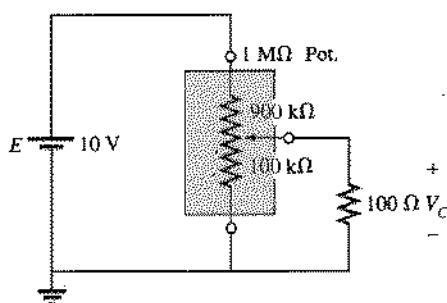


Fig. 7.38 $R_T > R_C$

Na verdade, se deslocarmos o contato móvel para o ponto médio,

$$R' = 500 \text{ k}\Omega \parallel 100 \Omega = 99,98 \Omega$$

$$e \quad V_C = \frac{(99,98 \Omega)(10 \text{ V})}{99,98 \Omega + 500 \text{ k}\Omega} \cong 0,002 \text{ V} = 2 \text{ mV}$$

que é desprezível em comparação com o valor esperado de 5 V . Mesmo quando $R_1 = 900 \text{ k}\Omega$, teremos V_C igual a $0,01 \text{ V}$, ou seja, $1/1000$ da tensão disponível.

Se invertermos a situação, fazendo $R_T = 100 \Omega$ e $R_C = 1 \text{ M}\Omega$, com o contato deslizante na posição correspondente a $1/10$ de R_T , como na Fig. 7.39, teremos

$$R' = 10 \Omega \parallel 1 \text{ M}\Omega \cong 10 \Omega$$

$$e \quad V_C = \frac{10 \Omega (10 \text{ V})}{10 \Omega + 90 \Omega} = 1 \text{ V}$$

que corresponde a condições de operação desejáveis.

No caso de as condições corresponderem ao limite inferior da relação 7.2 (pior caso possível), $R_C = R_T = 100 \Omega$, temos, considerando o contato móvel na posição intermediária da Fig. 7.37,

$$R' = 50 \Omega \parallel 100 \Omega = 33,33 \Omega$$

$$e \quad V_C = \frac{33,33 \Omega (10 \text{ V})}{33,33 \Omega + 50 \Omega} \cong 4 \text{ V}$$

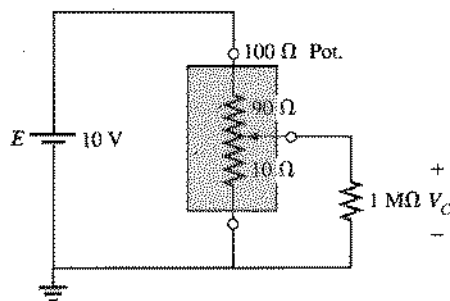


Fig. 7.39 $R_C > R_T$

É claro que este não é o valor ideal, que seria 5 V . Observe, no entanto, que obtivemos 40% da tensão E da fonte com o contato móvel nesta posição, em vez dos 0,02% obtidos quanto tínhamos $R_C = 100 \Omega$ e $R_T = 1 \text{ M}\Omega$.

Assim, devemos sempre tentar, ao projetarmos um circuito que contenha um potenciômetro, satisfazer o critério expresso pela Eq. (7.2) o melhor possível, ou seja, fazer com que a relação entre R_C e R_T seja a maior possível.

À primeira vista, poderia parecer desejável escolher um potenciômetro com um valor muito pequeno de R_T , de modo a assegurar que a tensão se mantivesse constante fosse qual fosse a carga. É preciso não esquecer, porém, que os potenciômetros dissipam energia; no caso de um circuito como o da Fig. 7.39, $P_{\text{máx}} \cong E^2/R_T = (10 \text{ V})^2/100 \Omega = 1 \text{ W}$. Se R_T for reduzida para 10Ω , teremos $P_{\text{máx}} = (10 \text{ V})^2/10 \Omega = 10 \text{ W}$, o que tornaria necessário um potenciômetro de dimensões muito maiores.

EXEMPLO 7.12 Calcule as tensões V_1 e V_2 para o potenciômetro com carga ilustrado na Fig. 7.40.

Solução:

$$\text{Nominal (sem carga):} \quad V_1 = \frac{4 \text{ k}\Omega (120 \text{ V})}{10 \text{ k}\Omega} = 48 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{6 \text{ k}\Omega (120 \text{ V})}{10 \text{ k}\Omega} = 72 \text{ V}$$

$$\text{Com carga:} \quad R' = 4 \text{ k}\Omega \parallel 12 \text{ k}\Omega = 3 \text{ k}\Omega$$

$$R'' = 6 \text{ k}\Omega \parallel 30 \text{ k}\Omega = 5 \text{ k}\Omega$$

$$V_1 = \frac{3 \text{ k}\Omega (120 \text{ V})}{8 \text{ k}\Omega} = 45 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{5 \text{ k}\Omega (120 \text{ V})}{8 \text{ k}\Omega} = 75 \text{ V}$$

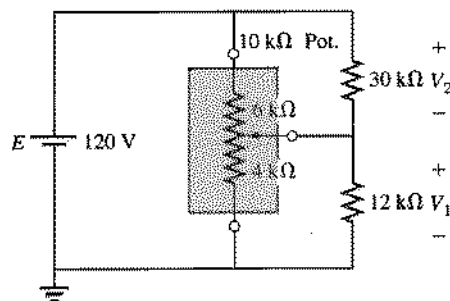


Fig. 7.40 Exemplo 7.12.



As tensões com carga estão tão próximas das tensões nominais que o projeto pode ser considerado adequado. Para aplicar as tensões nominais às duas cargas, bastará modificar ligeiramente a posição do cursor do potenciômetro.

7.6 PROJETO DE AMPERÍMETROS, VOLTÍMETROS E OHMÍMETROS

Tendo adquirido os conceitos fundamentais relativos aos circuitos em série, em paralelo e em série-paralelo, estamos agora preparados para analisar os fundamentos do projeto de um amperímetro, de um voltímetro e de um ohmímetro. Utilizaremos em todos esses projetos o galvanômetro de d'Arsonval da Fig. 7.41. Este tipo de galvanômetro consiste basicamente em uma bobina com núcleo de ferro montada em rolamentos entre os pólos de um ímã permanente. Molas helicoidais amortecem o movimento da bobina e também fornecem o contato elétrico para que uma corrente elétrica a atravessa. Quando uma corrente percorre a bobina móvel, os campos magnéticos da bobina e do ímã permanente interagem, fazendo a bobina girar. O galvanômetro é calibrado de modo a indicar o valor zero em uma escala quando a corrente que passa pela bobina é nula. O sentido da corrente que percorre a bobina determina o sentido em que o ponteiro se desloca. Os amperímetros e os voltímetros têm, por esta razão, uma polaridade assinalada em seus terminais de modo a assegurar que o ponteiro se desloque no sentido correto.

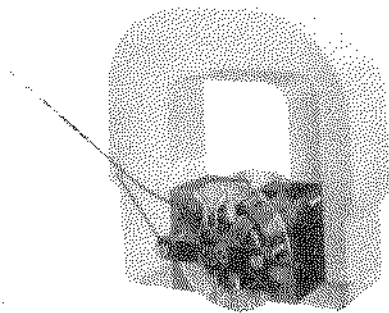


Fig. 7.41 Galvanômetro analógico de d'Arsonval. (Cortesia da Weston Instruments, Inc.).

Os galvanômetros de d'Arsonval são em geral especificados por um valor de corrente e outro de resistência. As especificações de um galvanômetro típico podem ser 1 mA, 50 Ω . O valor 1 mA é a *sensibilidade de corrente* (SC), que é a corrente necessária para que o ponteiro vá até o final da escala. Esta grandeza será simbolizada por I_{sc} . O valor 50 Ω se refere à resistência interna (R_m) do galvanômetro. Na Fig. 7.42, vemos uma representação bastante comum do galvanômetro e suas especificações.

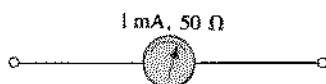


Fig. 7.42 Símbolo do galvanômetro.

Amperímetro

A sensibilidade à corrente de um galvanômetro de d'Arsonval determina a maior corrente que pode ser medida diretamente. Se, no entanto, introduzirmos um circuito adicional, poderemos medir valores de corrente mais elevados. Na Fig. 7.43 vemos um exemplo deste circuito, que é utilizado em praticamente todos os amperímetros.

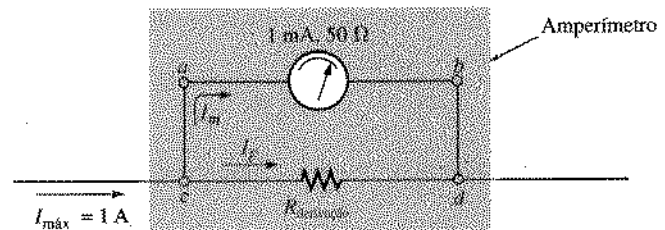


Fig. 7.43 Amperímetro básico.

A resistência $R_{\text{derivação}}$ na Fig. 7.43 é escolhida de tal modo que, quando uma corrente de 1 A atravessa o amperímetro, a corrente no galvanômetro de d'Arsonval é de 1 mA. Se a corrente no amperímetro for menor que 1 A, é claro que teremos menos de 1 mA percorrendo o galvanômetro, e o ponteiro não chegará ao final da escala.

Como a ddp entre os terminais de elementos em paralelo é a mesma, a queda de potencial entre *a* e *b* na Fig. 7.43 deve ser idêntica àquela entre *c* e *d*, ou seja,

$$(1 \text{ mA})(50 \Omega) = R_{\text{derivação}} I_p$$

Se quisermos que a corrente que passa no galvanômetro não exceda 1 mA, devemos ter também $I_p = 1 \text{ A} - 1 \text{ mA} = 999 \text{ mA}$ (lei de Kirchhoff para correntes). Logo,

$$\begin{aligned} (1 \text{ mA})(50 \Omega) &= R_{\text{derivação}} (999 \text{ mA}) \\ R_{\text{derivação}} &= \frac{(1 \text{ mA})(50 \Omega)}{999 \text{ mA}} \\ &\approx 0,05 \Omega \end{aligned}$$

Em geral, temos

$$R_{\text{derivação}} = \frac{R_m I_{sc}}{I_{máx} - I_{sc}}$$

No amperímetro de várias escalas cujo circuito aparece na Fig. 7.44, uma chave rotativa é usada para selecionar a resistência $R_{\text{derivação}}$ a ser usada, de acordo com o valor máximo de corrente

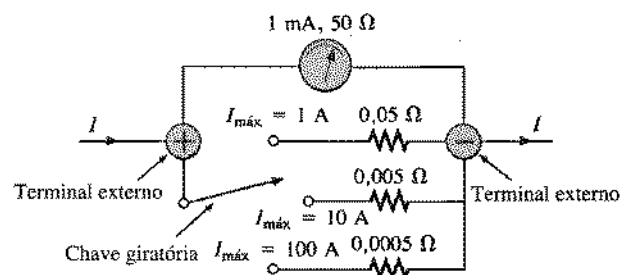


Fig. 7.44 Amperímetro multifaixa.



desejado. Muitos medidores utilizam a mesma escala para vários valores máximos de corrente. Uma leitura de 375, na escala de 0 a 5 mA, com a chave na posição 5, significa que a corrente medida vale 3,75 mA; com a chave na posição 50, a mesma leitura significa uma corrente de 37,5 mA, e assim por diante.

Voltímetro

Modificando os circuitos adicionais, podemos utilizar o galvanômetro de d'Arsonval para construir um voltímetro. Um galvanômetro de 1 mA, 50 Ω pode também ser especificado como sendo de 50 mV (1 mA \times 50 Ω), 50 Ω , uma indicação de que a maior voltagem que o galvanômetro pode medir diretamente é 50 mV. Esta especificação em milivolts é algumas vezes denominada *sensibilidade de tensão* (ST). Na Fig. 7.45 vemos o circuito básico de um voltímetro.

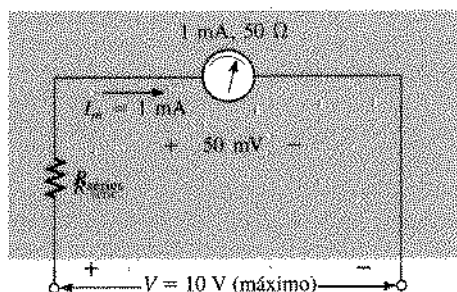


Fig. 7.45 Voltímetro básico.

A resistência R_{serie} é ajustada de modo a limitar a corrente que passa pelo galvanômetro a 1 mA quando a tensão máxima é aplicada ao voltímetro. No caso de uma tensão menor, a corrente no circuito diminui e portanto a deflexão do ponteiro é menor.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha na Fig. 7.45, obtemos

$$[10 \text{ V} - (1 \text{ mA})(R_{\text{serie}})] - 50 \text{ mV} = 0$$

ou
$$R_{\text{serie}} = \frac{10 \text{ V} - (50 \text{ mV})}{1 \text{ mA}} = 9950 \Omega$$

No caso geral,

$$R_{\text{serie}} = \frac{V_{\text{máx}} - V_{ST}}{I_{sc}} \quad (7.4)$$

Um dos métodos para construir um voltímetro capaz de medir várias faixas de valores de tensão está ilustrado na Fig. 7.46. Se a chave giratória é colocada na posição 10 V, $R_{\text{serie}} = 9,950 \text{ k}\Omega$; com a chave em 50 V, $R_{\text{serie}} = 40 \text{ k}\Omega + 9,950 \text{ k}\Omega = 49,950 \text{ k}\Omega$; com a chave em 100 V, $R_{\text{serie}} = 50 \text{ k}\Omega + 40 \text{ k}\Omega + 9,950 \text{ k}\Omega = 99,950 \text{ k}\Omega$.

Ohmímetro

Os ohmímetros são em geral projetados separadamente para medir resistências baixas, médias e altas. O medidor de resistência mais usado é o *ohmímetro em série*, que se destina a medir

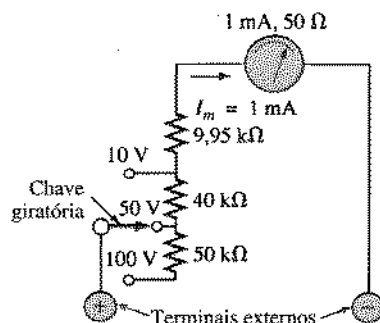


Fig. 7.46 Voltímetro de várias escalas.

valores médios de resistência. Ele é utilizado na configuração em série da Fig. 7.47. Ao contrário do que acontece no caso do amperímetro e do voltímetro, a deflexão máxima do ponteiro corresponde a uma leitura de zero ohm; quando a resistência é infinita (circuito aberto), o ponteiro permanece no início da escala.

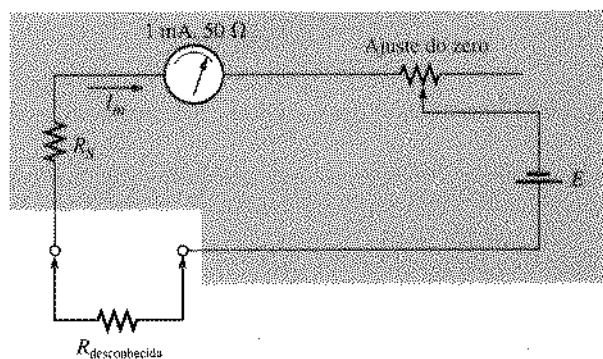


Fig. 7.47 Ohmímetro em série.

Para determinar a resistência em série R_s , “curto-circuitamos” as pontas de prova para simular uma resistência nula e colocamos o potenciômetro de ajuste de zero na metade do valor máximo. A resistência R_s é então ajustada de modo a permitir a passagem de uma corrente igual à sensibilidade de corrente (1 mA) do galvanômetro. Colocamos o potenciômetro de ajuste de zero na posição correspondente à metade do valor máximo para que possam ser compensadas quaisquer variações nos componentes do medidor que resultem em uma corrente mais alta ou mais baixa que a necessária para que o ponteiro atinja o final da escala. A corrente I_m é dada por

$$I_m (\text{fundo de escala}) = I_{sc} = \frac{E}{R_s + R_m + \frac{\text{ajuste de zero}}{2}}$$

e
$$R_s = \frac{E}{I_{sc}} - R_m - \frac{\text{ajuste de zero}}{2}$$

Se colocarmos agora uma resistência desconhecida entre os terminais externos do aparelho, a corrente será reduzida, fazendo com que o ponteiro não vá até o final da escala. Se deixarmos os terminais abertos, simulando uma resistência infinita, não have-



rá deflexão do ponteiro, pois a corrente que percorre o circuito será nula.

Na Fig. 7.48 vemos um modelo de miliohmmetro, um instrumento projetado para medir valores de resistência muito baixos. Seu circuito, em vista desta capacidade de medir resistências muito pequenas, é muito mais sofisticado do que o que acabamos de descrever. Nele são empregados componentes eletrônicos que eliminam as imprecisões introduzidas pelas resistências das pontas de prova e dos contatos. Pode ser considerado semelhante ao sistema que descrevemos no sentido de ser totalmente portátil e também de necessitar de uma bateria para poder efetuar as medidas. Para limitar resistências espúrias são utilizadas pontas de provas especiais. É possível ajustar o máximo da escala para um valor tão baixo quanto 0,00352 (3,52 mΩ).

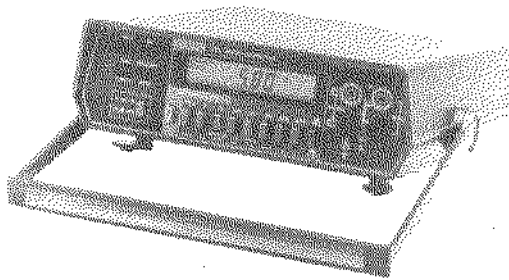


Fig. 7.48 Miliohmmetro. (Cortesia da Keithley Instruments, Inc.)

No extremo oposto temos o megohmmetro, um instrumento para medir valores da resistência muito elevados. Ele é usado principalmente para testar o isolamento de linhas de transmissão, máquinas elétricas, transformadores e outros equipamentos. Para medir grandes valores de resistência, primeiro é gerada uma tensão contínua elevada com o auxílio de um gerador manual. Quando o eixo do gerador gira com uma velocidade maior que um certo valor especificado, é possível fixar a tensão de saída em um valor, em geral 250, 500 ou 1000 volts. Na Fig. 7.49 vemos uma fotografia de um modelo comercial deste aparelho. O modelo da foto pode medir resistências entre zero e 5000 MΩ.

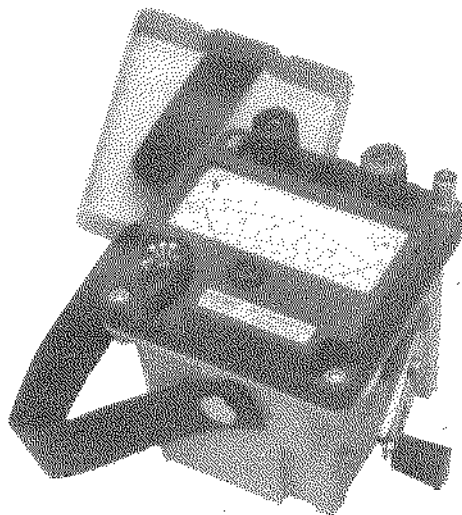


Fig. 7.49 Megohmmetro. (Cortesia da AEMC Corp.)

7.7 ATERRAMENTO

Embora este assunto seja tratado muito superficialmente na maioria dos textos introdutórios de eletricidade ou de eletrônica, a importância da ligação à terra e o modo como ela pode ser usada para tornar os circuitos mais seguros são tópicos de grande importância. Em qualquer ponto no esquema de um circuito onde haja um símbolo de ligação à terra, o potencial deve ser considerado igual a 0 V. Como estes pontos estão todos ao mesmo potencial, podem ser conectados entre si; no caso de esquemas complexos, no entanto, pode ser preferível deixar muitos desses pontos isolados, para tornar o esquema mais claro. Os valores de tensão indicados em um esquema são sempre tomados em relação à terra. Deste modo podemos testar rapidamente as tensões de operação de um sistema, ligando a ponta de prova preta de um voltímetro à terra do circuito e tocando com a ponta de prova vermelha nos vários pontos onde o esquema nos fornece as tensões normais de operação. Uma leitura próxima ao valor indicado mostra, em geral, que essa parte do circuito está funcionando normalmente. Embora a maior parte da discussão a seguir inclua também sistemas de corrente alternada, que serão estudados somente a partir do Cap. 13, os conhecimentos que adquirimos até agora são suficientes para garantir um bom entendimento. O conceito de aterramento deve ser introduzido o mais cedo possível, tanto por razões teóricas como por razões de segurança.

Existem vários tipos de ligação à terra, dependendo da aplicação particular. O *aterramento por ligação ao solo* consiste em ligar um circuito diretamente ao solo através de um condutor de baixa impedância. Por convenção, dizemos que o valor do potencial na superfície da Terra é 0 V. Este valor é o mesmo em qualquer ponto porque existem substâncias condutoras dissolvidas no solo, como por exemplo eletrólitos, em quantidade suficiente para permitir que qualquer diferença de potencial entre dois pontos seja rapidamente anulada por uma corrente elétrica temporária entre estes pontos. Toda resistência tem (ou deveria ter) uma ligação à terra, que consiste, na maioria dos casos, em uma barra de metal enterrada no solo e ligada por uma das extremidades ao quadro de distribuição de energia elétrica. A legislação sobre instalações elétricas diz também que todos os encanamentos metálicos de uma casa devem, por razões de segurança, estar diretamente ligados à terra. No caso de um fio desencapado entrar acidentalmente em contato com um cano metálico, a baixa impedância da ligação à terra assegura que a corrente resultante seja suficientemente alta para acionar os sistemas protetores (fusíveis, disjuntores etc.). Se o encanamento não estivesse ligado à terra, uma pessoa poderia receber uma descarga perigosa quando fosse, por exemplo, abrir uma torneira. Como a água de uso domiciliar não é pura, contendo em geral em solução substâncias que a tornam condutora, as áreas onde existe mais contato com a água, como o banheiro e a cozinha, devem receber especial atenção. Por razões de segurança, todas as linhas de alimentação em laboratórios, indústrias e residências são ligadas à terra.

Um segundo tipo de aterramento é a denominada *terra do chassi*, que pode ser *flutuante* ou ligada diretamente ao solo. O nome terra do chassi significa simplesmente que os potenciais de todos os pontos do circuito são medidos em relação ao potencial do chassi. Se este último não estiver ligado ao solo (0 V), dizemos que é flutuante e podemos associar a ele qualquer valor de tensão para ser usado como referência. Se postularmos, por exemplo, que o potencial do chassi é 120 V, todas as medidas de tensão no circuito serão referidas a este valor. Deste modo, uma leitura de 32 V entre um ponto do circuito e o chassi significa na

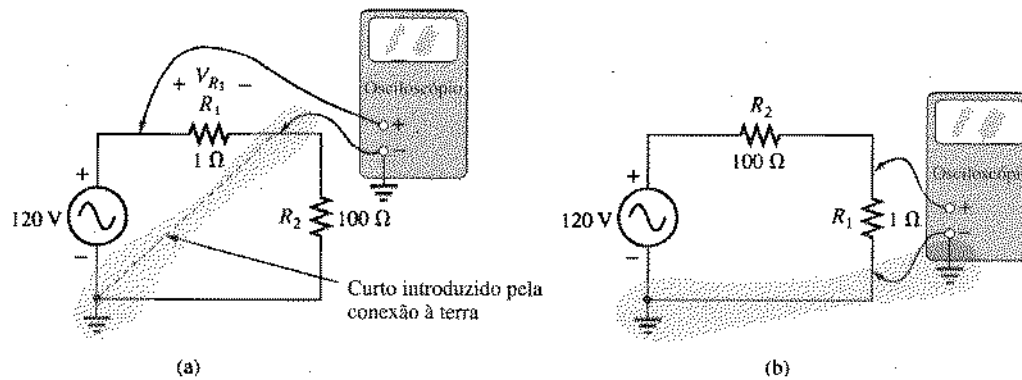


Fig. 7.50 Ilustração do efeito da terra de um osciloscópio sobre a medida da ddp entre os terminais do resistor R_1 .

realidade uma ddp de 152 V entre este ponto do circuito e a terra. No entanto, na maioria dos sistemas que trabalham com tensões elevadas não é usado um aterramento flutuante, pois isto implica perda de segurança. No caso de alguém, por exemplo, tocar acidentalmente o chassi e qualquer outra parte do corpo estar em contato com a terra, a pessoa receberá uma descarga elétrica.

O aterramento pode ser particularmente importante nos laboratórios onde são usados vários instrumentos de medida. A fonte e o osciloscópio da Fig. 7.50(a), por exemplo, estão conectados à terra através dos seus terminais negativos. Se para medir a tensão V_{R_1} efetuarmos as ligações do osciloscópio como ilustra a Fig. 7.50(a), estaremos criando uma situação de risco. Os terminais negativos dos dois equipamentos estão ligados entre si através da terra, o que faz com que haja um curto-circuito em paralelo com o resistor R_2 . Como é o resistor R_2 que limita a corrente no circuito, esta poderá atingir valores muito elevados, capazes de danificar o osciloscópio ou de produzir efeitos perigosos. Devemos, neste caso, recorrer ao aterramento flutuante ou intercambiar os resistores, como na Fig. 7.50(b). Na configuração da Fig. 7.50(b), as terras estão ligadas juntas e o circuito não é afetado pela introdução do osciloscópio.

A legislação norte-americana exige que o isolamento do fio que leva a corrente da usina geradora até uma carga seja *preto* (este fio é algumas vezes denominado “fase” ou “vivo”), enquanto o isolamento do fio que leva a corrente de volta à fonte (geralmente denominado “neutro”) deve ser *branco*. Em cabos com três fios, o isolamento do terceiro, o fio terra, deve ser *verde*; algu-

mas vezes este fio está desencapado, já que não é projetado para ser percorrido por correntes elevadas. Os componentes de um cabo de alimentação de três fios e da tomada de parede correspondente aparecem na Fig. 7.51. Observe nas duas ilustrações que a conexão à fase (fio “vivo”) é menor do que a conexão ao neutro e que a conexão ao fio terra é semicircular.

O diagrama esquemático completo para instalação de uma tomada domiciliar aparece na Fig. 7.52. Observe que a corrente no fio terra é zero e que tanto este fio quanto o neutro estão ligados à terra. Somente o fio “vivo” e o neutro são percorridos por corrente.

Podemos demonstrar a importância do fio terra utilizando como exemplo a torradeira da Fig. 7.53, cujas especificações são 1200 W e 120 V. Utilizando a expressão $P = EI$ para a potência, a corrente consumida pela torradeira em condições normais de operação é $I = P/E = 1200 \text{ W}/120 \text{ V} = 10 \text{ A}$. No caso de uma linha de alimentação sem fio terra, como ilustra a Fig. 7.53(a), o fusível de 20 A (ou disjuntor) pode suportar confortavelmente estes 10 A e o sistema funciona normalmente. Entretanto, se por qualquer razão o isolamento da fase ou do neutro for danificado e um destes fios tocar a carcaça da torradeira, teremos a situação ilustrada na Fig. 7.53(b). Todas as partes metálicas da torradeira ficarão “vivas” (ou seja, a um potencial de 120 V em relação à terra); no entanto, os circuitos de proteção (fusível ou disjuntor) não serão afetados, pois teremos ainda uma corrente de 10 A. Esta é, no entanto, uma situação de perigo, pois qualquer pessoa em contato com a terra que toque a carcaça metálica da torradeira

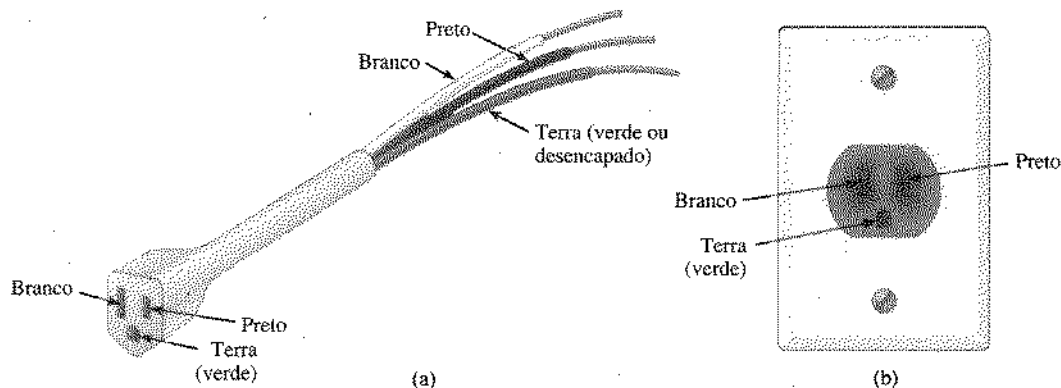


Fig. 7.51 Cabos com três fios: (a) cabo de alimentação; (b) tomada de parede.

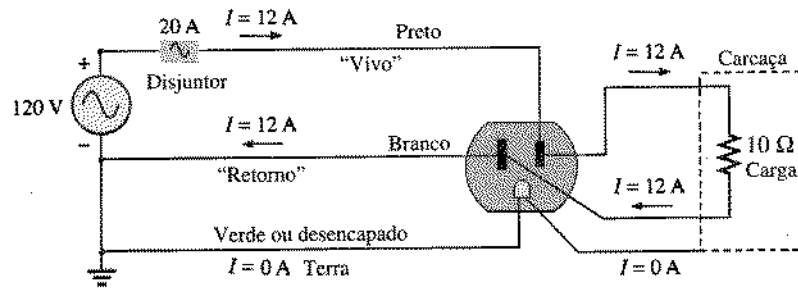


Fig. 7.52 Diagrama esquemático completo para uma tomada de parede com uma carga de $10\ \Omega$.

terá seu corpo percorrido por uma corrente devido a esta ddp entre o metal da torradeira e a terra. Se, como ilustra a Fig. 7.53(c), tivéssemos um fio terra conectado ao chassi da torradeira, teríamos uma ligação de baixa resistência com a terra, que causaria um aumento acentuado no valor da corrente. Neste caso o fusível “queimaria” (ou o disjuntor desarmaria), alertando o usuário para a existência de um problema. Embora a discussão acima não seja completa, ela deve ser suficiente para que o leitor reconheça a importância do aterramento dos circuitos. Nos capítulos seguintes, à medida que for necessário, faremos mais comentários a este respeito.

7.8 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice (DOS)

Analisaremos, utilizando o PSpice, o mesmo circuito estudado no Exemplo 7.2, que foi redesenhado na Fig. 7.54. Se quiséssemos escrever um programa em uma linguagem como C++ ou BASIC, teríamos que usar um conjunto de instruções que efetuasse, em seqüência, as seguintes operações: calcular R_T , obter o

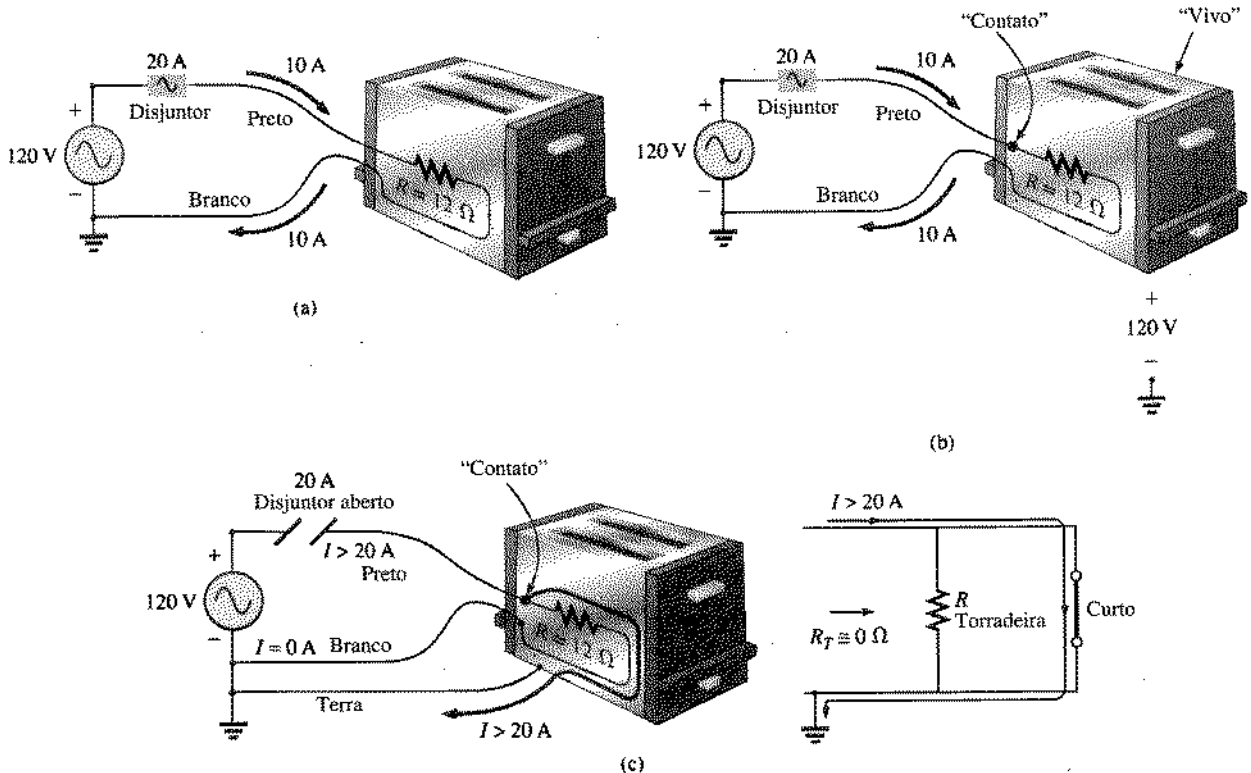


Fig. 7.53 Ilustração da importância de um aterramento apropriado para um eletrodoméstico: (a) não-aterrado; (b) não-aterrado e com um contato indesejável; (c) aterrado e com um contato indesejável.



valor da corrente fornecida pela fonte e percorrer o caminho inverso da melhor maneira possível para obter os valores das incógnitas. Este programa teria certamente um número considerável de linhas, consumindo também um tempo apreciável para ser escrito e depois testado. Torna-se agora mais óbvia a beleza do PSpice, pois, como vemos na Fig. 7.55, o arquivo de entrada não é particularmente difícil de compreender e nem muito extenso. Além disso, todos os resultados estão disponíveis alguns segundos após iniciada a computação. Como professor, no entanto, não posso deixar de

me preocupar com a possibilidade de que o aluno use o pacote para obter a solução sem ter a menor idéia (ou tendo apenas uma idéia muito vaga) de como o problema pode ser resolvido à mão". Não deixe as técnicas computacionais colocarem o "carro na frente dos bois". Tente sempre entender os cálculos que o computador terá que efetuar antes de aceitar a resposta dada por ele como uma verdade absoluta. Você não precisa ser um especialista no assunto, mas necessita pelo menos estar a par das principais etapas do processo e das implicações dos resultados obtidos.

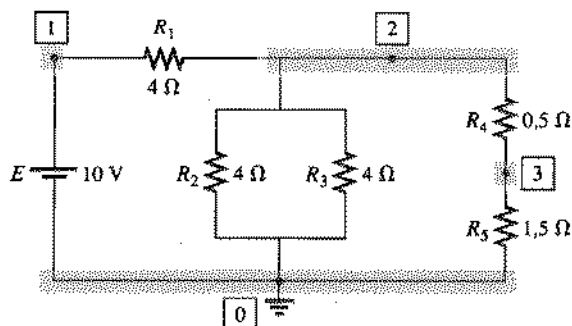


Fig. 7.54 Aplicação do PSpice (DOS) ao circuito do Exemplo 7.2.

Chapter 7 - Multi R Network

**** CIRCUIT DESCRIPTION

```
VE 1 0 10V
R1 1 2 4
R2 2 0 4
R3 2 0 4
R4 2 3 0.5
R5 3 0 1.5
.DC VE 10 10 1
.PRINT DC I(R1) I(R2) V(3,0)
.OPTIONS NOPAGE
.END
```

**** DC TRANSFER CURVES

TEMPERATURE = 27.000 DEG C

VE	I(R1)	I(R2)	V(3,0)
1.000E+01	2.000E+00	5.000E-01	1.500E+00

Fig. 7.55 Arquivos de entrada e de saída para o circuito da Fig. 7.54.



No arquivo de saída, obtemos

$$I_{R_1} = I_E = 2 \text{ A}, \quad I_{R_2} = I_{R_3} = 0,5 \text{ A}, \quad \text{e} \quad V_{R_5} = 1,5 \text{ V}$$

em concordância com o Exemplo 7.2.

PSpice (Windows)

Utilizaremos agora um diagrama esquemático para verificar os resultados do Exemplo 7.11. Substituiremos os valores calculados para os resistores, e os valores de corrente e de tensão obtidos serão comparados com aqueles fornecidos para o circuito no Exemplo 7.11. A introdução dos elementos do circuito e de seus valores já foi descrita no Cap. 5. Observe, em particular, que o valor associado a R_1 no diagrama esquemático da Fig. 7.56 é 1,3333 k Ω , e não o valor dado na solução do exemplo, que foi 1,33 k Ω . Quando executamos o programa, descobrimos que as soluções obtidas com **VIEWPOINT** e **IPROBE** não estavam em concordância perfeita, a menos que estendêssemos o valor de R_1 até a quarta casa decimal. Com $R_1 = 1,3333 \text{ k}\Omega$, obtivemos 59,9990 V para a ddp de R_6 , 20,0030 V para a ddp de R_2 , e -12,0010 V para a ddp de R_3 . A análise computacional está em concordância com os resultados do Exemplo 7.11.*

C++

Apresentaremos agora um programa na linguagem C++ que efetuará uma análise detalhada do circuito ilustrado na Fig. 7.57 (que já apareceu, no texto, na Fig. 7.27). Uma vez que tenhamos introduzido todos os parâmetros, o programa fornecerá os valores de R_T , I_1 , I_3 e I_6 . A ordem seguida pelo programa é exatamente a mesma que a de uma solução manual. Na Fig. 7.57, determinamos primeiro $R_d = R_5 + R_6$, seguindo-se a determinação de $R_b = R_4 \parallel R_d$ e $R_c = R_3 + R_b$, vindo a seguir $R_a = R_2 \parallel R_c$ e finalmente

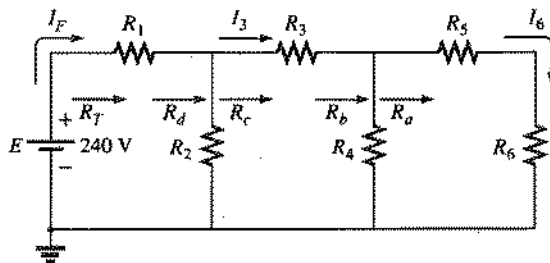


Fig. 7.57 Circuito em cascata a ser analisado utilizando C++.

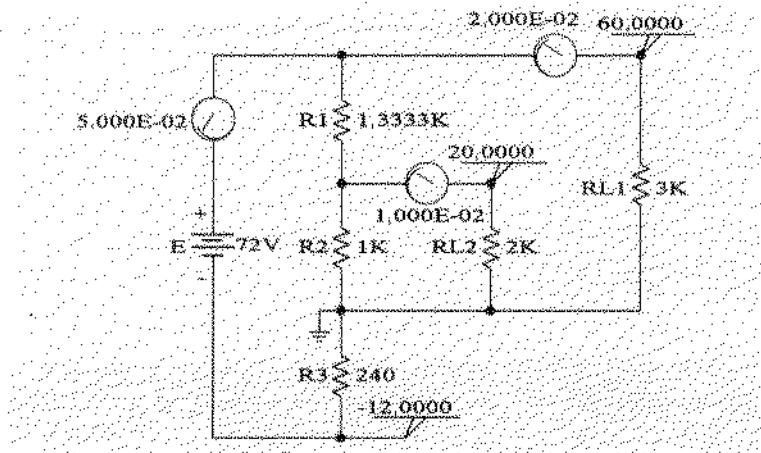


Fig. 7.56 Aplicação do PSpice (Windows) ao circuito do Exemplo 7.11.

*Os resistores R_1 , R_2 e R_3 são designados na Fig. 7.56 como R_{1a} e R_{1b} , onde L representa a inicial da palavra carga em inglês, load. (N.T.)



```
Heading  [//C++ Series-Parallel Circuit Analysis]
Preprocessor directive [#include <iostream.h>           //needed for input/output]

main()                                           //execution begins here
{
    Define variables and data type
    float R1, R2, R3, R4, R5, R6; //declare circuit resistors
    float Ra, Rb, Rc, Rd, Rt;     //declare equivalent resistances
    float E;                       //declare voltage source
    float Is, I3, I6;             //declare circuit currents

    Request and obtain network parameters
    cout << "Enter R1: ";          //get all circuit values
    cin >> R1;
    cout << "Enter R2: ";
    cin >> R2;
    cout << "Enter R3: ";
    cin >> R3;
    cout << "Enter R4: ";
    cin >> R4;
    cout << "Enter R5: ";
    cin >> R5;
    cout << "Enter R6: ";
    cin >> R6;
    cout << "Enter E: ";
    cin >> E;

    Find  $R_T$ 
    Ra = R5 + R6;                    //calculate the total resistance
    Rb = R4 * Ra / (R4 + Ra);
    Rc = R3 + Rb;
    Rd = R2 * Rc / (R2 + Rc);
    Rt = R1 + Rd;
    Display  $R_T$ 
    cout << "\n";
    cout << "The total resistance is " << Rt << " ohms.\n";

    Calculate  $I_3$  and  $I_6$ 
    Is = E / Rt;                     //calculate circuit currents
    I3 = Is * R2 / (R2 + Rc);
    I6 = I3 * R4 / (R4 + Ra);
    Display  $I_3$  and  $I_6$ 
    cout << "The source current is " << Is << " Amperes.\n";
    cout << "I3 equals " << I3 << " Amperes.\n";
    cout << "I6 equals " << I6 << " Amperes.\n";
}
```

Body of program

Fig. 7.58 Programa em C++ para analisar o circuito em cascata da Fig. 7.57.

```
Enter R1: 5
Enter R2: 6
Enter R3: 4
Enter R4: 6
Enter R5: 1
Enter R6: 2
Enter E: 240

The total resistance is 8 ohms.
The source current is 30 Amperes.
I3 equals 15 Amperes
I6 equals 10 Amperes
```

Fig. 7.59 Resultado do programa em C++ para o circuito em cascata da Fig. 7.57 com os valores dos parâmetros dados na Fig. 7.27.



to-circuito ou um circuito aberto. Se, por exemplo, não existirem os resistores R_5 e R_6 , isto é, se o circuito tiver apenas duas malhas, basta entrar com valores de R_5 e R_6 muito elevados em comparação com as resistências dos outros elementos do circuito; deste modo eles se comportarão como circuitos abertos para efeito de análise. Esta situação é ilustrada na Fig. 7.60, onde supomos

uma fonte negativa de 60 V. Os valores das correntes são negativos porque o sentido definido no programa é oposto do real. A corrente I_6 é praticamente zero, como deveria ser no caso de R_5 e R_6 não existirem. Se apenas R_1 , R_3 , R_5 ou R_6 estivesse faltando, deveríamos inserir um curto-circuito equivalente. Se estivesse faltando R_2 ou R_4 , deveria ser inserido um circuito aberto equivalente.

```

Enter R1: 10
Enter R2: 220
Enter R3: 12
Enter R4: 100
Enter R5: 1e30
Enter R6: 1e30
Enter E: -60

The total resistance is 84.216866 ohms.
The source current is -0.712446 Amperes.
I3 equals -0.472103 Amperes.
I6 equals -2.360515e-29 Amperes.
  
```

Fig. 7.60 Resultado do programa em C++ para o circuito em cascata da Fig. 7.57 sem os resistores R_5 e R_6 .

PROBLEMAS

SEÇÃO 7.2 Exemplos Descritivos

1. Nos circuitos a seguir (Fig. 7.61), quais os elementos que estão em série e quais os que estão em paralelo? Em outras palavras, quais os elementos que são percorridos pela mesma corrente (série) e quais os que estão submetidos à mesma ddp (paralelo)? Restrinja a análise a elementos isolados, não incluindo nenhuma combinação de elementos.
2. Determine R_T para os circuitos da Fig. 7.62.

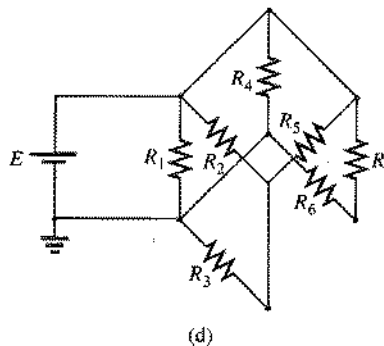
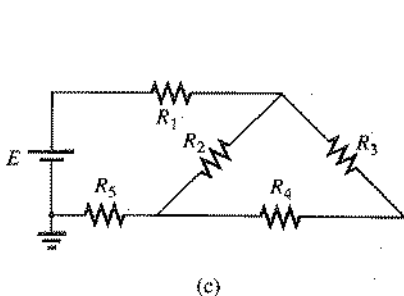
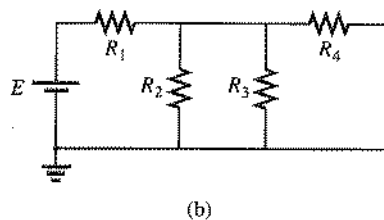
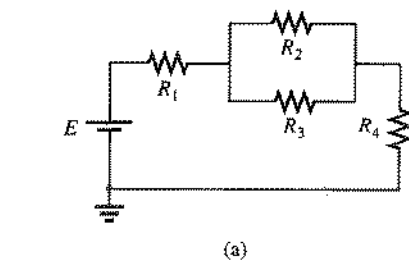


Fig. 7.61 Problema 1.

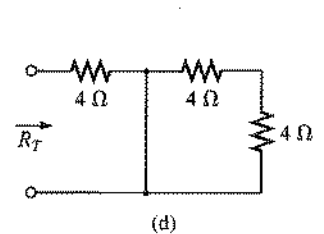
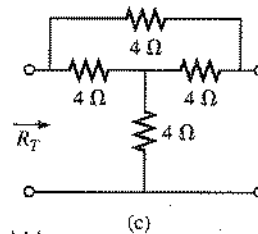
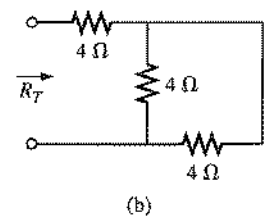
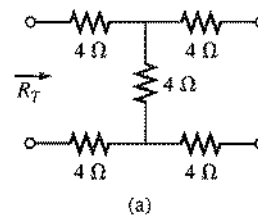


Fig. 7.62 Problema 2.



3. Considere o circuito da Fig. 7.63.
- Temos $I = I_3 = I_6$? Justifique sua resposta.
 - Se $I = 5 \text{ A}$ e $I_1 = 2 \text{ A}$, calcule I_2 .
 - A igualdade $I_1 + I_2 = I_4 + I_5$ é verdadeira? Justifique.
 - Se $V_1 = 6 \text{ V}$ e $E = 10 \text{ V}$, calcule V_2 .
 - Se $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 4 \Omega$ e $R_4 = 1 \Omega$, calcule a resistência total.
 - Se as resistências dos resistores são as fornecidas no item (e) e $E = 10 \text{ V}$, qual o valor de I em ampères?
 - Utilizando os valores dados em (e) e (f), calcule a potência fornecida pela bateria E e dissipada pelos resistores R_1 e R_2 .

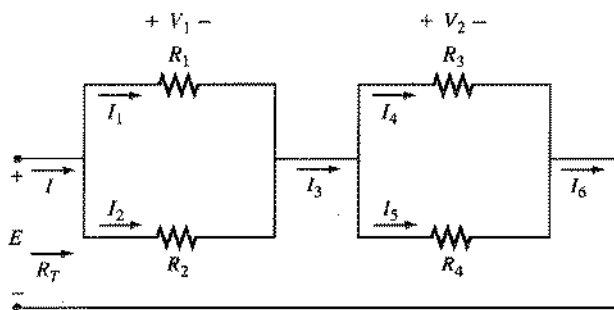


Fig. 7.63 Problema 3.

4. Calcule, no circuito da Fig. 7.64:

- R_T .
- I e I_1 .
- V_3 .

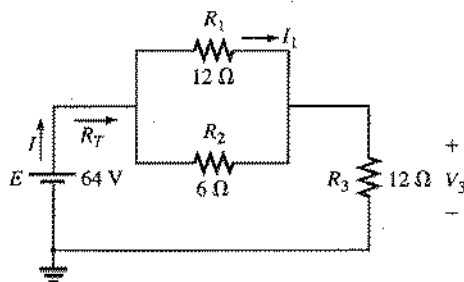


Fig. 7.64 Problema 4.

5. Obtenha, considerando o circuito da Fig. 7.65:

- R_T .
- I_F , I_1 e I_2 .
- V_a .

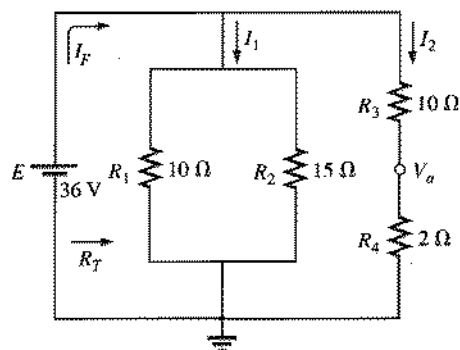


Fig. 7.65 Problema 5.

6. Determine, no circuito da Fig. 7.66, as correntes I_1 e I_2 .

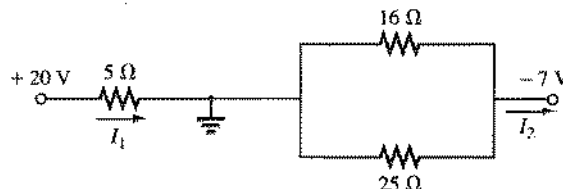


Fig. 7.66 Problema 6.

7. a. Ache a intensidade e o sentido das correntes I , I_1 , I_2 e I_3 no circuito da Fig. 7.67.
b. Indique os sentidos das correntes na mesma figura.

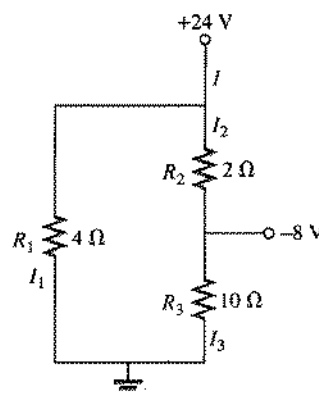


Fig. 7.67 Problema 7.

- *8. Para o circuito da Fig. 7.68:

- Determine as correntes I_1 , I_2 , I_3 e I_4 .
- Calcule V_a e V_{bc} .

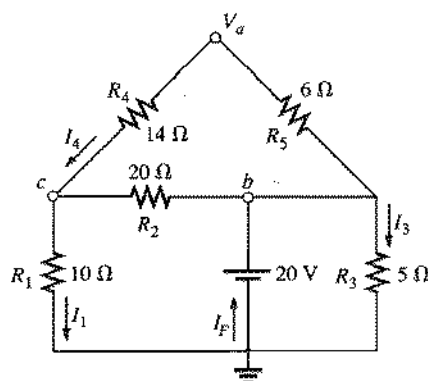


Fig. 7.68 Problema 8.

9. Determine, no circuito da Fig. 7.69:

- A corrente I_1 .
- As correntes I_2 e I_3 .
- As tensões V_a e V_{bc} .

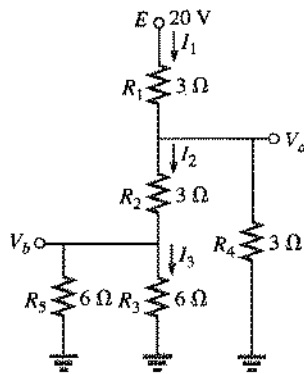


Fig. 7.69 Problema 9.

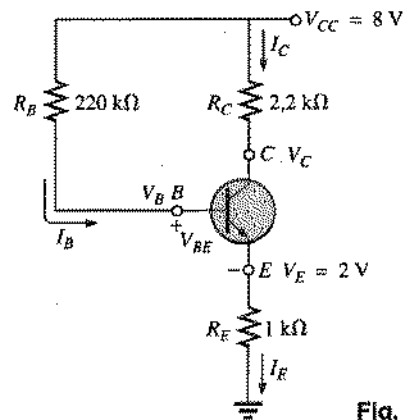


Fig. 7.72 Problema 12.

10. Calcule, no circuito da Fig. 7.70:
- As correntes I e I_6 .
 - As tensões V_1 e V_5 .
 - A potência fornecida ao resistor de $6\text{ k}\Omega$.

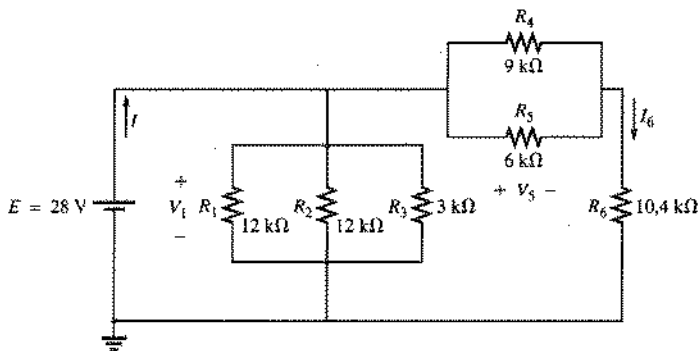


Fig. 7.70 Problema 10.

- *11. Calcule, para o circuito em série-paralelo da Fig. 7.71:
- A corrente I .
 - As correntes I_3 e I_9 .
 - A corrente I_8 .
 - A ddp V_{ab} .

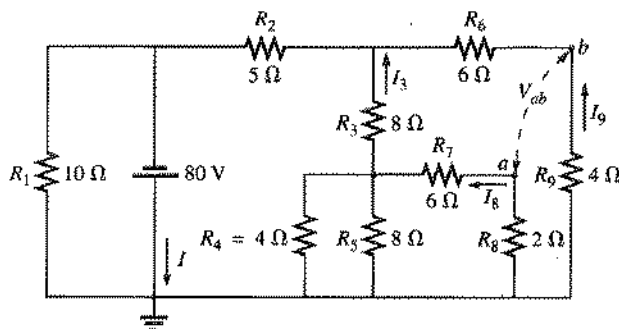


Fig. 7.71 Problema 11.

- *12. Determine os valores estáticos de tensão e corrente para o circuito com um transistor da Fig. 7.72, levando em conta que $V_{BE} = 0,7\text{ V}$, $V_E = 2\text{ V}$, e $I_C = I_E$. Em outras palavras,
- Determine I_C e I_E .
 - Calcule I_B .
 - Determine V_B e V_C .
 - Calcule V_{CE} e V_{BC} .

- *13. Na Fig. 7.73 vemos o circuito de polarização básico para o transistor de efeito de campo (FET, field-effect transistor), um componente muito usado hoje em dia em equipamentos eletrônicos. (Polarização significa simplesmente a aplicação de tensões contínuas para estabelecer um conjunto particular de condições de operação.) Mesmo que você não esteja familiarizado com o FET, você poderá realizar, utilizando somente as leis básicas introduzidas neste capítulo e as informações fornecidas pela figura, a seguinte análise:
- Determinar as tensões V_G e V_F .
 - Calcular as correntes I_1 , I_2 , I_D e I_F .
 - Determinar V_{DS} .
 - Calcular V_{DC} .

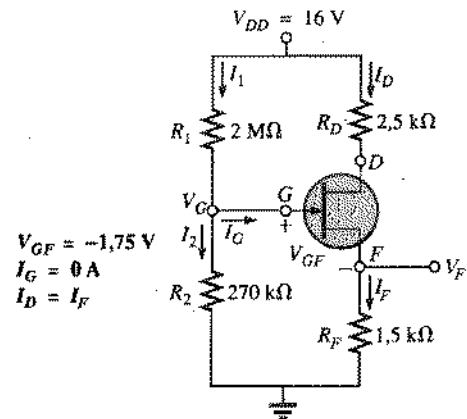


Fig. 7.73 Problema 13.

- *14. Determine, para o circuito da Fig. 7.74:
- R_T .
 - V_T .
 - V_1 .
 - V_2 .
 - I (dando também o seu sentido).

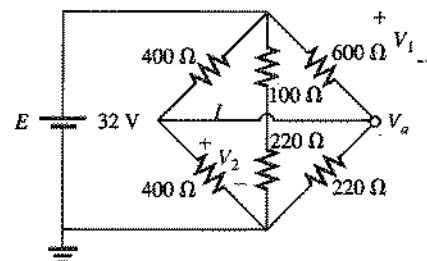


Fig. 7.74 Problema 14.



15. No circuito da Fig. 7.75:
- Determine a corrente I .
 - Encontre V .

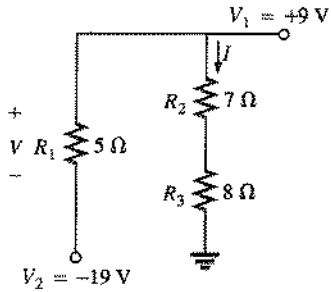


Fig. 7.75 Problema 15.

- *16. Calcule a corrente I e as tensões V_a , V_b e V_{ab} para o circuito da Fig. 7.76.

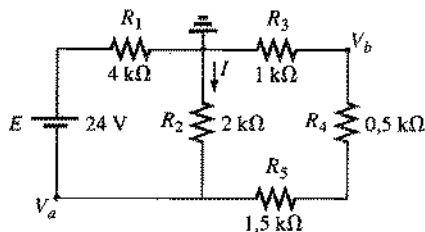


Fig. 7.76 Problema 16.

17. Na configuração da Fig. 7.77:
- Encontre as correntes I_2 , I_6 e I_8 .
 - Calcule as tensões V_4 e V_9 .

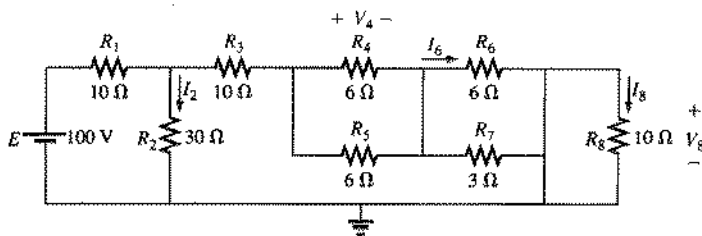


Fig. 7.77 Problema 17.

18. Determine V e I para o circuito da Fig. 7.78.

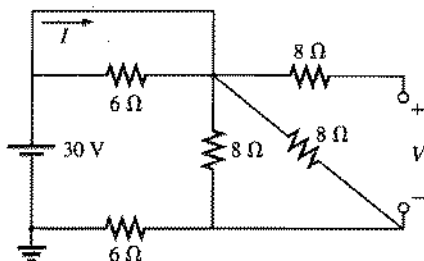


Fig. 7.78 Problema 18.

- *19. No circuito da Fig. 7.79:

- Determine R_T combinando as resistências entre si.
- Calcule V_1 e V_4 .
- Calcule I_3 , dando o seu sentido.
- Determine I_F encontrando a corrente que percorre cada um dos componentes e aplicando em seguida a lei de Kirchhoff para correntes. Calcule R_T usando $R_T = E/I_F$ e compare o resultado com o do item (a).

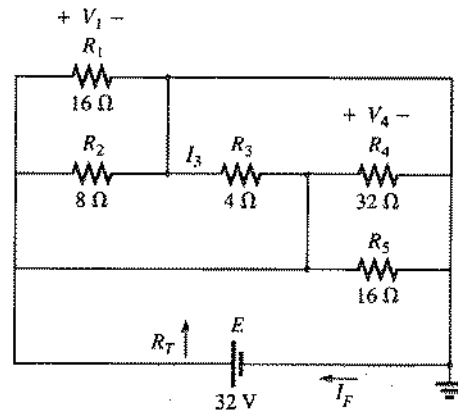


Fig. 7.79 Problema 19.

20. Determine no circuito da Fig. 7.80:

- A tensão V_{ab} . (Sugestão: Use a lei de Kirchhoff para tensões.)
- A corrente I .

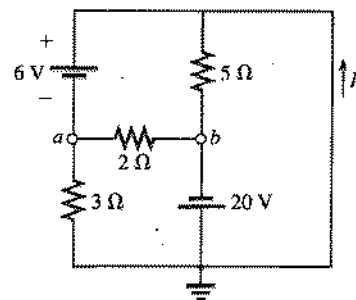


Fig. 7.80 Problema 20.

- *21. Para o circuito da Fig. 7.81:

- Calcule a corrente I .
- Obtenha a tensão de circuito aberto V .

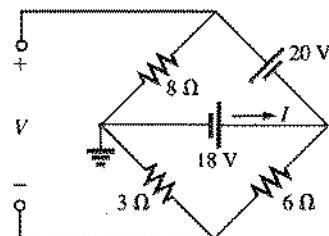


Fig. 7.81 Problema 21.



- *22. Calcule a resistência R_3 no circuito da Fig. 7.82, se a corrente que atravessa esta resistência é 2 A.

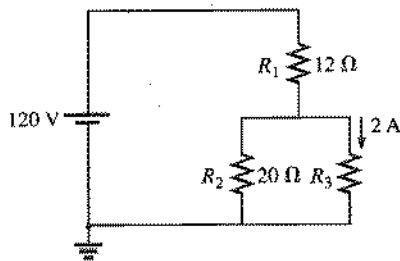


Fig. 7.82 Problema 22.

- *23. Se todos os resistores no cubo da Fig. 7.83 são de $10\ \Omega$, qual é a resistência total do circuito? (Sugestão: faça algumas hipóteses básicas a respeito da forma como a corrente se distribui pelas resistências que compõem o cubo.)

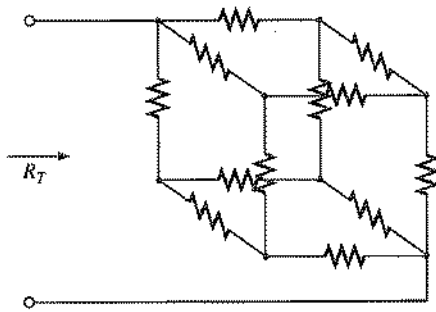


Fig. 7.83 Problema 23.

- *24. Na Fig. 7.84 a leitura do voltímetro é $V = 27\text{ V}$:
 a. O circuito funciona corretamente?
 b. Em caso negativo, qual a possível causa da leitura incorreta?

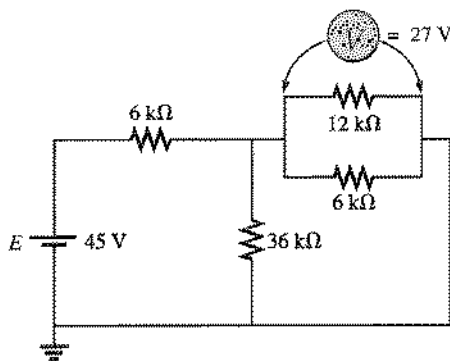


Fig. 7.84 Problema 24.

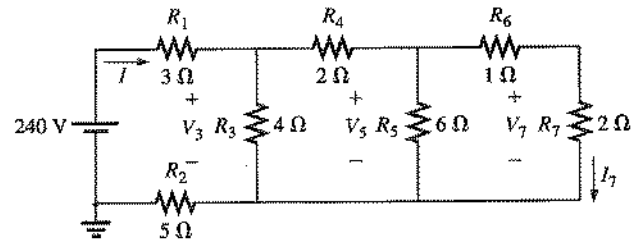


Fig. 7.85 Problema 25.

26. No circuito em cascata da Fig. 7.86:
 a. Determine R_T .
 b. Calcule I .
 c. Calcule I_8 .

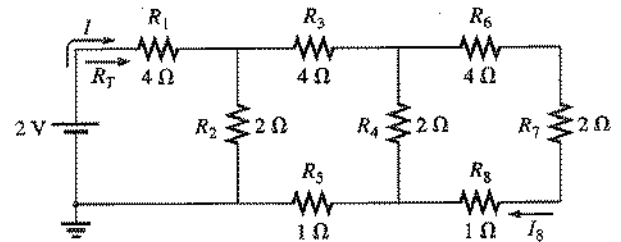


Fig. 7.86 Problema 26.

- *27. Determine a potência fornecida à carga de $10\ \Omega$ da Fig. 7.87.

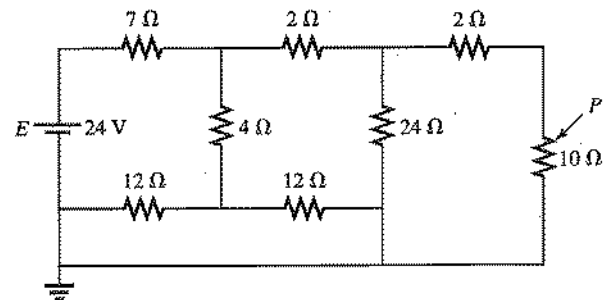


Fig. 7.87 Problema 27.

- *28. Para a configuração de cascata múltipla da Fig. 7.88:
 a. Determine I .
 b. Calcule I_4 .

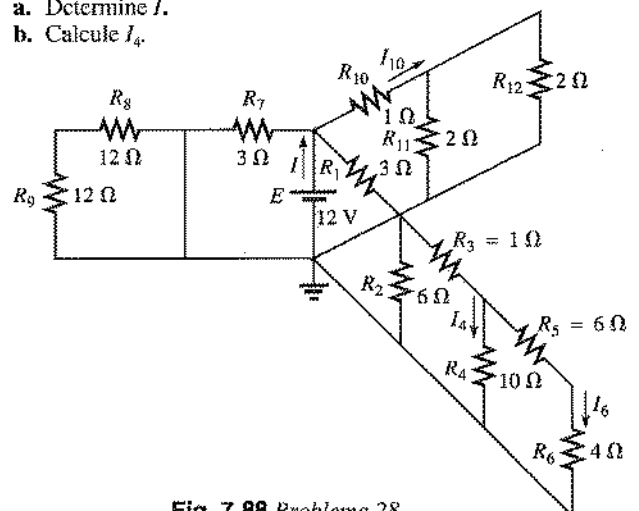


Fig. 7.88 Problema 28.

SEÇÃO 7.3 Circuitos em Cascata

25. Determine, para o circuito em cascata da Fig. 7.85:
 a. A corrente I .
 b. A corrente I_7 .
 c. As tensões V_3 , V_5 e V_7 .
 d. A potência entregue a R_7 , comparando-a com a potência entregue pela fonte de 240 V.



- c. Obtenha I_0 .
- d. Encontre I_{10} .

SEÇÃO 7.4 Fonte com Divisor de Tensão (Com Carga e Sem Carga)

29. Dada a fonte com divisor de tensão da Fig. 7.89:
- a. Calcule a tensão da fonte E .
 - b. Determine os resistores de carga R_{C1} e R_{C2} .
 - c. Determine os resistores do divisor de tensão R_1 , R_2 e R_3 .

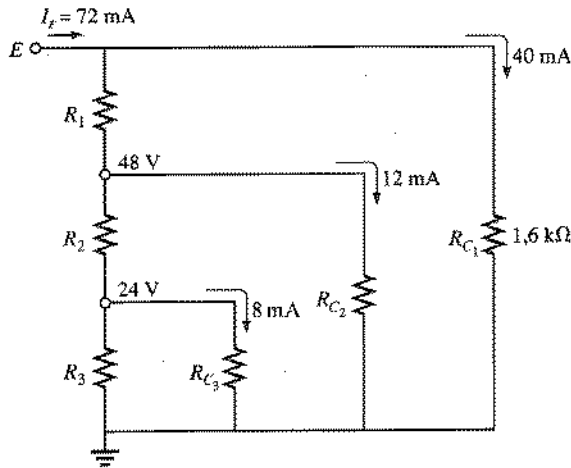


Fig. 7.89 Problema 29.

- *30. Determine os resistores da fonte com divisor de tensão para o circuito da Fig. 7.90. Calcule também a dissipação de potência necessária para cada resistor, comparando os valores entre si.

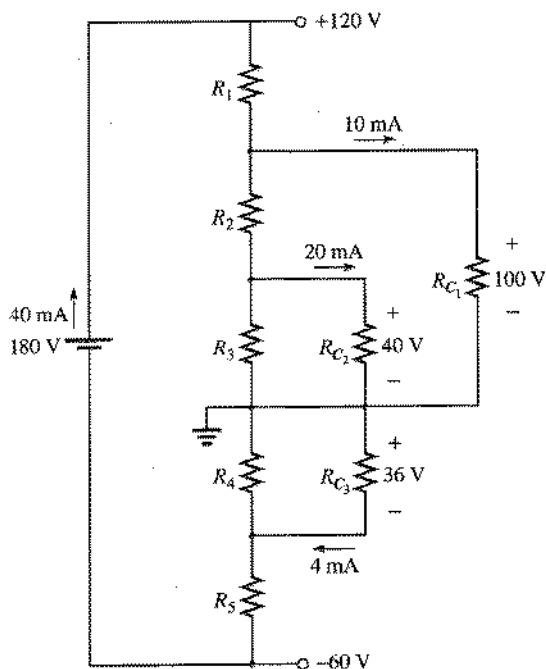


Fig. 7.90 Problema 30.

SEÇÃO 7.5 Ligação de uma Carga a um Potenciômetro

- *31. Para o sistema da Fig. 7.91:
- a. O projeto parece ser aceitável, à primeira vista?
 - b. Na ausência da carga de $10 \text{ k}\Omega$, quais são os valores de R_1 e R_2 de modo que a ddp entre os terminais de R_2 seja 3 V ?
 - c. Determine os valores de R_1 e R_2 quando a carga é conectada e compare com o resultado do item (b).

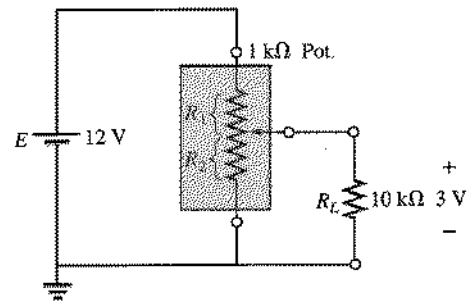


Fig. 7.91 Problema 31.

- *32. Para o potenciômetro da Fig. 7.92:
- a. Quais são, na ausência de cargas, as tensões V_{ab} e V_{bc} ?
 - b. Se forem conectadas as cargas na figura, quais os novos valores de V_{ab} e V_{bc} ?
 - c. Qual a potência dissipada pelo potenciômetro com as cargas indicadas na figura?
 - d. Qual a potência dissipada pelo potenciômetro na ausência de carga? Compare com o resultado do item (c).

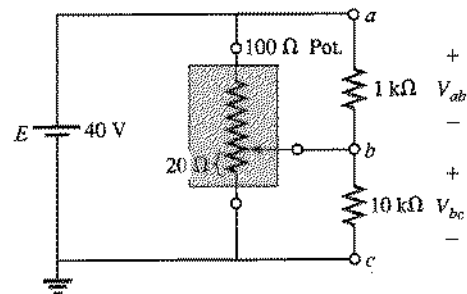


Fig. 7.92 Problema 32.

SEÇÃO 7.6 Projeto de Amperímetros, Voltímetros e Ohmímetros

33. Um galvanômetro de d'Arsonval é especificado como sendo de 1 mA , 100Ω .
 - a. Qual é a sensibilidade de corrente?
 - b. Projete um amperímetro para 20 A utilizando este galvanômetro. Desenhe o circuito com o valor dos componentes.
34. Utilizando um galvanômetro de d'Arsonval de $50 \mu\text{A}$, 1000Ω , projete um miliamperímetro com escalas de 25 , 50 e 100 mA . Desenhe o circuito com o valor dos componentes.
35. As especificações de um galvanômetro de d'Arsonval são $50 \mu\text{A}$, 1000Ω .

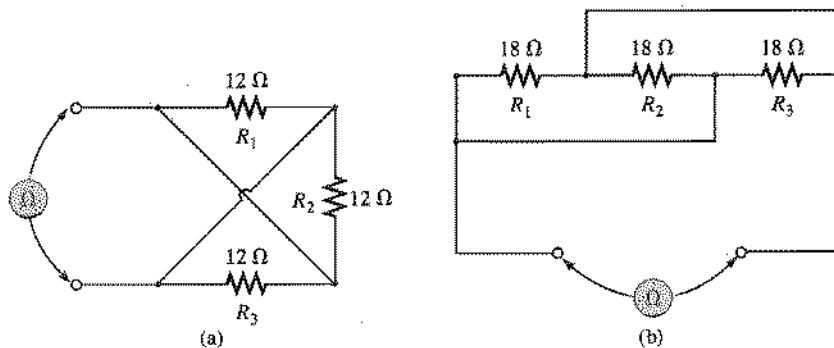


Fig. 7.93 Problema 40.

- a. Projete, desenhando os circuitos com os valores dos componentes um voltímetro de 15 V.
- b. Qual a razão Ω/V para este voltímetro?
36. Projete, utilizando um galvanômetro de d'Arsonval de 1 mA, 100 Ω , um voltímetro com escalas de 5, 50 e 500 V. Desenhe o circuito com os valores dos componentes.
37. Um medidor digital tem uma resistência interna de 10 M Ω na escala de 0,5 V. Se você quisesse construir um voltímetro analógico, utilizando um galvanômetro de d'Arsonval, com a mesma resistência interna na mesma escala de voltagem, qual deveria ser a sensibilidade de corrente?
- * 38. a. Projete um ohmímetro em série utilizando um galvanômetro de 100 μA , 1000 Ω , um ajuste de zero com valor máximo igual a 2 k Ω , uma bateria de 3 V e um resistor em série cujo valor deve ser determinado.
b. Calcule a resistência necessária no caso de deflexões de 3/4 da escala, 1/2 da escala e 1/4 da escala.
c. Utilizando os resultados do item (b), desenhe a escala a ser utilizada com este ohmímetro.
39. Descreva a estrutura e o modo de operação de um megohmímetro.
- * 40. Quais as leituras do ohmímetro nas configurações da Fig. 7.93?

SEÇÃO 7.8 Análise Computacional

PSpice (DOS)

41. Escreva o arquivo de entrada para o circuito da Fig. 7.8, solicitando os valores de I_1 , I_3 e I_6 .
42. Escreva o arquivo de entrada para o circuito da Fig. 7.18 de modo a obter V_1 , V_2 e I .

PSpice (Windows)

43. Utilizando um diagrama esquemático, determine V_1 , V_3 , V_{ab} e I_p para o circuito da Fig. 7.16.
44. Determine, utilizando um diagrama esquemático, I_p , I_5 e V_7 para o circuito da Fig. 7.22.

Linguagens de Programação (C++, BASIC, PASCAL etc.)

45. Escreva um programa para obter a solução completa para o circuito da Fig. 7.6, isto é, dados todos os parâmetros, calcule a corrente, tensão e potência associadas a cada elemento.
46. Escreva um programa para calcular todas as grandezas pedidas no Exemplo 7.8, dados os parâmetros do circuito.

GLOSSÁRIO

Circuito em cascata Circuito que consiste em uma série de combinações em série-paralelo e que tem a aparência de uma escada.

Circuito em série-paralelo Circuito que consiste em uma combinação de ramos em série e em paralelo.

Galvanômetro de d'Arsonval Bobina com núcleo de ferro montada em rolamentos entre os pólos de um ímã permanente. Um ponteiro

ligado ao núcleo móvel indica a intensidade da corrente que passa pela bobina.

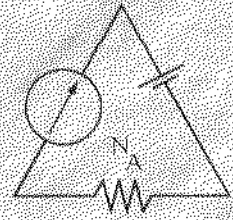
Megohmímetro Instrumento destinado a medir resistências muito altas, na faixa dos megohms.

Ohmímetro em série Instrumento para medir resistências no qual o galvanômetro é ligado em série com a resistência desconhecida.

Transistor Componente eletrônico semicondutor com três terminais, que pode ser usado para amplificação ou chaveamento.

8

Métodos de Análise e Tópicos Seleccionados (Corrente Contínua)



8.1 INTRODUÇÃO

Os circuitos descritos nos capítulos anteriores tinham somente uma fonte ou duas ou mais fontes em série ou em paralelo. O procedimento descrito passo a passo nesses capítulos não pode ser aplicado se as fontes não estiverem ligadas em série ou em paralelo. Existirá uma interação entre as fontes que não permitirá o uso da técnica de redução descrita no Cap. 7 para encontrar grandezas como a resistência total e a corrente fornecida pela fonte.

Foram desenvolvidos métodos de análise que nos permitem, de maneira sistemática, resolver um circuito com qualquer número de fontes em qualquer arranjo. Esses métodos podem também ser aplicados a circuitos com somente uma fonte. Os procedimentos que serão discutidos neste capítulo são a *análise das correntes nos ramos*, o *método das malhas* e o *método dos nós*. Qualquer deles pode ser aplicado a um circuito dado. O “melhor” método não pode ser definido por regras, mas somente adquirindo-se uma compreensão clara e bem-fundamentada das vantagens relativas de cada um. Todos esses métodos podem ser aplicados a circuitos *lineares bilaterais*. O termo *linear* indica que as características dos elementos do circuito (como por exemplo os resistores) são independentes da tensão entre os seus terminais e da corrente que os atravessa. O segundo termo, *bilateral*, se refere ao fato de que não há mudanças no comportamento ou características de um elemento se a corrente ou a tensão entre os seus terminais for revertida. Dos três métodos listados acima, o das correntes nos ramos é o único que não se aplica apenas a dispositivos bilaterais. Antes de discutirmos os métodos em profundidade, precisamos falar sobre as fontes de corrente e as conversões entre fontes de corrente e de tensão. No final do capítulo, vamos discutir os circuitos em ponte e as conversões Δ -Y e Y- Δ . No Cap. 9 apresentaremos os importantes teoremas de análise de circuitos que podem ser empregados para resolver circuitos com mais de uma fonte.

8.2 FONTES DE CORRENTE

O conceito de fonte de corrente foi introduzido na Seção 2.4, na qual mostramos a fotografia de uma fonte comercial. Precisamos agora analisar suas características detalhadamente, de modo a poder determinar corretamente seu efeito sobre os circuitos a serem examinados neste capítulo.

A fonte de corrente é frequentemente chamada de *dual* da fonte de tensão. Uma bateria fornece uma tensão *fixa*, com a corrente por ela fornecida podendo variar de acordo com a carga, enquanto a fonte de corrente fornece uma corrente *fixa*, com a tensão de saída podendo variar de acordo com a carga. O termo *dualidade* implica simplesmente o intercâmbio de corrente e tensão para distinguir as características dos dois tipos de fontes.



O interesse por fontes de corrente se deve principalmente a dispositivos semicondutores como o transistor. Nos cursos de eletrônica básica você aprenderá que o transistor é um dispositivo controlado pela corrente. No modelo físico (circuito equivalente) de um transistor usado na análise de circuitos transistorizados aparece uma fonte de corrente, como vemos na Fig. 8.1. O símbolo de fonte de tensão está ilustrado na mesma figura. O sentido da seta dentro do círculo indica o sentido no qual a corrente está sendo fornecida.

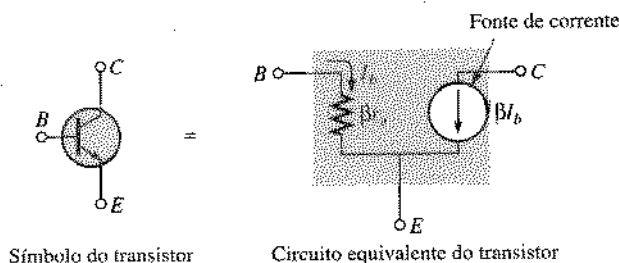


Fig. 8.1 Fonte de corrente no circuito equivalente de um transistor.

Para fins de comparação, as características de saída de fontes ideais de corrente e de tensão contínua são apresentadas na Fig. 8.2, com a denominação *ideal* significando fontes perfeitas, ou seja, que não apresentam perdas internas. Note que, para a fonte de tensão, a voltagem de saída é E volts, independentemente da corrente I . O sentido e a intensidade de I irão ser determinados pelo circuito ao qual a fonte está conectada.

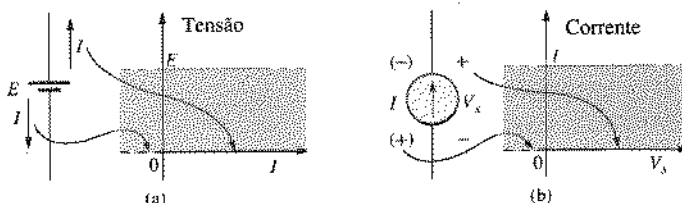


Fig. 8.2 Comparação entre as características de fontes ideais de tensão e corrente.

As características de uma fonte ideal de corrente, mostradas na Fig. 8.2(b), revelam que a intensidade da corrente fornecida é independente da tensão entre os terminais da fonte. A polaridade e intensidade da tensão da fonte V_f serão determinadas pelo circuito ao qual a fonte está conectada.

Para qualquer circuito com uma única fonte de tensão, a corrente irá ter o sentido indicado à direita da bateria na Fig. 8.2(a). Para qualquer circuito com uma única fonte de corrente, a polaridade da tensão será a indicada à direita da fonte de corrente na Fig. 8.2(b).

Em resumo:

Uma fonte de corrente determina a corrente no ramo onde está situada

e

a intensidade e a polaridade da tensão entre os terminais de uma fonte de corrente são uma função do circuito do qual ela faz parte.

EXEMPLO 8.1 Encontre a tensão da fonte V_f e a corrente I_1 para o circuito da Fig. 8.3.

Solução:

$$I_1 = I = 10 \text{ mA}$$

$$V_f = V_1 = I_1 R_1 = (10 \text{ mA})(20 \text{ k}\Omega) = 200 \text{ V}$$

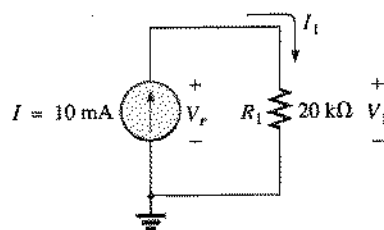


Fig. 8.3 Exemplo 8.1.

EXEMPLO 8.2 Encontre a tensão V_f e as correntes I_1 e I_2 para o circuito da Fig. 8.4.

Solução:

$$V_f = E = 12 \text{ V}$$

$$I_2 = \frac{V_R}{R} = \frac{E}{R} = \frac{12 \text{ V}}{4 \Omega} = 3 \text{ A}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes:

$$I = I_1 + I_2$$

$$I_1 = I - I_2 = 7 \text{ A} - 3 \text{ A} = 4 \text{ A}$$

e

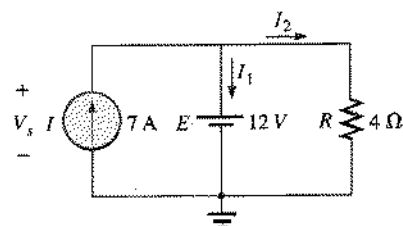


Fig. 8.4 Exemplo 8.2.

EXEMPLO 8.3 Determine a corrente I_1 e a tensão V_f no circuito da Fig. 8.5.

Solução: Usando a regra dos divisores de corrente:

$$I_1 = \frac{R_2 I}{R_2 + R_1} = \frac{(1 \Omega)(6 \text{ A})}{1 \Omega + 2 \Omega} = 2 \text{ A}$$

A tensão V_1 é

$$V_1 = I_1 R_1 = (2 \text{ A})(2 \Omega) = 4 \text{ V}$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões,

$$+V_s - V_1 - 20 \text{ V} = 0$$

e

$$V_f = V_1 + 20 \text{ V} = 4 \text{ V} + 20 \text{ V} = 24 \text{ V}$$

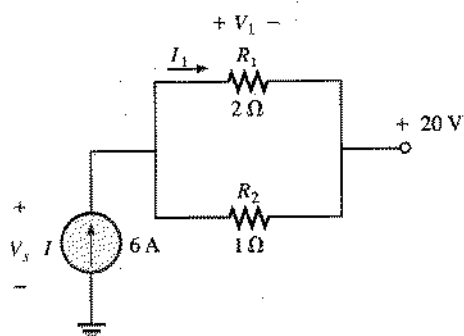


Fig. 8.5 Exemplo 8.3.

Note a polaridade de V_1 , determinada pelo circuito com múltiplas fontes.

8.3 CONVERSÕES DE FONTES

A fonte de corrente descrita na seção anterior é chamada de *fonte ideal* devido à ausência de resistência interna. Na realidade, todas as fontes — sejam de tensão ou corrente — possuem alguma resistência interna nas posições relativas indicadas nas Figs. 8.6 e 8.7. Para a fonte de tensão, se $R_f = 0\ \Omega$ ou é tão pequena que pode ser ignorada, temos uma fonte de tensão “ideal”. Para a fonte de corrente, se $R_f = \infty\ \Omega$ ou é tão grande comparada aos outros elementos em paralelo que pode ser ignorada, temos uma fonte de corrente “ideal”.

Se levarmos em conta a resistência interna de qualquer dos dois tipos de fonte, então cada uma delas pode ser convertida para o outro tipo usando o procedimento a ser descrito nesta seção. Como tal conversão é, com frequência, vantajosa, esta seção in-

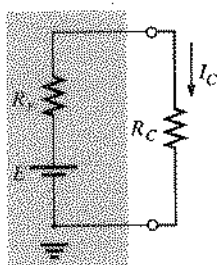


Fig. 8.6 Fonte de tensão real.

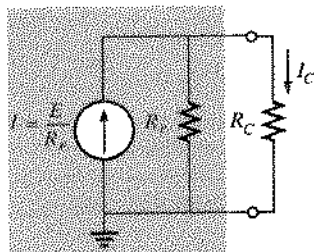


Fig. 8.7 Fonte de corrente real.

teira é dedicada ao entendimento de todos os passos. É importante salientar, entretanto, que

conversões definem fontes que são equivalentes somente no que se refere aos seus terminais externos.

As características internas de cada tipo são bastante diferentes.

Desejamos a equivalência para assegurar que a carga aplicada às fontes das Figs. 8.6 e 8.7 receba a mesma corrente, tensão e potência dos dois tipos de fonte, sem “saber” qual tipo está presente.

Na Fig. 8.6, a corrente na carga, I_c , é dada por

$$I_c = \frac{E}{R_f + R_c}$$

Se multiplicarmos por um fator 1, que podemos definir como R_f/R_f , obtemos

$$I_c = \frac{(1)E}{R_f + R_c} = \frac{(R_f/R_f)E}{R_f + R_c} = \frac{R_f(E/R_f)}{R_f + R_c} = \frac{R_f I}{R_f + R_c} \quad (8.2)$$

Se definirmos $I = E/R_f$, a Eq. 8.2 é a mesma que obtemos aplicando a regra dos divisores de corrente ao circuito da Fig. 8.7. O resultado é uma equivalência entre os circuitos das Figs. 8.6 e 8.7 que exige simplesmente que $I = E/R_f$ e que o resistor em série R_f da Fig. 8.6 seja colocado em paralelo, como na Fig. 8.7. A validade deste enunciado é demonstrada no primeiro exemplo desta seção.

Por uma questão de clareza, as fontes equivalentes, *no que se refere aos terminais a e b*, aparecem novamente na Fig. 8.8, juntamente com as equações que efetuam a conversão em ambos os sentidos. Note, como indicado, que o resistor R_f é o mesmo em cada fonte; somente sua posição muda. A corrente da fonte de corrente (ou a tensão da fonte de tensão) é determinada usando a definição de resistência e os parâmetros da outra configuração. Já foi ressaltado com algum detalhe no Cap. 6 que toda fonte de tensão possui uma resistência interna em série. Para a fonte de corrente, sempre irá existir, nos casos reais, uma resistência interna em paralelo. Entretanto, em muitos casos, é uma excelente aproximação ignorar a resistência interna em comparação com a resistência dos elementos do circuito ao qual a fonte está ligada. Por essa razão, na análise que se segue, as fontes de tensão podem aparecer sem um resistor em série, e as fontes de corrente podem aparecer sem uma resistência em paralelo. É preciso não esquecer, porém, que, para realizar uma conversão de um tipo de fonte para outro, a fonte de tensão precisa ter um resistor em série, e a fonte de corrente precisa ter um resistor em paralelo.

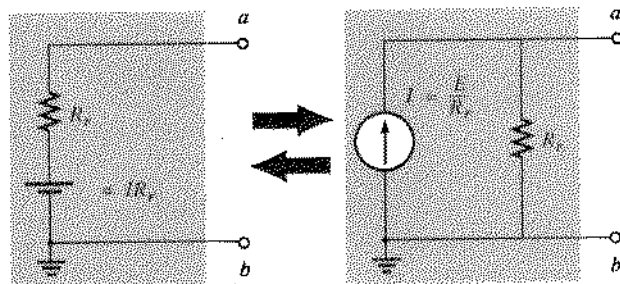


Fig. 8.8 Conversão de fonte.

**EXEMPLO 8.4**

- Converta a fonte de tensão da Fig. 8.9(a) em uma fonte de corrente e calcule a corrente na carga de $4\ \Omega$ para cada tipo de fonte.
- Substitua a carga de $4\ \Omega$ por uma de $1\ \text{k}\Omega$ e calcule a corrente I_C para a fonte de tensão.
- Repita o cálculo do item (b) supondo uma fonte de tensão ideal ($R_F = 0\ \Omega$), pois R_C é muito maior que R_F . Esta é uma das situações em que considerar a fonte como ideal leva a uma aproximação apropriada?

Soluções:

- a. Veja Fig. 8.9.

$$\text{Fig. 8.9(a): } I_C = \frac{E}{R_F + R_C} = \frac{6\ \text{V}}{2\ \Omega + 4\ \Omega} = 1\ \text{A}$$

$$\text{Fig. 8.9(b): } I_C = \frac{R_F I}{R_F + R_C} = \frac{(2\ \Omega)(3\ \text{A})}{2\ \Omega + 4\ \Omega} = 1\ \text{A}$$

$$\text{b. } I_C = \frac{E}{R_F + R_C} = \frac{6\ \text{V}}{2\ \Omega + 1\ \text{k}\Omega} \approx 5,99\ \text{mA}$$

$$\text{c. } I_C = \frac{E}{R_C} = \frac{6\ \text{V}}{1\ \text{k}\Omega} = 6\ \text{mA} \approx 5,99\ \text{mA}$$

Sim, $R_C \gg R_F$ (fonte de tensão).

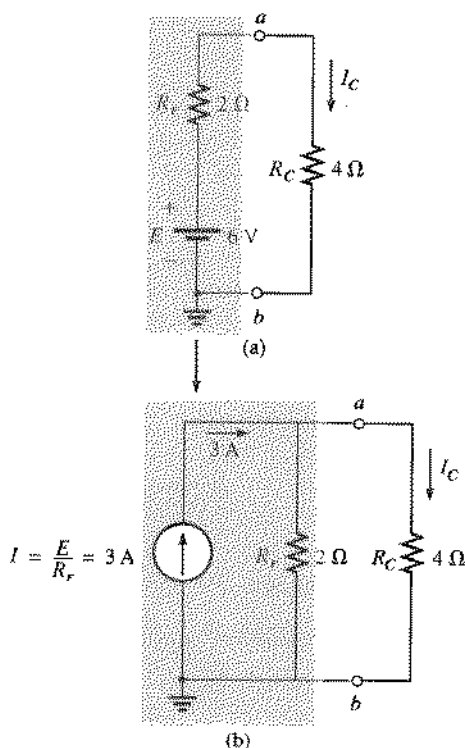


Fig. 8.9 Exemplo 8.4.

EXEMPLO 8.5

- Converta a fonte de corrente da Fig. 8.10(a) em uma fonte de tensão e encontre a corrente na carga para cada fonte.
- Substitua a fonte de $6\ \text{k}\Omega$ por uma de $10\ \Omega$ e calcule a corrente I_C para a fonte de corrente.
- Repita o cálculo da letra (b) supondo a fonte de corrente como ideal ($R_F = \infty\ \Omega$) pois R_C é muito menor do que R_F . Esta é uma das situações em que a consideração da fonte como ideal leva a uma aproximação apropriada?

Soluções:

- a. Veja Fig. 8.10.

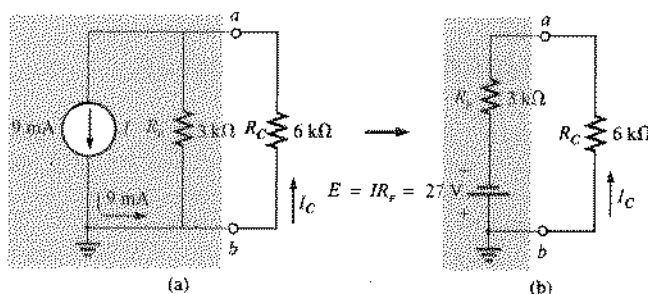


Fig. 8.10 Exemplo 8.5.

$$\text{Fig. 8.10(a): } I_C = \frac{R_F I}{R_F + R_C} = \frac{(3\ \text{k}\Omega)(9\ \text{mA})}{3\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega} = 3\ \text{mA}$$

$$\text{Fig. 8.10(b): } I_C = \frac{E}{R_F + R_C} = \frac{27\ \text{V}}{3\ \text{k}\Omega + 6\ \text{k}\Omega} = \frac{27\ \text{V}}{9\ \text{k}\Omega} = 3\ \text{mA}$$

$$\text{b. } I_C = \frac{R_F I}{R_F + R_C} = \frac{(3\ \text{k}\Omega)(9\ \text{mA})}{3\ \text{k}\Omega + 10\ \Omega} \approx 8,97\ \text{mA}$$

$$\text{c. } I_C = I = 9\ \text{mA} \approx 8,97\ \text{mA}$$

Sim, $R_F \gg R_C$ (fonte de corrente).

8.4 FONTES DE CORRENTE EM PARALELO

Se duas ou mais fontes de corrente estão em paralelo, elas podem ser substituídas por uma única fonte resultante, com a corrente tendo a intensidade e sentido da corrente da fonte resultante; estas grandezas podem ser encontradas através da diferença entre a soma das correntes em um sentido e a soma das correntes no sentido oposto. A nova resistência em paralelo é determinada pelos métodos descritos na discussão de resistores em paralelo no Cap. 5. Considere os exemplos a seguir.

EXEMPLO 8.6 Reduza as fontes de corrente em paralelo das Figs. 8.11 e 8.12 a uma única fonte de corrente.

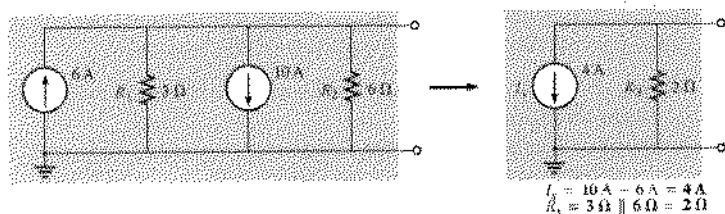


Fig. 8.11 Exemplo 8.6.

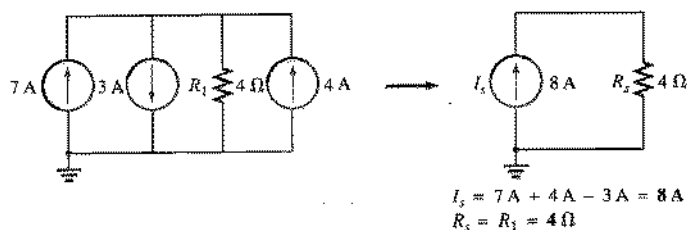


Fig. 8.12 Exemplo 8.6.

Solução: Veja a solução nas figuras correspondentes.

EXEMPLO 8.7 Reduza o circuito da Fig. 8.13 a uma única fonte e calcule a corrente em R_L .

Solução: Neste exemplo, a fonte de tensão será primeiro convertida em uma fonte de corrente, como vemos na Fig. 8.14. Combinando as fontes de corrente,

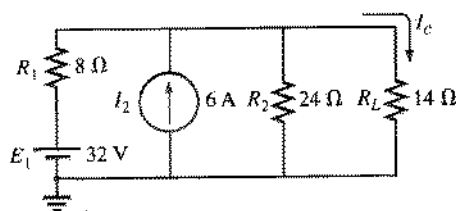


Fig. 8.13 Exemplo 8.7.

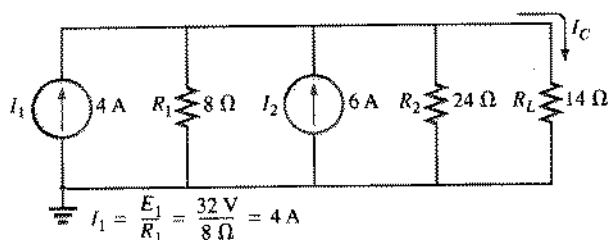


Fig. 8.14 O circuito da Fig. 8.13 depois da conversão da fonte de tensão em fonte de corrente.

$$I_s = I_1 + I_2 = 4\text{ A} + 6\text{ A} = 10\text{ A}$$

$$R_s = R_1 \parallel R_2 = 8\ \Omega \parallel 24\ \Omega = 6\ \Omega$$

Aplicando a regra dos divisores de corrente ao circuito resultante da Fig. 8.15,

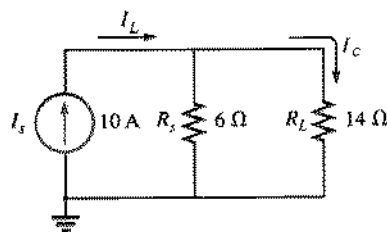


Fig. 8.15 O circuito da Fig. 8.14 reduzido a sua forma mais simples.

$$I_c = \frac{R_s I_s}{R_s + R_L} = \frac{(6\ \Omega)(10\text{ A})}{6\ \Omega + 14\ \Omega} = \frac{60\text{ A}}{20} = 3\text{ A}$$

EXEMPLO 8.8 Determine a corrente I_2 no circuito da Fig. 8.16.

Solução: Embora possa parecer que o circuito não pode ser resolvido usando os métodos introduzidos até aqui, uma conversão de fonte, conforme ilustra a Fig. 8.17, irá resultar em um circuito em série simples:

$$E_F = I_1 R_1 = (4\text{ A})(3\ \Omega) = 12\text{ V}$$

$$R_F = R_1 = 3\ \Omega$$

$$I_2 = \frac{E_F + E_2}{R_F + R_2} = \frac{12\text{ V} + 5\text{ V}}{3\ \Omega + 2\ \Omega} = \frac{17\text{ V}}{5\ \Omega} = 3,4\text{ A}$$

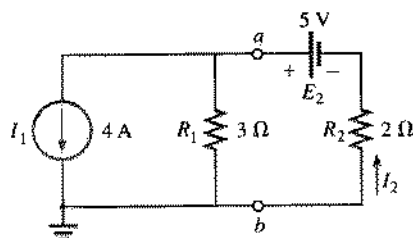


Fig. 8.16 Exemplo 8.8.

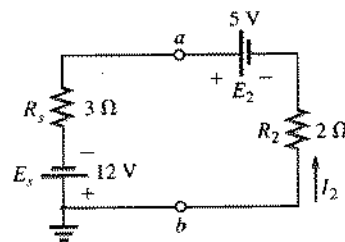


Fig. 8.17 O circuito da Fig. 8.16 após a conversão da fonte de corrente em fonte de tensão.

8.5 FONTES DE CORRENTE EM SÉRIE

A corrente em qualquer ramo de um circuito pode ter somente um valor. Para a situação indicada no ponto a da Fig. 8.18 observamos, ao aplicar a lei de Kirchhoff para correntes, que a corrente que sai deste ponto é maior que a corrente que entra — uma situação impossível. Assim,

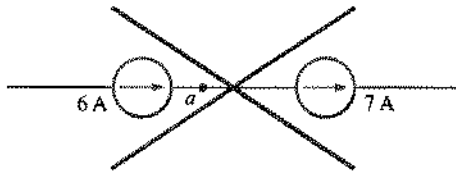


Fig. 8.18 Situação impossível.

fontes de corrente de diferentes intensidades não podem ser ligadas em série,

assim como fontes de tensão de diferentes valores não podem ser ligadas em paralelo.

8.6 ANÁLISE DAS CORRENTES NOS RAMOS

Iremos considerar agora o primeiro de uma série de métodos para resolver circuitos com duas ou mais fontes. Uma vez que tenhamos dominado esse método, não existirá circuito linear de corrente contínua que não possamos resolver. Tenha em mente que circuitos com duas fontes de tensão isoladas não podem ser resolvidos usando os métodos do Cap. 7. Para certificar-se disso, tente encontrar os elementos desconhecidos do Exemplo 8.9 usando os métodos introduzidos no Cap. 7. O circuito da Fig. 8.21 pode ser resolvido usando as conversões de fonte descritas na última seção, mas o método a ser descrito nesta seção possui aplicações muito além da configuração deste circuito. A introdução mais direta a um método desse tipo é listar a série de passos necessários à sua aplicação. São quatro passos, como veremos adiante. Antes de continuar, entenda que esse método irá fornecer a corrente em cada ramo do circuito, a *corrente do ramo*.

Uma vez que esta seja conhecida, todas as outras grandezas, como tensão e potência, podem ser facilmente determinadas.

1. *Associe uma corrente distinta de sentido arbitrário a cada ramo do circuito.*
2. *Indique as polaridades para cada resistor, de acordo com o sentido escolhido para a corrente.*
3. *Aplique a lei de Kirchhoff para tensões a várias malhas do circuito.*

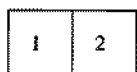
A melhor maneira de determinar quantas vezes a lei de Kirchhoff para tensões terá que ser aplicada é descobrir o número de "janelas" no circuito. O circuito do Exemplo 8.9 é, conforme veremos mais adiante, equivalente à configuração de duas janelas da Fig. 8.19(a). Assim, a lei de Kirchhoff para tensões será aplicada duas vezes. Para circuitos com três janelas, como visto na Fig. 8.19(b), são necessárias três aplicações desta lei de Kirchhoff, e assim por diante.

4. *Aplique a lei de Kirchhoff para correntes ao número mínimo de nós que inclua todas as correntes nos ramos do circuito.*

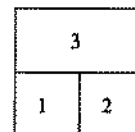
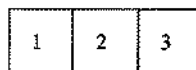
O número mínimo é uma unidade a menos que o número de nós independentes do circuito. Para os objetivos desta análise, um nó é uma junção de dois ou mais ramos, enquanto um ramo é qualquer combinação de elementos em série. A Fig. 8.20 ilustra o número de aplicações da lei de Kirchhoff para correntes necessário para cada uma das configurações da Fig. 8.19.

5. *Resolva as equações lineares simultâneas resultantes para as correntes de ramo escolhidas.*

Consideramos que o uso de determinantes para determinar as correntes I_1 , I_2 e I_3 seja conhecido, e faz parte da base matemática do estudante. Se este não for o caso, uma explicação detalhada do processo é dada no Apêndice C. Calculadoras e programas de computador, como o MathCad, podem encontrar as soluções de forma rápida e precisa.



(a)



(b)

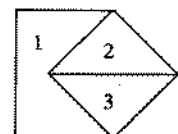
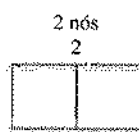
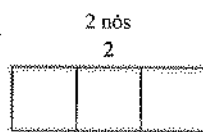


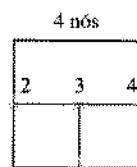
Fig. 8.19 Determinação do número de malhas independentes.



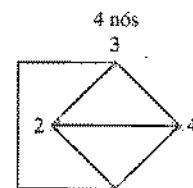
$$2 - 1 = 1 \text{ eq.}$$



$$2 - 1 = 1 \text{ eq.}$$



$$4 - 1 = 3 \text{ eq.}$$



$$4 - 1 = 3 \text{ eq.}$$

Fig. 8.20 Determinação do número de aplicações da lei de Kirchhoff para correntes.



EXEMPLO 8.9 Aplique o método das correntes nos ramos ao circuito da Fig. 8.21.

Solução:

Passo 1: Como há três ramos distintos (*cda*, *cba*, *ca*), são escolhidas três correntes de sentidos arbitrários (I_1 , I_2 , I_3), como indicado na Fig. 8.21. Os sentidos das correntes I_1 e I_2 foram escolhidos para combinar com a “pressão” exercida pelas fontes E_1 e E_2 , respectivamente. Como I_1 e I_2 estão entrando no nó *a*, I_3 está saindo deste nó.

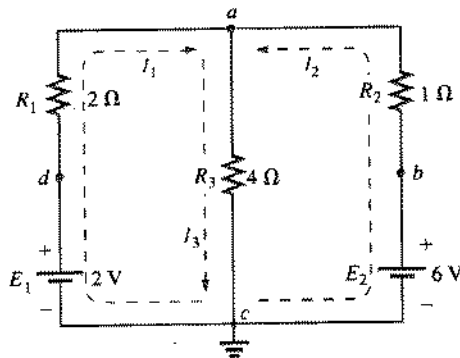


Fig. 8.21 Exemplo 8.9.

Passo 2: São encontradas as polaridades para cada resistor, de acordo com os sentidos postulados para as correntes, como vemos na Fig. 8.22.

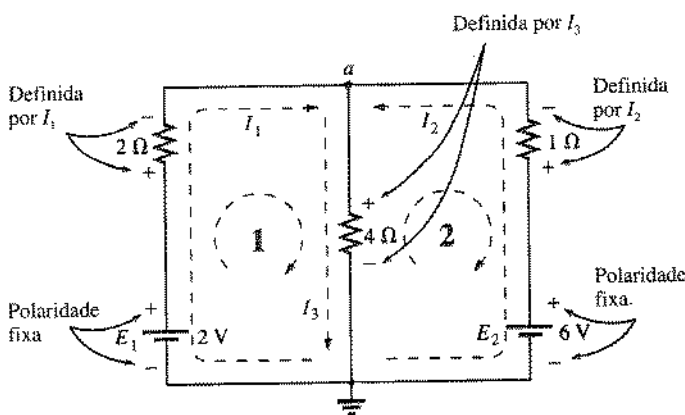


Fig. 8.22 Inserindo as polaridades das tensões entre os terminais dos elementos resistivos de acordo com as correntes de ramo escolhidas.

Passo 3: A lei de Kirchhoff para tensões é aplicada às duas “janelas” (1 e 2), no sentido horário:

$$\text{malha 1: } \sum_{\odot} V = +E_1 - V_{R_1} - V_{R_3} = 0$$

Aumento de potencial
Queda de potencial

$$\text{malha 2: } \sum_{\odot} V = +V_{R_3} + V_{R_2} - E_2 = 0$$

Aumento de potencial
Queda de potencial

$$\text{malha 1: } \sum_{\odot} V = +2 \text{ V} - (2 \Omega)I_1 - (4 \Omega)I_3 = 0$$

Potencial da bateria
Queda de tensão entre os terminais do resistor de 2Ω
Queda de tensão entre os terminais do resistor de 4Ω

$$\text{malha 2: } \sum_{\odot} V = (4 \Omega)I_3 + (1 \Omega)I_2 - 6 \text{ V} = 0$$

Passo 4: Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao nó *a* (em um circuito com dois nós, a lei é aplicada somente em um deles),

$$I_1 + I_2 = I_3$$

Passo 5: Há três equações e três variáveis (as unidades foram removidas para facilitar a leitura):

$$\begin{aligned} 2 - 2I_1 - 4I_3 &= 0 & \text{rearranjando: } 2I_1 + 0 + 4I_3 &= 2 \\ 4I_3 + 1I_2 - 6 &= 0 & 0 + I_2 + 4I_3 &= 6 \\ I_1 + I_2 &= I_3 & I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \end{aligned}$$

Usando determinantes de terceira ordem (Apêndice C), temos

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = -1 \text{ A}$$

Um sinal negativo associado a uma corrente de ramo indica que a corrente real tem o sentido oposto ao escolhido.

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 2 & 4 \\ 0 & 6 & 4 \\ 1 & 0 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = 2 \text{ A}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 6 \\ 1 & 1 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{vmatrix}} = 1 \text{ A}$$

Usando a edição para estudantes do programa de computador MathCad 2.5, a solução para I_1 teria o seguinte aspecto:

$A := \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 6 & 1 & 4 \\ 0 & 1 & -1 \end{bmatrix}$	$B := \begin{bmatrix} 2 & 0 & 4 \\ 0 & 1 & 4 \\ 1 & 1 & -1 \end{bmatrix}$	$I1 := \frac{ A }{ B }$	$I1 = -1$
---	---	-------------------------	-----------



O formato é semelhante ao de uma solução manual utilizando determinantes, exceto pelo fato de que cada um deles precisa ser definido separadamente e as incógnitas calculadas da forma indicada acima. O espaço necessário e o tempo para digitar os determinantes são mínimos quando se consideram a rapidez e precisão do resultado.

Em vez de usar determinantes de terceira ordem, podemos reduzir as três equações a duas, substituindo a terceira equação nas duas primeiras:

$$\left. \begin{array}{l} 2 - 2I_1 - 4(I_1 + I_2) = 0 \\ 4(I_1 + I_2) + I_2 - 6 = 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} 2 - 2I_1 - 4I_1 - 4I_2 = 0 \\ 4I_1 + 4I_2 + I_2 - 6 = 0 \end{array}$$

$$\text{ou} \quad \begin{array}{l} -6I_1 - 4I_2 = -2 \\ +4I_1 + 5I_2 = +6 \end{array}$$

Multiplicando a primeira equação por -1 , temos

$$\begin{array}{l} 6I_1 + 4I_2 = +2 \\ 4I_1 + 5I_2 = +6 \end{array}$$

e, usando determinantes,

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 6 & 5 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & 4 \\ 4 & 5 \end{vmatrix}} = \frac{10 - 24}{30 - 16} = \frac{-14}{14} = -1 \text{ A}$$

Usando a calculadora científica TI-85:

$$\text{det}[[2,4],[6,5]]/\text{det}[[6,4],[4,5]] \text{ (ENTER)} = -1$$

CALC. 8.1

Note o "det" (determinante) obtido do submenu Math do menu MATRX e o fato de que cada determinante precisa ser determinado individualmente. O primeiro colchete, dentro dos colchetes que determinam o primeiro determinante, define a primeira linha do determinante, e o segundo colchete, dentro do mesmo determinante, define a segunda linha. Uma vírgula separa os valores de cada linha. Novamente, o tempo empregado para compreender os comandos é mínimo quando se consideram o tempo economizado e a precisão do resultado.

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & 2 \\ 4 & 6 \end{vmatrix}}{14} = \frac{36 - 8}{14} = \frac{28}{14} = 2 \text{ A}$$

$$I_3 = I_1 + I_2 = -1 + 2 = 1 \text{ A}$$

É importante que os resultados obtidos sejam perfeitamente compreendidos. As correntes I_1 , I_2 e I_3 são as correntes reais nos ramos em que foram definidas. Um sinal negativo na solução revela simplesmente que a corrente real possui sentido oposto ao inicialmente definido — a intensidade está correta. Uma vez que os sentidos reais da corrente e suas intensidades são inseridos no circuito original, as tensões e potências correspondentes podem ser determinadas. No caso do Exemplo 8.9, os sentidos reais da corrente e suas intensidades foram inseridos no circuito original da Fig. 8.23. Note que a corrente nos elementos em série R_1 e E_1 é 1 A; a corrente em R_3 , 1 A; e a corrente nos elementos em série R_2 e E_2 , 2 A. Devido ao sinal negativo da solução, o sentido de I_1 é o oposto ao que vemos na Fig. 8.21. A tensão entre os terminais de qualquer resistor pode agora ser determinada usando a definição de resistência, e a potência fornecida por qualquer fonte ou a qualquer dos três resistores pode ser encontrada com o uso da expressão apropriada.

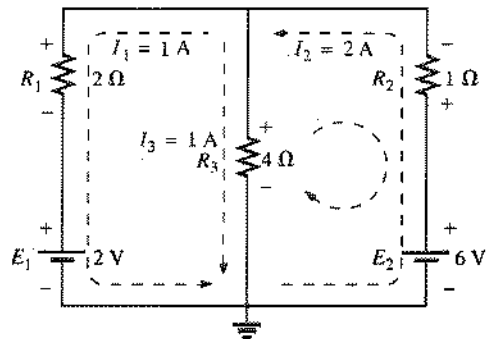


Fig. 8.23 Revendo os resultados da análise do circuito da Fig. 8.21.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à malha indicada na Fig. 8.23,

$$\sum_{\text{C}} V = +(4 \Omega)I_3 + (1 \Omega)I_2 - 6 \text{ V} = 0$$

$$(4 \Omega)I_3 + (1 \Omega)I_2 = 6 \text{ V}$$

$$(4 \Omega)(1 \text{ A}) + (1 \Omega)(2 \text{ A}) = 6 \text{ V}$$

$$4 \text{ V} + 2 \text{ V} = 6 \text{ V}$$

$$6 \text{ V} = 6 \text{ V} \quad (\text{verifica})$$

EXEMPLO 8.10 Aplique a análise das correntes nos ramos ao circuito da Fig. 8.24.

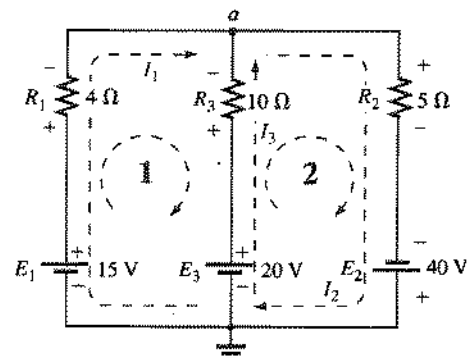


Fig. 8.24 Exemplo 8.10.



Solução: Novamente, os sentidos da corrente foram escolhidos para combinar com a “pressão” de cada bateria. Foram determinadas as polaridades e aplicou-se a lei de Kirchhoff para tensões em cada malha, no sentido horário. O resultado é o seguinte:

$$\text{Malha 1: } +15 \text{ V} - (4 \Omega)I_1 + (10 \Omega)I_3 - 20 \text{ V} = 0$$

$$\text{Malha 2: } +20 \text{ V} - (10 \Omega)I_3 - (5 \Omega)I_2 + 40 \text{ V} = 0$$

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao nó a ,

$$I_1 + I_3 = I_2$$

Substituindo a terceira equação nas outras duas leva a (com as unidades removidas para facilitar a leitura):

$$\begin{cases} 15 - 4I_1 + 10I_3 - 20 = 0 \\ 20 - 10I_3 - 5(I_1 + I_3) + 40 = 0 \end{cases} \begin{array}{l} \text{Substituindo } I_2 \text{ em termos de } I_1 \text{ e } I_3 \\ \text{(pois ela aparece)} \\ \text{somente uma vez nas duas equações)} \end{array}$$

$$\text{ou} \quad \begin{aligned} -4I_1 + 10I_3 &= 5 \\ -5I_1 - 15I_3 &= -60 \end{aligned}$$

Multiplicando a segunda equação por -1 , temos

$$\begin{aligned} -4I_1 + 10I_3 &= 5 \\ 5I_1 + 15I_3 &= 60 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} I_1 &= \frac{\begin{vmatrix} 5 & 10 \\ 60 & 15 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -4 & 10 \\ 5 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{75 - 600}{-60 - 50} = \frac{-525}{-110} = 4,773 \text{ A} \\ I_3 &= \frac{\begin{vmatrix} -4 & 5 \\ 5 & 60 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -4 & 10 \\ 5 & 15 \end{vmatrix}} = \frac{-240 - 25}{-110} = \frac{-265}{-110} = 2,409 \text{ A} \end{aligned}$$

$$I_2 = I_1 + I_3 = 4,773 + 2,409 = 7,182 \text{ A}$$

o que mostra que os sentidos assumidos estavam corretos, com I_2 igual à soma de I_1 e I_3 .

8.7 MÉTODO DAS MALHAS (ABORDAGEM GERAL)

O segundo método de análise a ser descrito é chamado de *método das malhas*. Embora este método seja mais sofisticado do que o método das correntes nos ramos, ele incorpora muitos dos conceitos previamente ensinados. Entre os dois métodos, o das malhas é o mais utilizado hoje em dia. A análise das correntes nos ramos é introduzida como base para o método das malhas porque estas correntes são inicialmente mais “reais” para o estudante do que as correntes utilizadas no método das malhas. Essencialmente, esse segundo método simplesmente elimina a necessidade de substituir os resultados da lei de Kirchhoff para correntes nas equações deduzidas a partir da lei de Kirchhoff para tensões. Isso passa a ser feito implicitamente quando escrevemos as equações. Ao aplicarmos esse tipo de análise, devemos obedecer ao procedimento sistemático descrito a seguir.

1. Associe uma corrente no sentido horário a cada malha fechada independente do circuito. Não é absolutamente necessário escolher o sentido horário para todas as correntes de malha. De fato, podemos escolher qualquer sentido para cada uma dessas correntes sem alterar o resultado, se todos os outros passos forem seguidos corretamente. Entretanto, escolhendo o sentido horário como um padrão, podemos desenvolver um método mais rápido (Seção 8.8) para escrever as equações necessárias, o que irá poupar tempo e possivelmente evitar alguns dos erros mais comuns.

Esse primeiro passo é realizado com mais eficácia quando colocamos uma corrente de malha dentro de cada “janela” do circuito, como vimos na seção anterior, para assegurar que todas sejam independentes. Existe uma grande variedade de outras correntes de malha que podem ser escolhidas. Em cada caso, entretanto, certifique-se de que a informação originária de uma equação não esteja incluída na combinação de outras equações do circuito. Este é o princípio básico desse método: *independência*. Não importa como você escolha suas correntes de malha, o número de correntes deve ser igual ao número de janelas do circuito plano (sem interseções). Podem existir situações em que o circuito aparente ser não-plano. Entretanto, ele pode ser redesenhado de modo a percebermos que ele é, de fato, plano. Este poderá ser o caso em um ou dois dos problemas apresentados no final do capítulo.

Antes de continuar, vamos nos assegurar de que o conceito de corrente de malha ficou bem compreendido. Para o circuito da Fig. 8.25, a corrente de malha I_1 é a que percorre o ramo que contém o resistor de 2Ω e a bateria de 2 V . A corrente no resistor de 4Ω não é I_1 , pois ele também é percorrido pela corrente de malha I_2 . Como elas possuem sentidos opostos, $I_{4\Omega}$ é igual à diferença entre as duas, $I_1 - I_2$ ou $I_2 - I_1$, isto é, uma corrente de malha coincide com uma corrente de ramo somente quando ela é a única corrente que percorre este ramo.

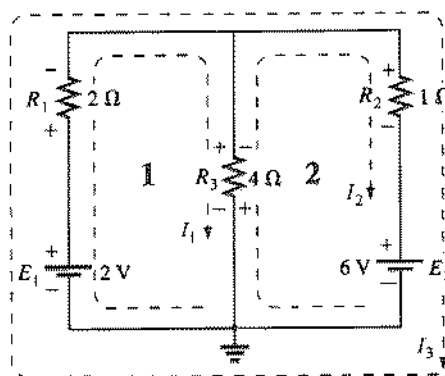


Fig. 8.25 Definindo as correntes de malha para um circuito de duas janelas.

2. Indique as polaridades de cada resistor dentro de cada malha, de acordo com o sentido da corrente postulada para esta malha. Observe a necessidade de que sejam assinaladas polaridades para todos os componentes de todas as malhas. Isto faz com que, por exemplo, como na Fig. 8.25, existam duas polaridades associadas ao resistor de 4Ω .



3. Aplique a lei de Kirchhoff para tensões a todas as malhas, no sentido horário. Novamente, o sentido horário foi escolhido para manter a uniformidade e também com o intuito de nos preparar para o método a ser introduzido na próxima seção.

a. Se um resistor é percorrido por duas ou mais correntes, a corrente total que o atravessa é dada pela corrente da malha à qual a lei de Kirchhoff está sendo aplicada mais as correntes de outras malhas que o percorrem no mesmo sentido e menos as correntes que o atravessam no sentido oposto.

b. A polaridade de uma fonte de tensão não é afetada pela escolha do sentido das correntes nas malhas.

4. Resolva as equações lineares simultâneas resultantes para obter as correntes de malha.

EXEMPLO 8.11 Considere o circuito do Exemplo 8.9 da seção anterior, reproduzido na Fig. 8.25.

Solução:

Passo 1: Admitimos a existência de duas correntes de malha (I_1 e I_2) no sentido horário, nas "janelas" do circuito. Uma terceira malha (I_3) poderia ser usada, ao longo do contorno externo do circuito, mas a informação que obteríamos já está contida nas equações decorrentes da análise das outras duas.

Passo 2: Determinamos as polaridades no interior de cada malha, de acordo com os sentidos das correntes. Note que, neste caso, as polaridades entre os terminais do resistor de $4\ \Omega$ são opostas para as duas correntes de malha.

Passo 3: Aplica-se a lei de Kirchhoff para tensões a cada malha, no sentido horário. Lembre-se, enquanto realiza este passo, de que a lei se refere somente à intensidade e à polaridade das tensões na malha, e não a um aumento ou queda da tensão devido a uma bateria ou a um elemento resistivo. A tensão entre os terminais de cada resistor é determinada por $V = IR$; para um resistor percorrido por mais de uma corrente, a corrente resultante é a corrente de malha do ramo em questão mais ou menos as outras correntes de malha, de acordo com seus sentidos. Se as aplicações da lei de Kirchhoff forem sempre feitas no sentido horário, as outras correntes de malha serão sempre subtraídas daquela que está sendo analisada.

Malha 1: $+E_1 - V_1 - V_3 = 0$ (sentido horário, a partir do ponto a)

$$+2\text{ V} - (2\ \Omega)I_1 - (4\ \Omega)(I_1 - I_2) = 0$$

Queda de tensão no resistor de $4\ \Omega$

Corrente total no resistor de $4\ \Omega$

Subtraímos, pois I_2 tem sentido oposto ao de I_1

Malha 2: $-V_3 - V_2 - E_2 = 0$ (sentido horário, a partir do ponto b)
 $-(4\ \Omega)(I_2 - I_1) - (1\ \Omega)I_2 - 6\text{ V} = 0$

Passo 4: As equações são reescritas como (sem as unidades para facilitar a leitura):

$$\text{Malha 1: } +2 - 2I_1 - 4I_1 + 4I_2 = 0$$

$$\text{Malha 2: } -4I_2 + 4I_1 - I_2 - 6 = 0$$

$$\text{Malha 1: } +2 - 6I_1 + 4I_2 = 0$$

$$\text{Malha 2: } -5I_2 + 4I_1 - 6 = 0$$

$$\text{Malha 1: } -6I_1 + 4I_2 = -2$$

$$\text{Malha 2: } +4I_1 - 5I_2 = +6$$

Aplicando determinantes,

$$I_1 = -1\text{ A} \quad \text{e} \quad I_2 = -2\text{ A}$$

O sinal negativo indica que as correntes possuem sentido oposto ao escolhido para as correntes de malha.

A corrente real através da fonte de 2 V e do resistor de $2\ \Omega$ é portanto de 1 A , no sentido oposto ao admitido inicialmente, e a corrente que percorre a fonte de 6 V e o resistor de $1\ \Omega$ é de 2 A , também no sentido oposto ao indicado na figura. A corrente no resistor de $4\ \Omega$ é determinada pela equação do circuito original:

$$\text{Malha 1: } I_{4\Omega} = I_1 - I_2 = -1\text{ A} - (-2\text{ A}) = -1\text{ A} + 2\text{ A} = 1\text{ A} \text{ (no sentido de } I_1)$$

Se tivéssemos utilizado a malha externa (I_3) e uma das malhas internas (I_1 ou I_2), também teríamos obtido os resultados corretos. Este método, entretanto, costuma levar a erros, pois as equações são mais difíceis de escrever. O melhor método de escolher as correntes de malha é o das janelas.

EXEMPLO 8.12 Encontre a corrente que percorre cada ramo do circuito na Fig. 8.26.

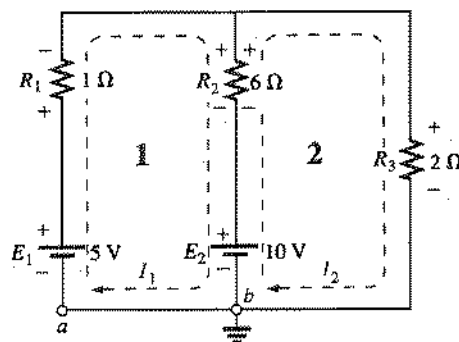


Fig. 8.26 Exemplo 8.12.

Solução:

Os passos 1 e 2 estão indicados no circuito. Veja que as polaridades do resistor de $6\ \Omega$ são diferentes para cada corrente de malha.

Passo 3: É aplicada a lei de Kirchhoff para tensões a cada malha, no sentido horário:

$$\text{Malha 1: } +E_1 - V_1 - V_2 - E_2 = 0 \quad (\text{sentido horário, a partir do ponto } a)$$

$$+5\text{ V} - (1\ \Omega)I_1 - (6\ \Omega)(I_1 - I_2) - 10\text{ V} = 0$$

↑
 I_2 percorre o resistor de $6\ \Omega$ no sentido oposto ao de I_1



Malha 2: $E_2 - V_2 - V_3 = 0$ (sentido horário, partindo do ponto b) que é reescrita como

$$+10 \text{ V} - (6 \Omega)(I_2 - I_1) - (2 \Omega)I_2 = 0$$

As equações são reescritas como

$$\begin{cases} 5 - I_1 - 6I_1 + 6I_2 - 10 = 0 \\ 10 - 6I_2 + 6I_1 - 2I_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -7I_1 + 6I_2 = 5 \\ 6I_1 - 8I_2 = -10 \end{cases}$$

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 5 & 6 \\ -10 & -8 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -7 & 6 \\ 6 & -8 \end{vmatrix}} = \frac{-40 + 60}{56 - 36} = \frac{20}{20} = 1 \text{ A}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} -7 & 5 \\ 6 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} -7 & 6 \\ 6 & -8 \end{vmatrix}} = \frac{70 - 30}{56 - 36} = \frac{40}{20} = 2 \text{ A}$$

Como I_1 e I_2 são positivos e fluem em sentidos opostos através do resistor de 6Ω e da fonte de 10 V , a corrente total neste ramo é igual à diferença entre estas duas correntes no sentido da de maior intensidade:

$$I_2 > I_1 \quad (2 \text{ A} > 1 \text{ A})$$

Assim, $I_{R_2} = I_2 - I_1 = 2 \text{ A} - 1 \text{ A} = 1 \text{ A}$, no sentido de I_2 .

Algumas vezes não é prático traçar todos os ramos de um circuito formando ângulos retos entre si. O exemplo a seguir ilustra como pode ser a aparência de uma parte de um circuito, devido a vários tipos de restrições. O método de análise não varia por causa dessa mudança de configuração.

EXEMPLO 8.13 Encontre as correntes nos ramos do circuito da Fig. 8.27.

Solução:

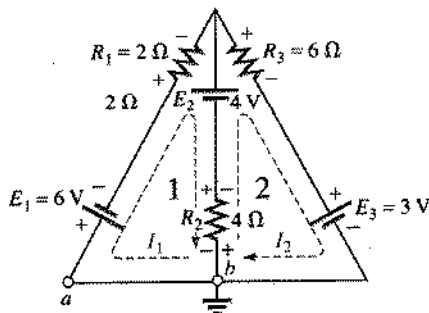


Fig. 8.27 Exemplo 8.13.

Os passos 1 e 2 estão indicados no circuito.

Passo 3: Aplicamos a lei de Kirchhoff para tensões a cada malha:

Malha 1: $-E_1 - I_1 R_1 - E_2 - V_2 = 0$ (sentido horário, a partir do ponto a)

$$-6 \text{ V} - (2 \Omega)I_1 - 4 \text{ V} - (4 \Omega)(I_1 - I_2) = 0$$

Malha 2: $-V_2 + E_2 - V_3 - E_3 = 0$ (sentido horário, a partir do ponto b)

$$-(4 \Omega)(I_2 - I_1) + 4 \text{ V} - (6 \Omega)(I_2) - 3 \text{ V} = 0$$

$$\begin{cases} -10 - 4I_1 - 2I_1 + 4I_2 = 0 \\ +1 + 4I_1 - 4I_2 - 6I_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6I_1 + 4I_2 = +10 \\ +4I_1 - 10I_2 = -1 \end{cases}$$

Multiplicando a primeira equação por -1 , obtemos

$$\begin{cases} 6I_1 - 4I_2 = -10 \\ 4I_1 - 10I_2 = -1 \end{cases}$$

$$e I_1 = \frac{\begin{vmatrix} -10 & -4 \\ -1 & -10 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -10 \end{vmatrix}} = \frac{100 - 4}{-60 + 16} = \frac{96}{-44} = -2,182 \text{ A}$$

Usando a calculadora TI-85:

$$\text{det}[-10, -4] \text{div} [-1, -10] \text{div} \text{det}[6, -4] \text{div} [4, -10] \text{ENTER} = -2,182$$

CALC. 8.2

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 6 & -10 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 6 & -4 \\ 4 & -10 \end{vmatrix}} = \frac{-6 + 40}{-60 + 16} = \frac{34}{-44} = -0,773 \text{ A}$$

A corrente no resistor de 4Ω e na fonte de 4 V , para a malha 1, é

$$\begin{aligned} I_1 - I_2 &= -2,182 \text{ A} - (-0,773 \text{ A}) \\ &= -2,182 \text{ A} + 0,773 \text{ A} \\ &= -1,409 \text{ A} \end{aligned}$$

o que nos mostra que a intensidade da corrente é $1,409 \text{ A}$, e ela tem o sentido oposto (sinal negativo) a I_1 , na malha 1.

Supermalhas

Há ocasiões em que existem fontes de corrente no circuito ao qual desejamos aplicar o método das malhas. Em tais casos podemos converter a fonte de corrente em uma fonte de tensão (se existir um resistor em paralelo) e proceder como antes, ou introduzir o conceito de *supermalha* e executar os passos descritos a seguir.

Comece como antes, supondo uma corrente de malha para cada malha independente, incluindo as fontes de corrente como se fossem resistores ou fontes de tensão. Em seguida, remova mentalmente as fontes de corrente (substitua-as por circuitos abertos) e aplique a lei de Kirchhoff para tensões a todos os caminhos independentes restantes do circuito, utilizando as correntes de malha previamente definidas. Qualquer janela aberta resultante, incluindo duas ou mais correntes de malha, é definida como o caminho de uma corrente de *supermalha*. Relacione então as correntes de malha escolhidas para o circuito às fontes de corrente do circuito, resolvendo as equações resultantes para obter as correntes de malha. O exemplo a seguir irá tornar mais clara a definição de *supermalha*, além de ilustrar todo o procedimento.

EXEMPLO 8.14 Usando o método das malhas, determine as correntes no circuito da Fig. 8.28.

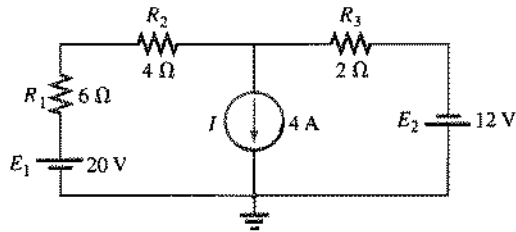


Fig. 8.28 Exemplo 8.14.

Solução: Primeiramente escolhemos as correntes de malha para o circuito, como na Fig. 8.29. Em seguida, removemos mentalmente a fonte de corrente, como na Fig. 8.30, e aplicamos a lei de Kirchhoff para tensões ao circuito resultante. O caminho único, que agora inclui os efeitos das duas correntes de malha, é denominado caminho de uma corrente de *supermalha*.

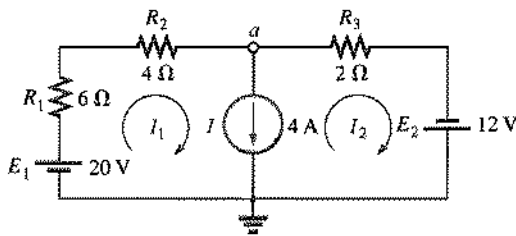


Fig. 8.29 Definindo as correntes de malha para o circuito da Fig. 8.28.

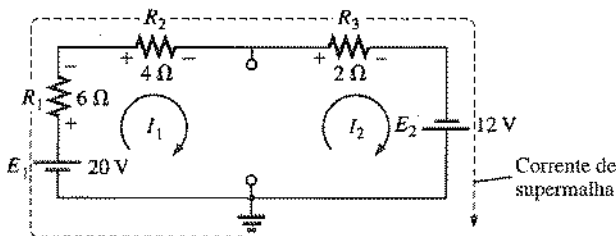


Fig. 8.30 Definindo a corrente de supermalha.

Aplicando a lei de Kirchhoff:

$$20 \text{ V} - I_1(6 \Omega) - I_1(4 \Omega) - I_2(2 \Omega) + 12 \text{ V} = 0$$

$$10I_1 + 2I_2 = 32$$

O nó *a* é então usado para relacionar as correntes de malha e a fonte de corrente usando a lei de Kirchhoff para correntes:

$$I_1 = I + I_2$$

O resultado é um sistema de duas equações a duas incógnitas:

$$10I_1 + 2I_2 = 32$$

$$I_1 - I_2 = 4$$

Aplicando determinantes:

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 32 & 2 \\ 4 & -1 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 10 & 2 \\ 1 & -1 \end{vmatrix}} = \frac{(32)(-1) - (2)(4)}{(10)(-1) - (2)(1)} = \frac{40}{12} = 3,33 \text{ A}$$

$$I_2 = I_1 - I = 3,33 \text{ A} - 4 \text{ A} = -0,67 \text{ A}$$

EXEMPLO 8.15 Usando o método das malhas, determine as correntes no circuito da Fig. 8.31.

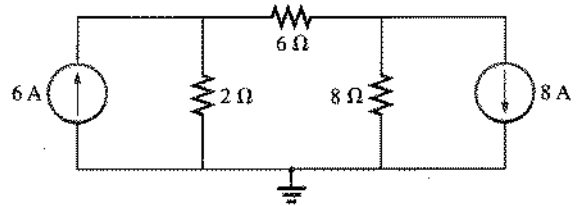


Fig. 8.31 Exemplo 8.15.

Solução: As correntes de malha são definidas na Fig. 8.32. As fontes de corrente são removidas, e o caminho da corrente única da supermalha é definido na Fig. 8.33.

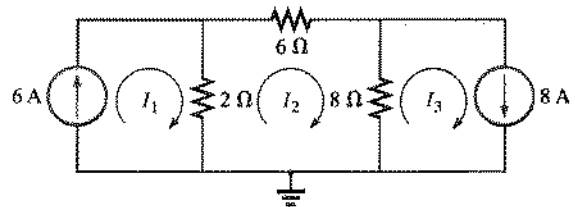


Fig. 8.32 Definindo as correntes de malha para o circuito da Fig. 8.31.

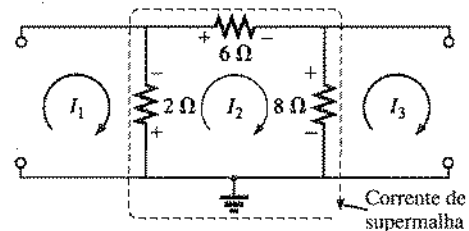


Fig. 8.33 Definindo a corrente de supermalha para o circuito da Fig. 8.31.

Aplicando a lei de Kirchhoff para tensões à supermalha:

$$-V_{2\Omega} - V_{6\Omega} - V_{8\Omega} = 0$$

$$-(I_2 - I_1)2 \Omega - I_2(6 \Omega) - (I_2 - I_3)8 \Omega = 0$$

$$-2I_2 + 2I_1 - 6I_2 - 8I_2 + 8I_3 = 0$$

$$2I_1 - 16I_2 + 8I_3 = 0$$

Introduzindo a relação entre as correntes de malha e as fontes de corrente:

$$I_1 = 6 \text{ A}$$

$$I_3 = 8 \text{ A}$$

obtemos as seguintes soluções:

$$2I_1 - 16I_2 + 8I_3 = 0$$

$$2(6 \text{ A}) - 16I_2 + 8(8 \text{ A}) = 0$$

e

$$I_2 = \frac{76 \text{ A}}{16} = 4,75 \text{ A}$$



Então $I_{2\Omega} \downarrow = I_1 - I_2 = 6 \text{ A} - 4,75 \text{ A} = 1,25 \text{ A}$

e $I_{8\Omega} \uparrow = I_3 - I_2 = 8 \text{ A} - 4,75 \text{ A} = 3,25 \text{ A}$

8.8 MÉTODO DAS MALHAS (ABORDAGEM PADRONIZADA)

Agora que a base para o método das malhas foi estabelecida, iremos examinar uma técnica para escrever as equações de malha mais rapidamente e com menos chance de cometer erros. Para auxiliar a compreensão do procedimento, o circuito do Exemplo 8.12 (Fig. 8.26) foi reproduzido na Fig. 8.34, onde estão assinaladas as correntes de malha. (Observe que o sentido horário foi escolhido para todas as correntes de malha.)

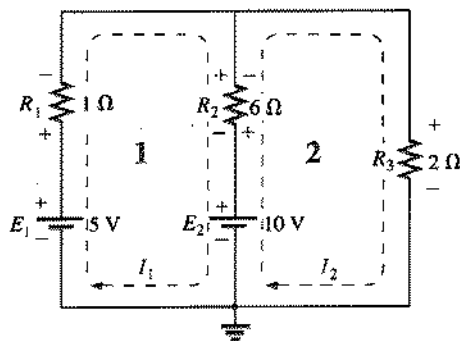


Fig. 8.34 O circuito da Fig. 8.26 redesenhado com as correntes de ramo assinaladas.

As equações obtidas são

$$\begin{aligned} -7I_1 + 6I_2 &= 5 \\ 6I_1 - 8I_2 &= -10 \end{aligned}$$

que podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} 7I_1 - 6I_2 &= -5 \\ 8I_2 - 6I_1 &= 10 \end{aligned}$$

e expandidas como

Col. 1	Col. 2	Col. 3
$(1 + 6)I_1 - 6I_2$	$= (5 - 10)$	
$(2 + 6)I_2 - 6I_1$	$= 10$	

Observe nas equações acima que a coluna 1 é composta por uma corrente de malha multiplicada pela soma dos resistores através dos quais passa esta mesma corrente de malha. A coluna 2 é o produto dos resistores comuns a uma corrente de malha pela outra corrente. Note que em cada equação esta coluna é subtraída da coluna 1. A coluna 3 é a soma algébrica das fontes de tensão através das quais passa a corrente de malha que nos interessa. Um sinal positivo é associado à fonte se a corrente de malha passa do terminal negativo para o positivo; se a corrente passa

no sentido oposto, o sinal é negativo. Esses comentários somente são válidos se for escolhido um sentido único para as correntes em cada malha, no nosso caso o sentido horário.

Para aplicar o procedimento simplificado para o método das malhas devemos seguir os passos abaixo:

1. Suponha uma corrente de malha para cada malha independente (como na seção anterior), no sentido horário.
2. O número de equações necessárias é igual ao número de malhas independentes. A coluna 1 de cada equação é formada pela soma dos valores da resistência dos resistores pelos quais a corrente de malha de interesse passa, multiplicada por esta corrente.
3. Precisamos considerar agora os termos comuns, que, como vimos no exemplo anterior, são sempre subtraídos da primeira coluna. Um termo comum é simplesmente qualquer elemento resistivo percorrido por mais de uma corrente de malha. É possível haver mais de um termo comum se a corrente de malha de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma outra corrente de malha. Este fato será demonstrado mais adiante em um exemplo. Cada termo é o produto da resistência em comum pela outra corrente de malha que passa pelo mesmo elemento.
4. A coluna à direita da igualdade é a soma algébrica das tensões das fontes de tensão através das quais passa a corrente de malha de interesse. São associados sinais positivos às fontes de tensão com uma polaridade tal que a corrente de malha passe do terminal negativo para o positivo. São associados sinais negativos às fontes para as quais o inverso acontece.
5. Resolva as equações simultâneas resultantes para obter as correntes de malha desejadas.

Antes de examinarmos alguns exemplos, esteja atento ao fato de que a coluna à direita da igualdade é a soma algébrica das fontes de tensão naquela malha e, portanto, o método padronizado só pode ser aplicado a circuitos cujas fontes de corrente tenham sido convertidas em fontes de tensão equivalentes.

EXEMPLO 8.16 Escreva as equações de malha para o circuito da Fig. 8.35 e encontre a corrente no resistor de 7 Ω.

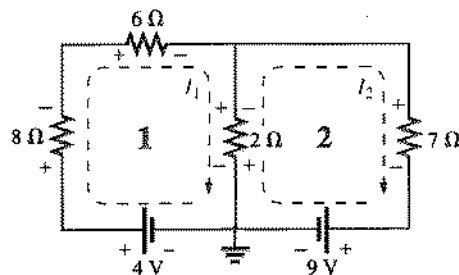


Fig. 8.35 Exemplo 8.16.

Solução:

Passo 1: Como vemos na Fig. 8.35, escolhemos o sentido horário para as correntes de malha.



Passos 2 a 4:

$$\begin{aligned} I_1: (8\ \Omega + 6\ \Omega + 2\ \Omega)I_1 - (2\ \Omega)I_2 &= 4\ \text{V} \\ I_2: (7\ \Omega + 2\ \Omega)I_2 - (2\ \Omega)I_1 &= -9\ \text{V} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e \quad 16I_1 - 2I_2 &= 4 \\ 9I_2 - 2I_1 &= -9 \end{aligned}$$

com o uso de determinantes, temos

$$\begin{aligned} 16I_1 - 2I_2 &= 4 \\ -2I_1 + 9I_2 &= -9 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} e \quad I_2 = I_{7\Omega} &= \frac{\begin{vmatrix} 16 & 4 \\ -2 & -9 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 16 & -2 \\ -2 & 9 \end{vmatrix}} = \frac{-144 + 8}{144 - 4} = \frac{-136}{140} \\ &= -0,971\ \text{A} \end{aligned}$$

EXEMPLO 8.17 Escreva as equações de malha para o circuito da Fig. 8.36.

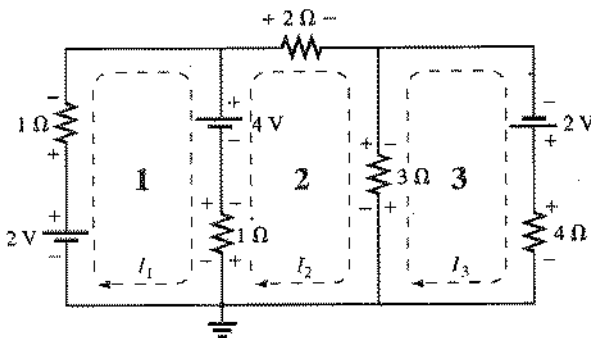


Fig. 8.36 Exemplo 8.17.

Solução:

Passo 1: É associada uma corrente de malha no sentido horário a cada malha:

$$\begin{aligned} I_1 \text{ não atravessa um elemento em comum com } I_2 \\ I_1: (1\ \Omega + 1\ \Omega)I_1 - (1\ \Omega)I_2 + 0 &= 2\ \text{V} - 4\ \text{V} \\ I_2: (1\ \Omega + 2\ \Omega + 3\ \Omega)I_2 - (1\ \Omega)I_1 - (3\ \Omega)I_3 &= 4\ \text{V} \\ I_3: (3\ \Omega + 4\ \Omega)I_3 - (3\ \Omega)I_2 + 0 &= 2\ \text{V} \\ I_3 \text{ não atravessa um elemento em comum com } I_1 \end{aligned}$$

A soma dos termos resulta em

$$\begin{aligned} 2I_1 - I_2 + 0 &= -2 \\ 6I_2 - I_1 - 3I_3 &= 4 \\ 7I_3 - 3I_2 + 0 &= 2 \end{aligned}$$

que, reescritos como determinantes, ficam

$$\begin{aligned} \begin{array}{ccc} c & b & a \\ 2I_1 & -I_2 & +0 \\ -I_1 & +6I_2 & -3I_3 \\ 0 & -3I_2 & +7I_3 \end{array} &= \begin{array}{c} -2 \\ 4 \\ 2 \end{array} \end{aligned}$$

Observe que os elementos das diagonais de *a* e *b* são iguais. Esta *simetria* em relação ao eixo *c* será sempre verdadeira para equações escritas pelo método padronizado. Esta é uma boa maneira de verificar se as equações foram escritas corretamente.

Iremos agora considerar um circuito com somente uma fonte de tensão para demonstrar que o método das malhas pode ser usado com vantagem mesmo em circuitos simples.

EXEMPLO 8.18 Encontre a corrente no resistor de $10\ \Omega$ do circuito da Fig. 8.37.

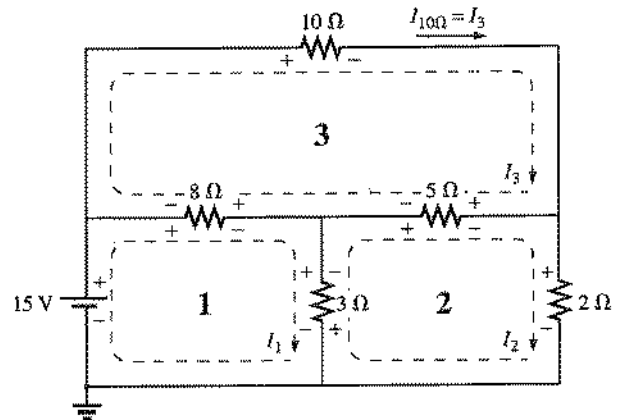


Fig. 8.37 Exemplo 8.18.

Solução:

$$\begin{aligned} I_1: (8\ \Omega + 3\ \Omega)I_1 - (8\ \Omega)I_3 - (3\ \Omega)I_2 &= 15\ \text{V} \\ I_2: (3\ \Omega + 5\ \Omega + 2\ \Omega)I_2 - (3\ \Omega)I_1 - (5\ \Omega)I_3 &= 0 \\ I_3: (8\ \Omega + 10\ \Omega + 5\ \Omega)I_3 - (8\ \Omega)I_1 - (5\ \Omega)I_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11I_1 - 8I_3 - 3I_2 &= 15 \\ 10I_2 - 3I_1 - 5I_3 &= 0 \\ 23I_3 - 8I_1 - 5I_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 11I_1 - 3I_2 - 8I_3 &= 15 \\ -3I_1 + 10I_2 - 5I_3 &= 0 \\ -8I_1 - 5I_2 + 23I_3 &= 0 \end{aligned}$$

$$I_3 = I_{10\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 11 & -3 & 15 \\ -3 & 10 & 0 \\ -8 & -5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -3 & -8 \\ -3 & 10 & -5 \\ -8 & -5 & 23 \end{vmatrix}} = 1,220\ \text{A}$$



Usando o MathCad 2.5:

```

I1 := 1      I2 := 1      I3 := 1

All equation variables need to be defined using solution "Guess Values".

Given

(8 + 3) · I1 - 8 · I3 - 3 · I2 ≈ 15
(3 + 5 + 2) · I2 - 3 · I1 - 5 · I3 ≈ 0
(8 + 10 + 5) · I3 - 8 · I1 - 5 · I2 ≈ 0

Find(I1, I2, I3) =  $\begin{bmatrix} 2.63271 \\ 1.39983 \\ 1.22003 \end{bmatrix}$  Amps

```

Enter "approx" symbol using <alt=> as required when using this solution format.

MATHCAD 8.2

Note que na solução obtida com o auxílio do MathCad não foi necessário montar o determinante; as soluções foram obtidas diretamente a partir das três equações simultâneas. É claro que é muito mais rápido obter uma solução usando o MathCad. É preciso tomar cuidado, porém, para digitar todos os números e letras com exatidão. Um único número, símbolo ou sinal digitado incorretamente poderá conduzir a uma solução totalmente errônea.

Usando a calculadora TI-85:

desconhecidas saem do nó para aplicar a lei de Kirchhoff a cada nó. Em outras palavras, não se deixe influenciar pelo sentido que uma corrente desconhecida possa ter tido em outro nó. Cada nó deve ser tratado como uma entidade isolada, independentemente da aplicação da lei de Kirchhoff para a corrente a outros nós.

4. Resolva as equações resultantes para obter as tensões dos nós.

$\text{det}[[11, -3, 15], [-3, 10, 0], [-8, -5, 0]] / \text{det}[[11, -3, -8], [-3, 10, -5], [-8, -5, 23]]$ ENTER 1.220

CALC. 8.3

É verdade que devemos prestar atenção para digitar corretamente os valores e colchetes, mas o uso da calculadora permite obter os resultados de forma simples e precisa.

8.9 MÉTODO DOS NÓS (ABORDAGEM GERAL)

No método das malhas, obtivemos as equações gerais do circuito aplicando a lei de Kirchhoff para tensões a cada uma das malhas. Iremos agora empregar a lei de Kirchhoff para correntes em um procedimento denominado *método dos nós*.

Um *nó* é definido como uma junção de dois ou mais ramos. Se escolhermos um nó qualquer do circuito como referência (isto é, como um ponto de potencial zero, ou terra), os nós restantes do circuito irão ter um potencial fixo em relação a esta referência. Para um circuito de N nós, portanto, irão existir $(N - 1)$ nós com um potencial fixo em relação ao nó de referência escolhido. As equações relacionando estas tensões nodais podem ser escritas aplicando a lei de Kirchhoff para correntes a cada um dos $(N - 1)$ nós. Para obter a solução completa do circuito, essas voltagens de nós são calculadas da mesma forma que as correntes de malha foram calculadas no método das malhas.

O método dos nós é aplicado da seguinte forma:

1. Determine o número de nós no circuito.
2. Escolha um nó de referência e rotule cada nó restante com um valor de tensão: V_1 , V_2 e assim por diante.
3. Aplique a lei de Kirchhoff para correntes a todos os nós, exceto o de referência. Suponha que todas as correntes

Alguns exemplos irão tornar mais claro o procedimento definido pelo passo 3. Será preciso alguma prática, inicialmente, para escrever as equações decorrentes da aplicação da lei de Kirchhoff para a corrente, mas com o tempo a vantagem de considerar todas as correntes como deixando o nó em vez de escolher um sentido específico para cada ramo irá se tornar óbvia. (O mesmo tipo de vantagem foi observado quando consideramos todas as correntes de malha no sentido horário ao aplicar o método das malhas.)

EXEMPLO 8.19 Aplique o método dos nós ao circuito da Fig. 8.38.

Solução:

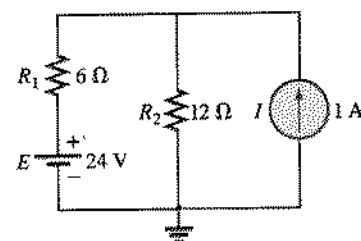


Fig. 8.38 Exemplo 8.19.

Passos 1 e 2: O circuito possui dois nós, como vemos na Fig. 8.39. O nó inferior foi tomado como referência, ou terra — potencial igual a zero volts —, e o outro como V_1 , a tensão do nó 1 em relação à terra.

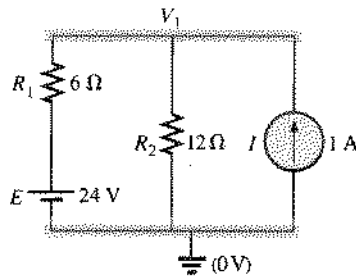
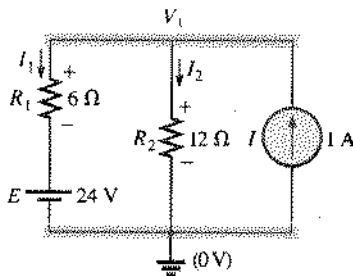


Fig. 8.39 O circuito da Fig. 8.38 com os nós assinalados.

Passo 3: I_1 e I_2 são consideradas como deixando o nó na Fig. 8.40, e a lei de Kirchhoff para correntes fornece:

$$I = I_1 + I_2$$

Fig. 8.40 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1 .

A corrente I_2 é relacionada à tensão nodal V_1 pela definição de resistência:

$$I_2 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_1}{R_2}$$

A corrente I_1 é determinada pela mesma expressão:

$$I_1 = \frac{V_{R_1}}{R_1}$$

e
$$V_{R_1} = V_1 - E$$

Substituindo na equação obtida da lei de correntes de Kirchhoff:

$$I = \frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2}$$

Reagrupando os termos, temos:

$$I = \frac{V_1}{R_1} - \frac{E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} = V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - \frac{E}{R_1}$$

$$V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) = \frac{E}{R_1} + I$$

Substituindo por valores numéricos,

$$V_1 \left(\frac{1}{6 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega} \right) = \frac{24 \text{ V}}{6 \Omega} + 1 \text{ A} = 4 \text{ A} + 1 \text{ A}$$

$$V_1 \left(\frac{1}{4 \Omega} \right) = 5 \text{ A}$$

$$V_1 = 20 \text{ V}$$

As correntes I_1 e I_2 podem ser determinadas usando as equações já encontradas:

$$I_1 = \frac{V_1 - E}{R_1} = \frac{20 \text{ V} - 24 \text{ V}}{6 \Omega} = \frac{-4 \text{ V}}{6 \Omega}$$

$$= -0,667 \text{ A}$$

O sinal negativo indica simplesmente que a corrente I_1 possui sentido oposto ao indicado na Fig. 8.40.

$$I_2 = \frac{V_1}{R_2} = \frac{20 \text{ V}}{12 \Omega} = 1,667 \text{ A}$$

EXEMPLO 8.20 Aplique o método dos nós ao circuito da Fig. 8.41.

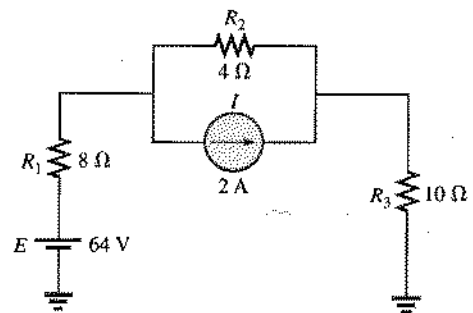


Fig. 8.41 Exemplo 8.20.

Solução:

Passos 1 e 2: O circuito possui três nós, como vemos na Fig. 8.42, com o nó mais baixo novamente sendo tomado como referência — terra — e os outros nós como V_1 e V_2 .

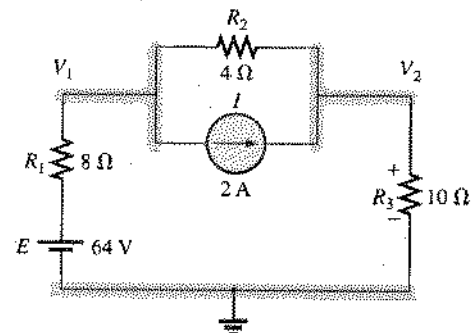


Fig. 8.42 Definindo os nós para o circuito da Fig. 8.41.

Passo 3: Para o nó V_1 as correntes são escolhidas como na Fig. 8.43. Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes, temos:



$$0 = I_1 + I_2 + I$$

e

$$I_1 = \frac{V_1 - E}{R_1}$$

e

$$I_2 = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_1 - V_2}{R_2}$$

assim

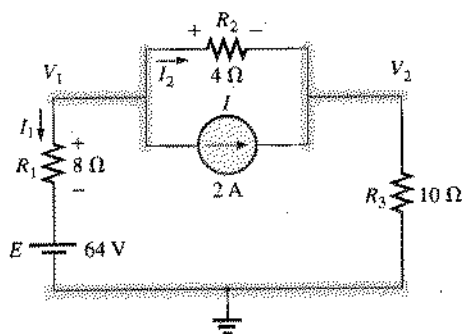
$$\frac{V_1 - E}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_2} + I = 0$$

ou

$$\frac{V_1}{R_1} - \frac{E}{R_1} + \frac{V_1}{R_2} - \frac{V_2}{R_2} + I = 0$$

e

$$V_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right) - V_2 \left(\frac{1}{R_2} \right) = -I + \frac{E}{R_1}$$


Fig. 8.43 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1 .

Substituindo por valores numéricos:

$$V_1 \left(\frac{1}{8 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} \right) - V_2 \left(\frac{1}{4 \Omega} \right) = -2 \text{ A} + \frac{64 \text{ V}}{8 \Omega} = 6 \text{ A}$$

Para o nó V_2 as correntes são as ilustradas na Fig. 8.44, e a aplicação da lei de Kirchhoff para correntes resulta em:

$$I = I_2 + I_3$$

e

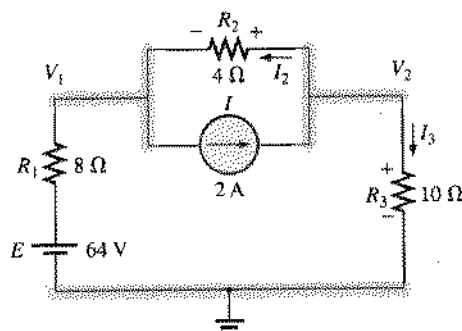
$$I = \frac{V_2 - V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3}$$

ou

$$I = \frac{V_2}{R_2} - \frac{V_1}{R_2} + \frac{V_2}{R_3}$$

e

$$V_2 \left(\frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - V_1 \left(\frac{1}{R_2} \right) = I$$


Fig. 8.44 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_2 .

Substituindo por valores numéricos:

$$V_2 \left(\frac{1}{4 \Omega} + \frac{1}{10 \Omega} \right) - V_1 \left(\frac{1}{4 \Omega} \right) = 2 \text{ A}$$

Passo 4: O resultado é um sistema de duas equações com duas incógnitas

$$V_1 \left(\frac{1}{8 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} \right) - V_2 \left(\frac{1}{4 \Omega} \right) = 6 \text{ A}$$

$$-V_1 \left(\frac{1}{4 \Omega} \right) + V_2 \left(\frac{1}{4 \Omega} + \frac{1}{10 \Omega} \right) = 2 \text{ A}$$

que se torna

$$\begin{aligned} 0,375V_1 - 0,25V_2 &= 6 \\ -0,25V_1 + 0,35V_2 &= 2 \end{aligned}$$

Usando determinantes,

$$V_1 = 37,818 \text{ V}$$

$$V_2 = 32,727 \text{ V}$$

Como E é maior que V_1 , o sentido da corrente I_1 é da terra para V_1 , e sua intensidade é igual a

$$I_{R_1} = \frac{E - V_1}{R_1} = \frac{64 \text{ V} - 37,818 \text{ V}}{8 \Omega} = 3,273 \text{ A}$$

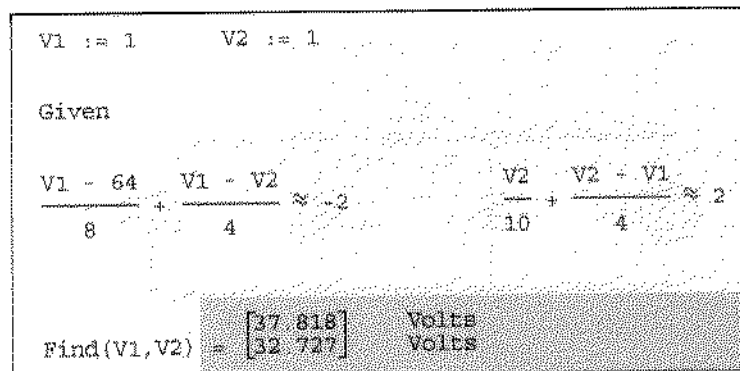
O valor positivo de V_2 indica que o sentido da corrente I_{R_3} é do nó V_2 para a terra, e seu valor é igual a

$$I_{R_3} = \frac{V_{R_3}}{R_3} = \frac{V_2}{R_3} = \frac{32,727 \text{ V}}{10 \Omega} = 3,273 \text{ A}$$

Como V_1 é maior que V_2 , o sentido da corrente I_{R_2} é de V_1 para V_2 , com intensidade igual a

$$I_{R_2} = \frac{V_1 - V_2}{R_2} = \frac{37,818 \text{ V} - 32,727 \text{ V}}{4 \Omega} = 1,273 \text{ A}$$

Usando o MathCad, as tensões poderiam ser determinadas do seguinte modo:





EXEMPLO 8.21 Determine as tensões nodais para o circuito da Fig. 8.45.

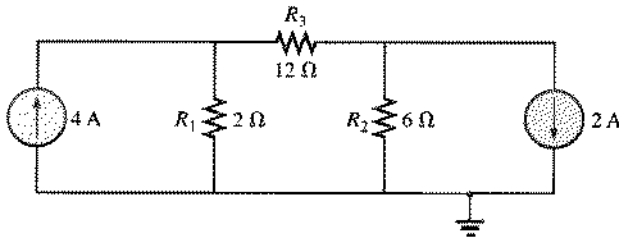


Fig. 8.45 Exemplo 8.21.

Solução:

Passos 1 e 2: Como vemos na Fig. 8.46.

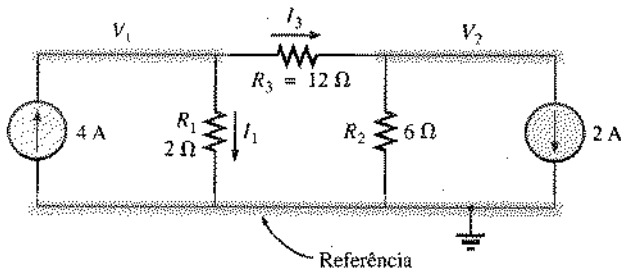


Fig. 8.46 Definindo os nós e aplicando a lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_1 .

Passo 3: Realizado na Fig. 8.46 para o nó V_1 . Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes:

$$4 \text{ A} = I_1 + I_3$$

$$e \quad 4 \text{ A} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{V_1}{2 \Omega} + \frac{V_1 - V_2}{12 \Omega}$$

Expandindo e reagrupando:

$$V_1 \left(\frac{1}{2 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega} \right) - V_2 \left(\frac{1}{12 \Omega} \right) = 4 \text{ A}$$

Para o nó V_2 , as correntes são definidas como na Fig. 8.47.

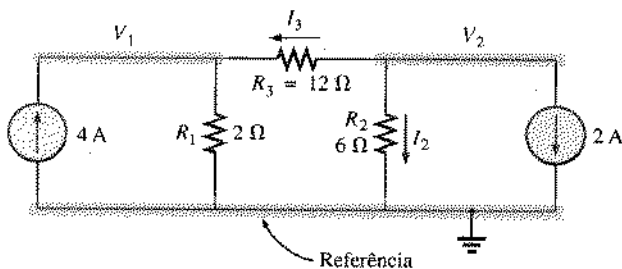


Fig. 8.47 Aplicação da lei de Kirchhoff para correntes ao nó V_2 .

Aplicando a lei de Kirchhoff para correntes:

$$0 = I_3 + I_2 + 2 \text{ A}$$

$$e \quad \frac{V_2 - V_1}{R_3} + \frac{V_2}{R_2} + 2 \text{ A} = 0 \rightarrow \frac{V_2 - V_1}{12 \Omega} + \frac{V_2}{6 \Omega} + 2 \text{ A} = 0$$

Novamente expandindo e reagrupando:

$$V_2 \left(\frac{1}{12 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega} \right) - V_1 \left(\frac{1}{12 \Omega} \right) = -2 \text{ A}$$

o que resulta em duas equações e duas incógnitas (numeradas para referência posterior):

$$\begin{aligned} V_1 \left(\frac{1}{2 \Omega} + \frac{1}{12 \Omega} \right) - V_2 \left(\frac{1}{12 \Omega} \right) &= +4 \text{ A} \\ V_2 \left(\frac{1}{12 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega} \right) - V_1 \left(\frac{1}{12 \Omega} \right) &= -2 \text{ A} \end{aligned} \quad (8.3)$$

o que resulta em

$$\begin{cases} \frac{7}{12} V_1 - \frac{1}{12} V_2 = +4 \\ -\frac{1}{12} V_1 + \frac{3}{12} V_2 = -2 \end{cases} \quad \begin{cases} 7V_1 - V_2 = 48 \\ -1V_1 + 3V_2 = -24 \end{cases}$$

$$e \quad V_1 = \frac{\begin{vmatrix} 48 & -1 \\ -24 & 3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 7 & -1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}} = \frac{120}{20} = +6 \text{ V}$$

$$V_2 = \frac{\begin{vmatrix} 7 & 48 \\ -1 & -24 \end{vmatrix}}{20} = \frac{-120}{20} = -6 \text{ V}$$

Como V_1 é maior que V_2 , o sentido da corrente em R_3 é de V_1 para V_2 . Seu valor é:

$$I_{R_3} = \frac{V_1 - V_2}{R_3} = \frac{6 \text{ V} - (-6 \text{ V})}{12 \Omega} = \frac{12 \text{ V}}{12 \Omega} = 1 \text{ A}$$

Como V_1 é positivo, o sentido da corrente I_{R_1} é de V_1 para a terra e a intensidade desta corrente é:

$$I_{R_1} = \frac{V_{R_1}}{R_1} = \frac{V_1}{R_1} = \frac{6 \text{ V}}{2 \Omega} = 3 \text{ A}$$

Finalmente, como V_2 é negativo, o sentido da corrente I_{R_2} é da terra para V_2 , com módulo igual a:

$$I_{R_2} = \frac{V_{R_2}}{R_2} = \frac{V_2}{R_2} = \frac{6 \text{ V}}{6 \Omega} = 1 \text{ A}$$



Supernós

Há ocasiões em que existem fontes de tensão no circuito ao qual desejamos aplicar o método dos nós. Em tais casos podemos converter a fonte de tensão em uma fonte de corrente (se existir um resistor em série) e proceder como antes, ou introduzir o conceito de *supernó* e executar os passos descritos a seguir.

Comece como antes, associando uma tensão de nó a cada nó independente do circuito, incluindo as fontes de tensão como se fossem resistores ou fontes de corrente. Em seguida, substitua mentalmente as fontes de tensão (substitua-as por curtos-circuitos) e aplique a lei de Kirchhoff para tensões a todos os nós restantes do circuito. Qualquer nó que inclua o efeito de elementos ligados somente a outros nós é considerado um *supernó* (pois irá possuir um número adicional de termos). Finalmente, relacione os nós às fontes de tensão do circuito e resolva as equações resultantes para obter as tensões de nó. O exemplo a seguir irá tornar mais clara a definição de *supernó*, além de ilustrar todo o procedimento.

EXEMPLO 8.22 Determine as tensões de nó V_1 e V_2 da Fig. 8.48 usando o conceito de *supernó*.

Solução: Substituindo a fonte de tensão de 12 V por um curto-circuito, obtemos o circuito da Fig. 8.49. Embora tenhamos

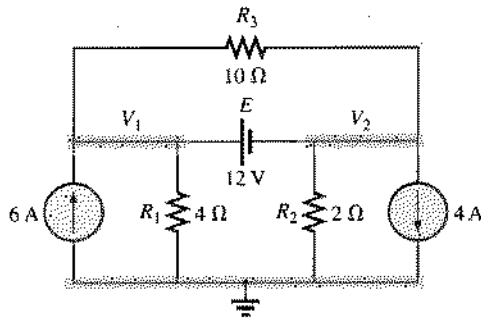


Fig. 8.48 Exemplo 8.22.

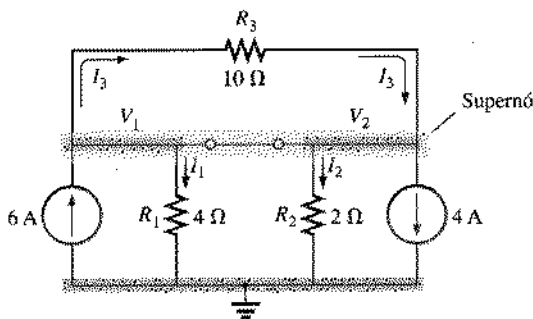


Fig. 8.49 Definição do *supernó* para o circuito da Fig. 8.48.

dito anteriormente que a substituição por um curto-circuito pode ser feita mentalmente, é recomendável, no estágio inicial de aprendizagem, redesenhar o circuito, como na Fig. 8.49. O resultado é um *supernó* ao qual a lei de Kirchhoff para correntes pode ser aplicada. Deixe os outros nós em seus lugares e use-os para definir as correntes que saem dessa região do circuito. Note, em particular, que a corrente I_3 deixa o *supernó* em V_1 e entra no

mesmo *supernó* em V_2 . Ela deve, portanto, aparecer duas vezes quando aplicamos a lei de Kirchhoff para correntes:

$$\begin{aligned}\Sigma I_i &= \Sigma I_o \\ 6 \text{ A} + I_3 &= I_1 + I_2 + 4 \text{ A} + I_3\end{aligned}$$

$$\text{ou} \quad I_1 + I_2 = 6 \text{ A} - 4 \text{ A} = 2 \text{ A}$$

$$\text{então} \quad \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} = 2 \text{ A}$$

$$\text{e} \quad \frac{V_1}{4 \Omega} + \frac{V_2}{2 \Omega} = 2 \text{ A}$$

Relacionando as tensões nodais à fonte de tensão:

$$V_1 - V_2 = E = 12 \text{ V}$$

o que resulta no seguinte sistema de duas equações e duas incógnitas:

$$\begin{aligned}0,25V_1 + 0,5V_2 &= 2 \\ V_1 - 1V_2 &= 12\end{aligned}$$

Substituindo:

$$\begin{aligned}V_1 &= V_2 + 12 \\ 0,25(V_2 + 12) + 0,5V_2 &= 2\end{aligned}$$

$$\text{e} \quad 0,75V_2 = 2 - 3 = -1$$

$$\text{assim} \quad V_2 = \frac{-1}{0,75} = -1,333 \text{ V}$$

$$\text{e} \quad V_1 = V_2 + 12 \text{ V} = -1,333 \text{ V} + 12 \text{ V} = +10,667 \text{ V}$$

A corrente do circuito pode ser determinada como se segue:

$$I_1 \downarrow = \frac{V_1}{R_1} = \frac{10,667 \text{ V}}{4 \Omega} = 2,667 \text{ A}$$

$$I_2 \uparrow = \frac{V_2}{R_2} = \frac{1,333 \text{ V}}{2 \Omega} = 0,667 \text{ A}$$

$$I_3 \rightarrow = \frac{V_1 - V_2}{10 \Omega} = \frac{10,667 \text{ V} - (-1,333 \text{ V})}{10 \Omega} = \frac{12 \text{ V}}{10 \Omega} = 1,2 \text{ A}$$

Uma observação cuidadosa do circuito no início da análise revelaria que a tensão entre os terminais do resistor R_3 deve ser 12 V que I_3 deve ser igual a 1,2 A.

8.10 MÉTODO DOS NÓS (ABORDAGEM PADRONIZADA)

Um exame minucioso das Eqs. 8.3 do Exemplo 8.21 revela que a tensão associada ao nó ao qual a lei de Kirchhoff para correntes é aplicada é multiplicada pela soma das condutâncias ligadas a esse nó. Observe também que as outras tensões nodais presentes na mesma equação são multiplicadas pelo negativo da condutância entre os dois nós. As fontes de corrente são representadas à direita da igualdade, com sinal positivo se fornecem corrente ao nó e com sinal negativo se extraem corrente do nó.



Essas conclusões podem ser generalizadas para incluir circuitos com qualquer número de nós. Isto nos permite escrever as equações nodais rapidamente e em uma forma conveniente para o uso de determinantes. Uma exigência importante é que *todas as fontes de tensão sejam convertidas em fontes de corrente antes que o procedimento acima seja aplicado*. Note o paralelismo entre os quatro passos seguintes e aqueles necessários à aplicação do método das malhas na Seção 8.8:

1. Escolha um nó de referência e associe um valor de tensão aos $(N-1)$ nós restantes do circuito.
2. O número de equações necessárias para a solução é igual ao número das tensões definidas, $(N-1)$. A coluna 1 de cada equação é formada pela soma das condutâncias ligadas ao nó de interesse, multiplicada pela tensão associada ao nó.
3. Precisamos considerar agora os termos comuns, que, como vimos no exemplo anterior, são sempre subtraídos da primeira coluna. É possível haver mais de um termo comum se a tensão do nó de interesse possuir um elemento em comum com mais de uma outra tensão de nó. Este fato será ilustrado mais adiante em um exemplo. Cada termo é o produto da condutância em comum pela outra tensão de nó associada à mesma condutância.
4. A coluna à direita da igualdade é a soma algébrica das fontes de corrente ligadas ao nó de interesse. Uma fonte de corrente recebe o sinal positivo se fornece corrente a um nó, e o sinal negativo se extrai corrente do nó.
5. Resolva as equações simultâneas resultantes para obter as tensões nodais desejadas.

Vamos agora examinar alguns exemplos.

EXEMPLO 8.23 Escreva as equações nodais para o circuito da Fig. 8.50.

Solução:

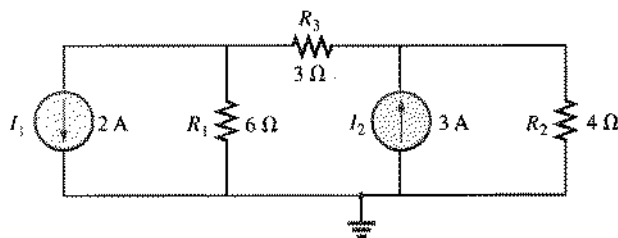


Fig. 8.50 Exemplo 8.23.

Passo 1: A figura é refeita com as tensões pertinentes assinaladas, como na Fig. 8.51.

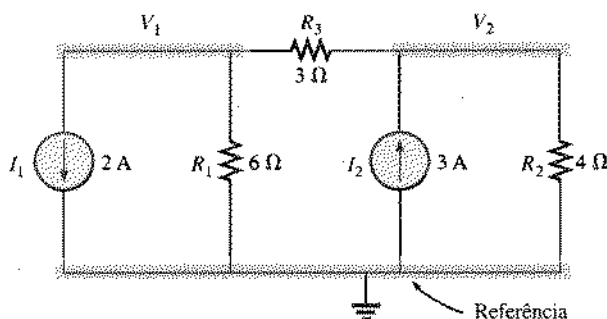


Fig. 8.51 Definindo os nós para o circuito da Fig. 8.50.

Passos 2 a 4:

$$V_1: \underbrace{\left(\frac{1}{6\Omega} + \frac{1}{3\Omega}\right)}_{\text{Soma de condutâncias conectadas ao nó 1}} V_1 - \underbrace{\left(\frac{1}{3\Omega}\right)}_{\text{Condutância mútua}} V_2 = -2 \text{ A}$$

$$V_2: \underbrace{\left(\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{3\Omega}\right)}_{\text{Soma de condutâncias conectadas ao nó 2}} V_2 - \underbrace{\left(\frac{1}{3\Omega}\right)}_{\text{Condutância mútua}} V_1 = +3 \text{ A}$$

Fornecendo corrente ao nó 2

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} V_1 - \frac{1}{3} V_2 &= -2 \\ -\frac{1}{3} V_1 + \frac{7}{12} V_2 &= 3 \end{aligned}$$

EXEMPLO 8.24 Encontre a tensão entre os terminais do resistor de 3Ω da Fig. 8.52 pelo método dos nós.

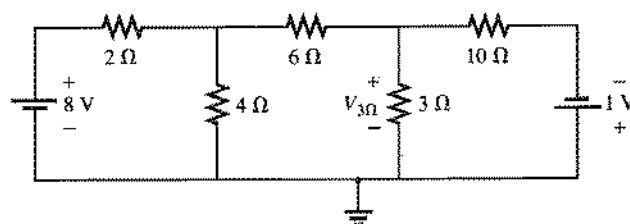


Fig. 8.52 Exemplo 8.24.

Solução: Convertendo as fontes e escolhendo os nós (Fig. 8.53), temos

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{6\Omega}\right) V_1 - \left(\frac{1}{6\Omega}\right) V_2 = +4 \text{ A} \\ \left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{6\Omega}\right) V_2 - \left(\frac{1}{6\Omega}\right) V_1 = -0,1 \text{ A} \end{cases}$$

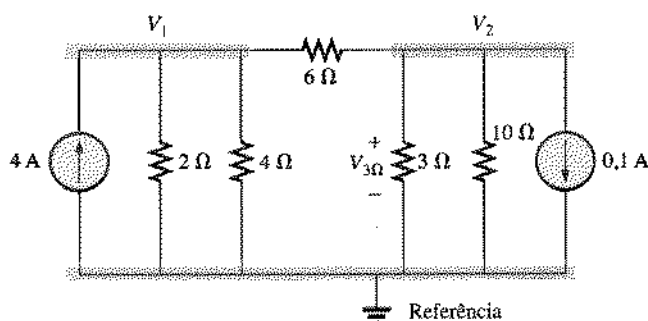


Fig. 8.53 Definindo os nós para o circuito da Fig. 8.52.



$$\begin{aligned} \frac{11}{12}V_1 - \frac{1}{6}V_2 &= 4 \\ -\frac{1}{6}V_1 + \frac{3}{5}V_2 &= -0,1 \end{aligned}$$

o que resulta em

$$\begin{aligned} 11V_1 - 2V_2 &= +48 \\ -5V_1 + 18V_2 &= -3 \end{aligned}$$

e

$$V_2 = V_{3\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 11 & 48 \\ -5 & -3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 11 & -2 \\ -5 & 18 \end{vmatrix}} = \frac{-33 + 240}{198 - 10} = \frac{207}{188} = 1,101 \text{ V}$$

Como o método das malhas, o método dos nós pode ser uma técnica muito útil para resolver circuitos com uma única fonte.

EXEMPLO 8.25 Usando o método dos nós, determine a diferença de potencial entre os terminais do resistor de 4Ω da Fig. 8.54.

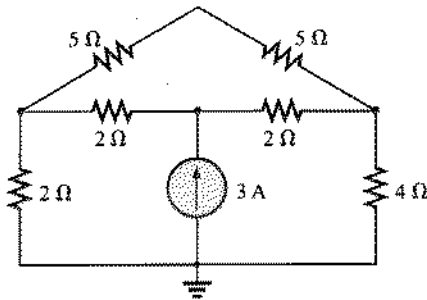


Fig. 8.54 Exemplo 8.25.

Solução: O nó de referência e os quatro valores de tensão foram escolhidos como na Fig. 8.55. Um momento de reflexão nos mostra que as correntes nos resistores de 5Ω e as quedas de tensão entre seus terminais serão as mesmas, qualquer que seja a diferença de potencial entre V_1 e V_3 . Assim, V_4 é simplesmente a metade da diferença entre V_1 e V_3 , e será conhecida se essas ten-

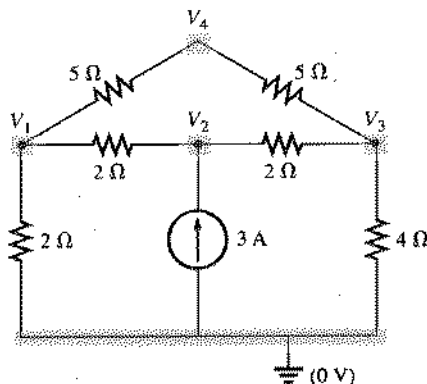


Fig. 8.55 Definindo os nós para o circuito da Fig. 8.54.

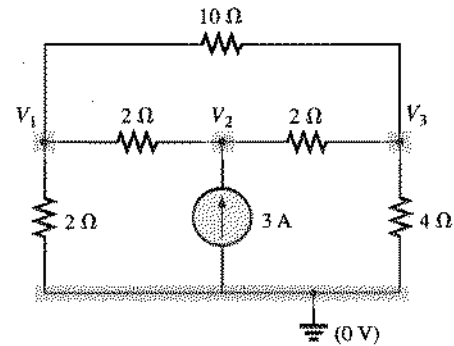


Fig. 8.56 Redução do número de nós para o circuito da Fig. 8.54, através da combinação dos dois resistores de 5Ω .

sões forem determinadas. Por essa razão, não iremos incluí-la entre as tensões nodais e iremos redesenhar o circuito na forma da Fig. 8.56. Deve ficar claro, porém, que V_4 pode ser mantida no circuito se assim o desejarmos, caso em que teremos que usar quatro tensões nodais em lugar das três empregadas na solução proposta.

$$\begin{aligned} V_1: \quad & \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{10\Omega} \right) V_1 - \left(\frac{1}{2\Omega} \right) V_2 - \left(\frac{1}{10\Omega} \right) V_3 = 0 \\ V_2: \quad & \left(\frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{2\Omega} \right) V_2 - \left(\frac{1}{2\Omega} \right) V_1 - \left(\frac{1}{2\Omega} \right) V_3 = 3 \text{ A} \\ V_3: \quad & \left(\frac{1}{10\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{4\Omega} \right) V_3 - \left(\frac{1}{2\Omega} \right) V_2 - \left(\frac{1}{10\Omega} \right) V_1 = 0 \end{aligned}$$

que podem ser reescritas como

$$\begin{aligned} 1,1V_1 - 0,5V_2 - 0,1V_3 &= 0 \\ V_2 - 0,5V_1 - 0,5V_3 &= 3 \\ 0,85V_3 - 0,5V_2 - 0,1V_1 &= 0 \end{aligned}$$

Para utilizarmos determinantes,

$$\begin{aligned} & \begin{matrix} c & b & a \\ 1,1V_1 - 0,5V_2 - 0,1V_3 & = & 0 \\ b & V_2 - 0,5V_1 - 0,5V_3 & = & 3 \\ a & -0,1V_1 - 0,5V_2 + 0,85V_3 & = & 0 \end{matrix} \end{aligned}$$

Antes de continuarmos, observe a simetria em relação à diagonal principal na equação acima. Lembre-se do resultado semelhante no método das malhas. Os Exemplos 8.23 e 8.24 também revelam essa propriedade das equações resultantes. Utilize esse conhecimento para testar os resultados de futuras aplicações do método dos nós.

$$V_3 = V_{4\Omega} = \frac{\begin{vmatrix} 1,1 & -0,5 & 0 \\ -0,5 & 1 & 3 \\ -0,1 & -0,5 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1,1 & -0,5 & -0,1 \\ -0,5 & 1 & -0,5 \\ -0,1 & -0,5 & 0,85 \end{vmatrix}} = 4,645 \text{ V}$$



Usando o MathCad 2.5:

$$\begin{aligned}
 &V1 := 1 \quad V2 := 1 \quad V3 := 1 \\
 &\text{Given} \\
 &\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \frac{1}{10} \right] \cdot V1 - \frac{1}{2} \cdot V2 - \frac{1}{10} \cdot V3 \approx 0 \\
 &\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} \right] \cdot V2 - \frac{1}{2} \cdot V1 - \frac{1}{2} \cdot V3 \approx 3 \\
 &\left[\frac{1}{10} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} \right] \cdot V3 - \frac{1}{2} \cdot V2 - \frac{1}{10} \cdot V1 \approx 0 \\
 &\text{Find}(V1, V2, V3) = \begin{bmatrix} 3.677 \\ 7.161 \\ 4.645 \end{bmatrix} \quad \text{Volts}
 \end{aligned}$$

MATHCAD 8.4

O próximo exemplo possui somente uma fonte aplicada a um circuito em cascata.

EXEMPLO 8.26 Escreva as equações nodais e encontre a tensão entre os terminais do resistor de 2Ω do circuitos da Fig. 8.57.

Solução: As tensões nodais foram escolhidas como na Fig. 8.58.

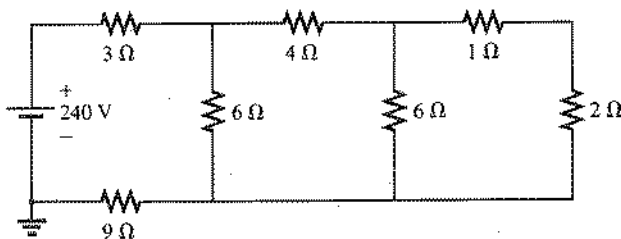


Fig. 8.57 Exemplo 8.26.

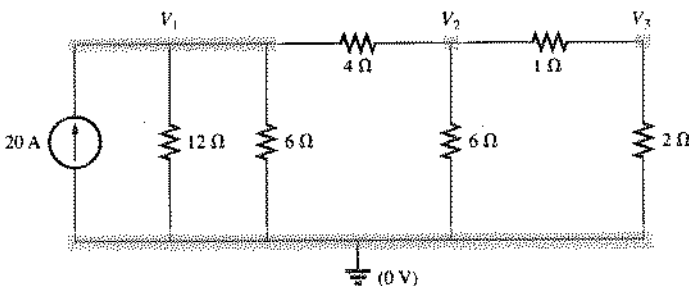


Fig. 8.58 Convertendo a fonte de tensão em fonte de corrente e definindo os nós para o circuito da Fig. 8.57.

$$V_1: \left(\frac{1}{12 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega} + \frac{1}{4 \Omega} \right) V_1 - \left(\frac{1}{4 \Omega} \right) V_2 + 0 = 20$$

$$V_2: \left(\frac{1}{4 \Omega} + \frac{1}{6 \Omega} + \frac{1}{1 \Omega} \right) V_2 - \left(\frac{1}{4 \Omega} \right) V_1 - \left(\frac{1}{1 \Omega} \right) V_3 = 0$$

$$V_3: \left(\frac{1}{1 \Omega} + \frac{1}{2 \Omega} \right) V_3 - \left(\frac{1}{1 \Omega} \right) V_2 + 0 = 0$$

c

$$\begin{aligned}
 0,5V_1 - 0,25V_2 + 0 &= 20 \\
 -0,25V_1 + \frac{17}{12}V_2 - \frac{1}{1+4}V_3 &= 0 \\
 0 - 1V_2 + 1,5V_3 &= 0
 \end{aligned}$$

Note a simetria em relação à diagonal principal. A aplicação de determinantes revela que

$$V_3 = V_{2\Omega} = 10,667 \text{ V}$$

8.11 CIRCUITOS EM PONTE

Esta seção introduz o circuito em ponte, uma configuração que possui múltiplas aplicações. Nos próximos capítulos, ele será empregado em medidores de corrente contínua e alternada. Nos cursos de eletrônica, esses circuitos são estudados logo no início, na discussão dos circuitos retificadores empregados para converter sinais alternados em sinais contínuos. Existem outras aplicações que exigem algum conhecimento de circuitos alternados e serão discutidas mais adiante.

O circuito em ponte pode aparecer em uma das três formas vistas na Fig. 8.59. O circuito da Fig. 8.59(c) é também chamado de treliça simétrica se $R_2 = R_3$ e $R_1 = R_4$. A Fig. 8.59(c) é um

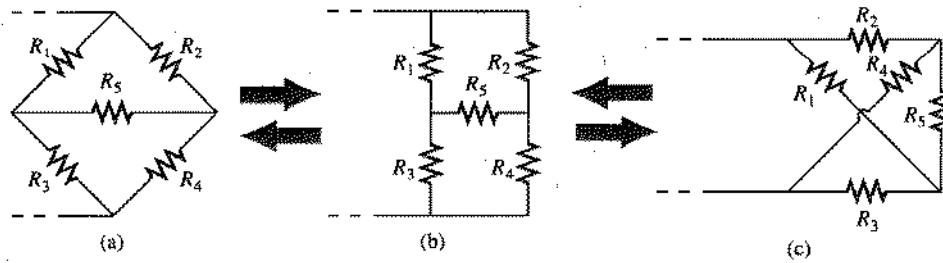


Fig. 8.59 Vários formatos para um circuito em ponte.

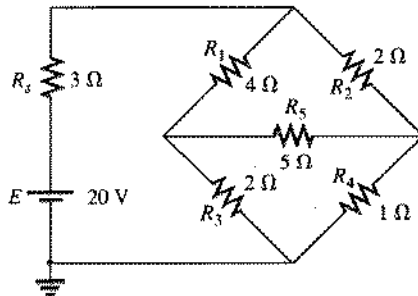


Fig. 8.60 Configuração padrão de um circuito em ponte.

excelente exemplo de como um circuito planar pode parecer não-planar. Para fins didáticos, vamos examinar o circuito da Fig. 8.60 usando o método das malhas e o método dos nós.

O método das malhas (Fig. 8.61) leva a

$$\begin{aligned} (3\Omega + 4\Omega + 2\Omega)I_1 - (4\Omega)I_2 - (2\Omega)I_3 &= 20\text{ V} \\ (4\Omega + 5\Omega + 2\Omega)I_2 - (4\Omega)I_1 - (5\Omega)I_3 &= 0 \\ (2\Omega + 5\Omega + 1\Omega)I_3 - (2\Omega)I_1 - (5\Omega)I_2 &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 9I_1 - 4I_2 - 2I_3 &= 20 \\ -4I_1 + 11I_2 - 5I_3 &= 0 \\ -2I_1 - 5I_2 + 8I_3 &= 0 \end{aligned}$$

com o resultado

$$\begin{aligned} I_1 &= 4\text{ A} \\ I_2 &= 2,667\text{ A} \\ I_3 &= 2,667\text{ A} \end{aligned}$$

A corrente total no resistor de 5 Ω é

$$I_{5\Omega} = I_2 - I_3 = 2,667\text{ A} - 2,667\text{ A} = 0\text{ A}$$

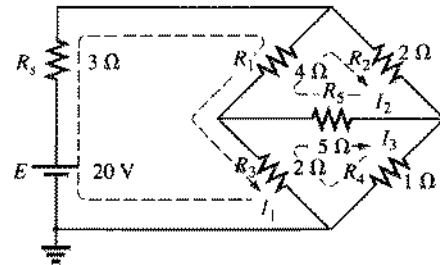


Fig. 8.61 Definindo as correntes de malha ao circuito da Fig. 8.60.

O método dos nós (Fig. 8.62) leva a

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{2\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{4\Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{2\Omega}\right)V_3 &= \frac{20}{3}\text{ A} \\ \left(\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{5\Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{4\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{5\Omega}\right)V_3 &= 0 \\ \left(\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{1\Omega}\right)V_3 - \left(\frac{1}{2\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{5\Omega}\right)V_2 &= 0 \end{aligned}$$

e

$$\begin{aligned} \left(\frac{1}{3\Omega} + \frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{2\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{4\Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{2\Omega}\right)V_3 &= \frac{20}{3}\text{ A} \\ -\left(\frac{1}{4\Omega}\right)V_1 + \left(\frac{1}{4\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{5\Omega}\right)V_2 - \left(\frac{1}{5\Omega}\right)V_3 &= 0 \\ -\left(\frac{1}{2\Omega}\right)V_1 - \left(\frac{1}{5\Omega}\right)V_2 + \left(\frac{1}{5\Omega} + \frac{1}{2\Omega} + \frac{1}{1\Omega}\right)V_3 &= 0 \end{aligned}$$

Observe a simetria da solução.

Com a calculadora TI-85, a parte superior do determinante é encontrada da seguinte forma (preste atenção aos cálculos dentro dos parênteses):

det[[20/3, -1/4, -1/2][0, (1/4 + 1/2 + 1/5), -1/5][0, -1/5, (1/5 + 1/2 + 1/1)]] (ENTER)	10.5
---	------

CALC. 8.4

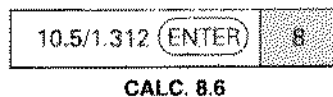
com a parte inferior do determinante sendo:

det[[(1/3 + 1/4 + 1/2), -1/4, -1/2][-1/4, (1/4 + 1/2 + 1/5), -1/5][-1/2, -1/5, (1/5 + 1/2 + 1/1)]] (ENTER)	1.312
---	-------

CALC. 8.5



Finalmente



e $V_1 = 8 \text{ V}$

Similarmente, $V_2 = 2,667 \text{ V}$ e $V_3 = 2,667 \text{ V}$

e a tensão entre os terminais do resistor de 5Ω é

$$V_{5\Omega} = V_2 - V_3 = 2,667 \text{ V} - 2,667 \text{ V} = 0 \text{ V}$$

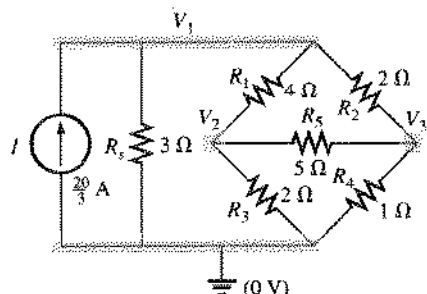


Fig. 8.62 Definindo as tensões nodais para o circuito da Fig. 8.60.

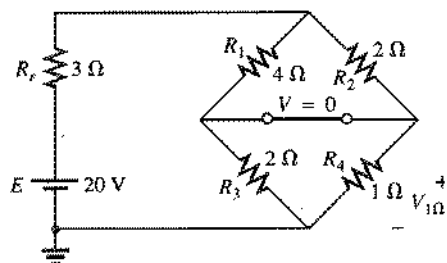


Fig. 8.63 Substituindo o ramo central de uma ponte equilibrada por um curto-circuito.

Como $V_{5\Omega} = 0 \text{ V}$, podemos inserir um curto no lugar deste ramo da ponte sem afetar o comportamento do circuito. (Certamente $V = IR = I \cdot (0) = 0 \text{ V}$.) Na Fig. 8.63, um curto-circuito substitui o resistor R_5 , e a tensão entre os terminais de R_4 pode ser determinada. O circuito é reproduzido na Fig. 8.64, e

$$\begin{aligned} V_{1n} &= \frac{(2\Omega \parallel 1\Omega)20\text{ V}}{(2\Omega \parallel 1\Omega) + (4\Omega \parallel 2\Omega) + 3\Omega} \quad (\text{regra do divisor de tensão}) \\ &= \frac{\frac{2}{3}(20\text{ V})}{\frac{2}{3} + \frac{8}{6} + 3} = \frac{\frac{2}{3}(20\text{ V})}{\frac{2}{3} + \frac{4}{3} + \frac{9}{3}} \\ &= \frac{2(20\text{ V})}{2 + 4 + 9} = \frac{40\text{ V}}{15} = 2,667 \text{ V} \end{aligned}$$

como já havíamos obtido antes.

Concluimos, através do método das malhas, que $I_{5\Omega} = 0 \text{ A}$, o que é equivalente ao circuito aberto que aparece na Fig. 8.65(a). (Certamente $I = V/R = 0/(\infty\Omega) = 0 \text{ A}$.) A tensão entre os termi-

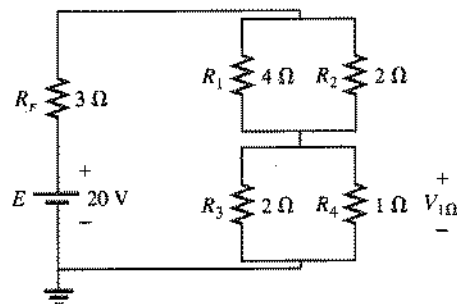


Fig. 8.64 Circuito da Fig. 8.63 redesenhado.

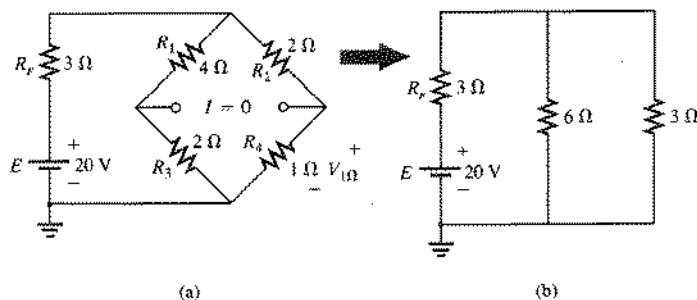


Fig. 8.65 Substituindo o ramo central de uma ponte equilibrada por um circuito aberto.

nais do resistor R_4 pode ser novamente determinada e comparada com o resultado acima.

O circuito é redesenhado após combinar os elementos em série, como na Fig. 8.65(b), e

$$V_{3n} = \frac{(6\Omega \parallel 3\Omega)(20\text{ V})}{6\Omega \parallel 3\Omega + 3\Omega} = \frac{2\Omega(20\text{ V})}{2\Omega + 3\Omega} = 8 \text{ V}$$

$$\text{e } V_{1n} = \frac{1\Omega(8\text{ V})}{1\Omega + 2\Omega} = \frac{8\text{ V}}{3} = 2,667 \text{ V}$$

como acima.

A condição $V_{5\Omega} = 0 \text{ V}$ ou $I_{5\Omega} = 0 \text{ A}$ existe somente para uma relação particular entre os resistores do circuito. Vamos agora deduzir esta relação usando o circuito da Fig. 8.66, no qual é indicado que $I = 0 \text{ A}$ e $V = 0 \text{ V}$. Note que o resistor R_r do circuito da Fig. 8.65 não aparece na análise.

Dizemos que um circuito em ponte está *equilibrado* quando a condição $I = 0 \text{ A}$ ou $V = 0 \text{ V}$ é satisfeita.

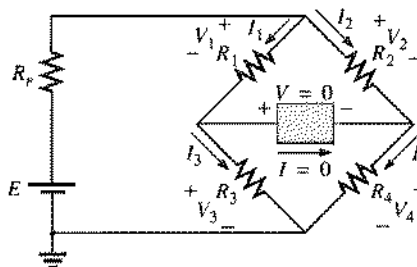


Fig. 8.66 Definindo a condição de equilíbrio para um circuito em ponte.



Se $V = 0$ V (curto-circuito entre a e b), então

$$V_1 = V_2$$

e
$$I_1 R_1 = I_2 R_2$$

ou
$$I_1 = \frac{I_2 R_2}{R_1}$$

Além disso, quando $V = 0$ V,

$$V_3 = V_4$$

e
$$I_3 R_3 = I_4 R_4$$

Se fizermos $I = 0$ A, então $I_3 = I_1$ e $I_4 = I_2$ e a equação acima se tornará

$$I_1 R_3 = I_2 R_4$$

Substituindo I_1 , temos

$$\left(\frac{I_2 R_2}{R_1} \right) R_3 = I_2 R_4$$

ou, reagrupando, temos

$$\boxed{\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4}} \quad (8.4)$$

Esta conclusão mostra que se a razão entre R_1 e R_3 for igual à razão entre R_2 e R_4 , a ponte estará equilibrada, e $I = 0$ A ou $V = 0$ V. Um método para memorizar fórmula está indicado na Fig. 8.67.

Para o exemplo acima, $R_1 = 4 \Omega$, $R_2 = 2 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 1 \Omega$ e

$$\frac{R_1}{R_3} = \frac{R_2}{R_4} \rightarrow \frac{4 \Omega}{2 \Omega} = \frac{2 \Omega}{1 \Omega} = 2$$

Nesta seção, discutimos apenas o caso de pontes equilibradas. Se a ponte não estiver equilibrada, haverá uma diferença de potencial entre os terminais do resistor central, e ele será atravessado por uma corrente. Os métodos que acabamos de descrever (método das malhas e método dos nós) podem ser usados para determinar as tensões e correntes no circuito mesmo que a ponte não esteja equilibrada.

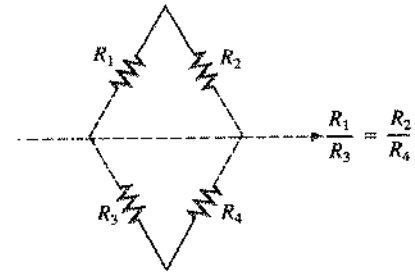


Fig. 8.87 Método visual para memorizar a condição de equilíbrio.

8.12 CONVERSÕES Y-Δ (T-π) E Δ-Y (π-T)

São frequentemente encontrados circuitos nos quais os resistores parecem não estar em série ou em paralelo. Nessas condições, pode ser interessante converter o circuito de uma forma para outra mais conveniente para determinar os valores das tensões e correntes sem usar o método das malhas ou o método dos nós. Duas configurações frequentemente responsáveis por esse tipo de dificuldade são a ípsilon (Y) e a delta (Δ), mostradas na Fig. 8.68(a). Elas também são chamadas de tê (T) e pi (π), respectivamente, como está indicado na Fig. 8.68(b).

O objetivo desta seção é desenvolver as equações para converter do tipo Δ para o Y e vice-versa. Este tipo de conversão normalmente leva a um circuito que pode ser resolvido usando técnicas como as descritas no Cap. 7. Em outras palavras, na Fig. 8.69, com os terminais a , b e c fixos, se desejarmos a configuração Y em lugar de Δ, tudo que temos a fazer é aplicar diretamente as equações que serão deduzidas a seguir. O termo *em lugar de* é enfatizado porque queremos assegurar que ficou entendido que somente uma dessas configurações pode aparecer de cada vez entre os terminais indicados.

Nosso objetivo (em relação à Fig. 8.69) é encontrar uma expressão para R_1 , R_2 e R_3 em termos de R_a , R_b e R_c , e vice-versa, que irá nos garantir que a resistência entre dois terminais quaisquer da configuração Y será a mesma que a da configuração Δ equivalente (e vice-versa). Para os dois circuitos serem equivalentes, a resistência total entre dois terminais quaisquer precisa ser a mesma. Considere os terminais a , b e c na configuração Δ-Y da Fig. 8.70.

Vamos supor primeiramente que desejamos converter de Δ (R_a , R_b e R_c) para Y (R_1 , R_2 e R_3). Isto exige que tenhamos uma expressão para R_1 , R_2 e R_3 em termos de R_a , R_b e R_c . Se a resistência

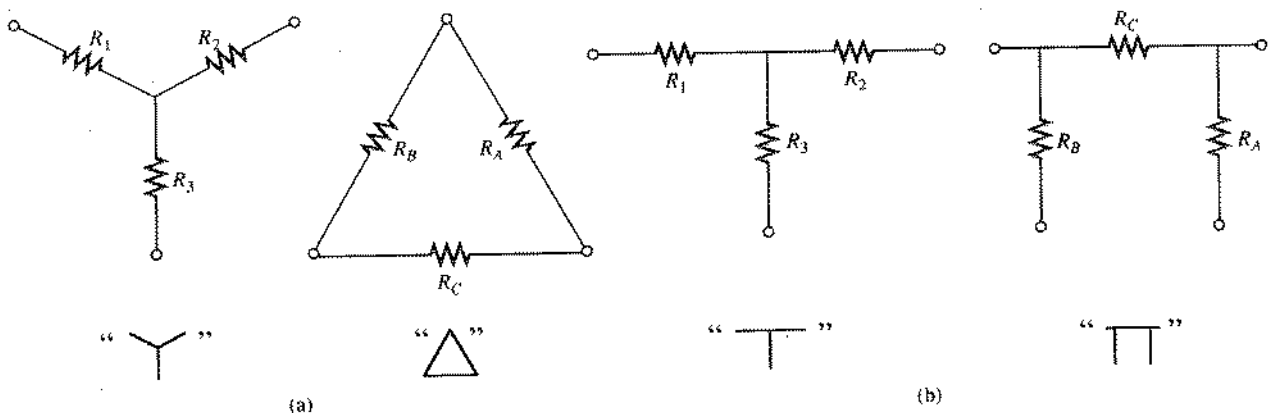
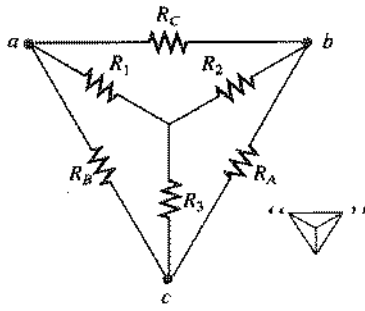


Fig. 8.88 As configurações Y (T) e Δ (π).

Fig. 8.69 Introdução dos conceitos de conversões Δ -Y e Y- Δ .

entre os terminais a , b e c tem que ser a mesma para Δ e Y, a seguinte equação deve ser verdadeira:

$$R_{a-c}(Y) = R_{a-c}(\Delta)$$

de modo que

$$R_{a-c} = R_1 + R_3 = \frac{R_B(R_A + R_C)}{R_B + (R_A + R_C)} \quad (8.5a)$$

Usando a mesma abordagem para $a-b$ e $b-c$, obtemos as seguintes relações:

$$R_{a-b} = R_1 + R_2 = \frac{R_C(R_A + R_B)}{R_C + (R_A + R_B)} \quad (8.5b)$$

$$e \quad R_{b-c} = R_2 + R_3 = \frac{R_A(R_B + R_C)}{R_A + (R_B + R_C)} \quad (8.5c)$$

Subtraindo a Eq. 8.5(a) da Eq. 8.5(b), temos

$$(R_1 + R_2) - (R_1 + R_3) = \left(\frac{R_C R_B + R_C R_A}{R_A + R_B + R_C} \right) - \left(\frac{R_B R_A + R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} \right)$$

de modo que

$$R_2 - R_3 = \frac{R_A R_C - R_B R_A}{R_A + R_B + R_C} \quad (8.5d) \quad \text{ou}$$

Subtraindo a Eq. 8.5(d) da Eq. 8.5(c) temos

$$(R_2 + R_3) - (R_2 - R_3) = \left(\frac{R_A R_B + R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \right) - \left(\frac{R_A R_C - R_B R_A}{R_A + R_B + R_C} \right)$$

logo

$$2R_3 = \frac{2R_B R_A}{R_A + R_B + R_C}$$

o que resulta na seguinte expressão para R_3 , em termos de R_A , R_B e R_C :

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} \quad (8.6a)$$

Seguindo o mesmo procedimento para R_1 e R_2 , temos

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C}$$

e

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} \quad (8.6c)$$

Note que cada resistor do Y é igual ao produto dos resistores nos dois ramos mais próximos do Δ dividido pela soma dos resistores do Δ .

Para obter a relação necessária para converter de Y para Δ , primeiro dividimos a Eq. 8.6(a) pela Eq. 8.6(b):

$$\frac{R_3}{R_1} = \frac{(R_A R_B)/(R_A + R_B + R_C)}{(R_B R_C)/(R_A + R_B + R_C)} = \frac{R_A}{R_C}$$

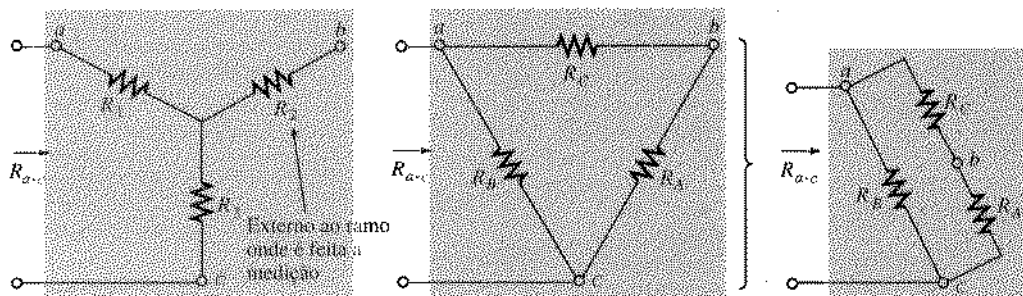
ou

$$R_A = \frac{R_C R_3}{R_1}$$

Em seguida, dividimos a Eq. 8.6(a) pela Eq. 8.6(c):

$$\frac{R_3}{R_2} = \frac{(R_A R_B)/(R_A + R_B + R_C)}{(R_A R_C)/(R_A + R_B + R_C)} = \frac{R_B}{R_C}$$

$$R_B = \frac{R_3 R_C}{R_2}$$

Fig. 8.70 Obtenção da resistência R_{a-c} para as configurações Y e Δ .



Substituindo R_s e R_p por estes valores na Eq. 8.6(c) temos

$$R_2 = \frac{(R_C R_3 / R_1) R_C}{(R_3 R_C / R_2) + (R_C R_3 / R_1) + R_C}$$

$$= \frac{(R_3 / R_1) R_C}{(R_3 / R_2) + (R_3 / R_1) + 1}$$

Reduzindo a um denominador comum, obtemos

$$R_2 = \frac{(R_3 R_C / R_1)}{(R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3) / (R_1 R_2)}$$

$$= \frac{R_2 R_3 R_C}{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}$$

e

$$R_C = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_3} \quad (8.7a)$$

Seguimos o mesmo procedimento para R_s e R_t :

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1} \quad (8.7b)$$

e

$$R_B = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_2} \quad (8.7c)$$

Note que o valor de cada resistor do Δ é igual à soma das possíveis combinações dos produtos das resistências do Y dividida pela resistência do Y mais distante do resistor a ser determinado.

Vamos considerar o que poderia ocorrer se todos os valores de um Δ ou Y fosse iguais. Se $R_A = R_B = R_C$, a Eq. 8.6(a) se tornaria (usando apenas R_A):

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{R_A R_A}{R_A + R_A + R_A} = \frac{R_A^2}{3R_A} = \frac{R_A}{3}$$

Da mesma forma,

$$R_1 = \frac{R_A}{3} \quad R_2 = \frac{R_A}{3}$$

Em geral, portanto,

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} \quad (8.8a)$$

ou

$$R_\Delta = 3R_Y \quad (8.8b)$$

o que significa que, para um Y de três resistores iguais, o valor de cada resistor do Δ é igual a três vezes o valor de um dos resistores do Y. Se somente dois elementos de Y ou de Δ forem iguais, o Δ ou Y correspondente de cada um também terá dois elementos iguais. A conversão das equações será deixada como um exercício para o leitor.

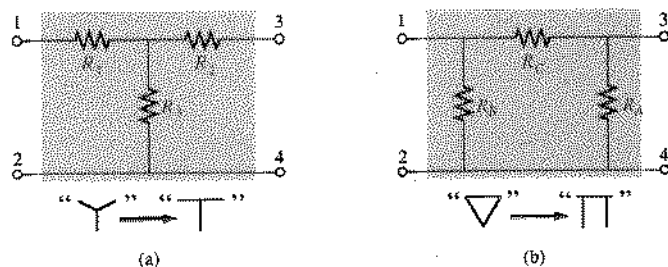


Fig. 8.71 Relação entre as configurações Y e T e entre as configurações Δ e π.

Os circuitos Y e Δ também podem ser representados da forma que aparece na Fig. 8.71. Nesse caso, costumam ser chamados de *tê* (T) e *pi* (π), respectivamente. As equações usadas para converter de uma forma para outra são exatamente as mesmas que desenvolvemos para os circuitos Y e Δ.

EXEMPLO 8.27 Converta o circuito Δ da Fig. 8.72 em um circuito Y.

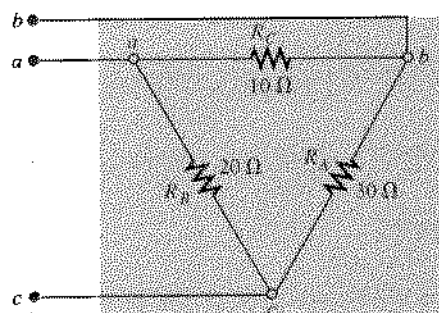


Fig. 8.72 Exemplo 8.27.

Solução:

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(20 \Omega)(10 \Omega)}{30 \Omega + 20 \Omega + 10 \Omega} = \frac{200 \Omega}{60} = 3\frac{1}{3} \Omega$$

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(30 \Omega)(10 \Omega)}{60 \Omega} = \frac{300 \Omega}{60} = 5 \Omega$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(20 \Omega)(30 \Omega)}{60 \Omega} = \frac{600 \Omega}{60} = 10 \Omega$$

O circuito equivalente é visto na Fig. 8.73.

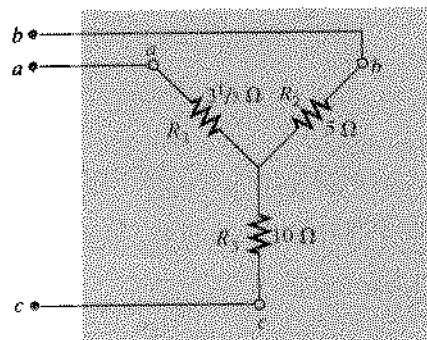


Fig. 8.73 O Y equivalente ao Δ da Fig. 8.72.



EXEMPLO 8.28 Converta o circuito Y da Fig. 8.74 em um circuito Δ .

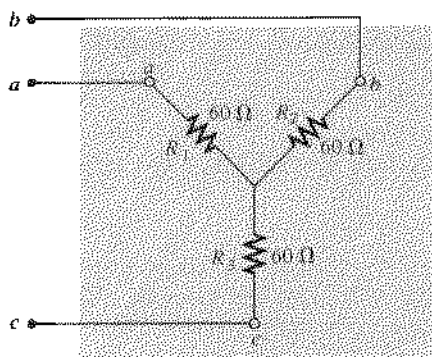


Fig. 8.74 Exemplo 8.28.

Solução:

$$R_A = \frac{R_1 R_2 + R_1 R_3 + R_2 R_3}{R_1}$$

$$= \frac{(60 \Omega)(60 \Omega) + (60 \Omega)(60 \Omega) + (60 \Omega)(60 \Omega)}{60 \Omega}$$

$$= \frac{3600 \Omega + 3600 \Omega + 3600 \Omega}{60} = \frac{10,800 \Omega}{60}$$

$$R_A = 180 \Omega$$

Entretanto, os três resistores de Y são iguais, permitindo o uso da Eq. 8.8, e assim,

$$R_{\Delta} = 3R_Y = 3(60 \Omega) = 180 \Omega$$

e

$$R_B = R_C = 180 \Omega$$

O circuito equivalente é visto na Fig. 8.75.

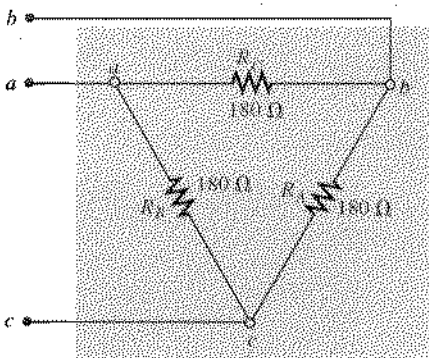


Fig. 8.75 O Δ equivalente ao Y da Fig. 8.74.

EXEMPLO 8.29 Encontre a resistência total do circuito da Fig. 8.76, onde $R_s = 3 \Omega$, $R_p = 3 \Omega$ e $R_c = 6 \Omega$.

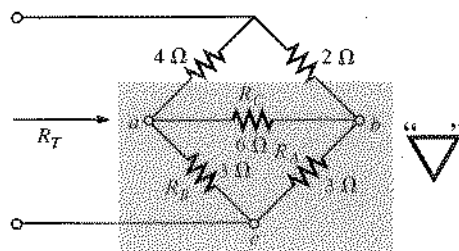


Fig. 8.76 Exemplo 8.29.

Solução:

Dois resistores de Δ são iguais; portanto, dois resistores de Y serão iguais.

$$R_1 = \frac{R_B R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(3 \Omega)(6 \Omega)}{3 \Omega + 3 \Omega + 6 \Omega} = \frac{18 \Omega}{12} = 1,5 \Omega \leftarrow$$

$$R_2 = \frac{R_A R_C}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(3 \Omega)(6 \Omega)}{12 \Omega} = \frac{18 \Omega}{12} = 1,5 \Omega \leftarrow$$

$$R_3 = \frac{R_A R_B}{R_A + R_B + R_C} = \frac{(3 \Omega)(3 \Omega)}{12 \Omega} = \frac{9 \Omega}{12} = 0,75 \Omega$$

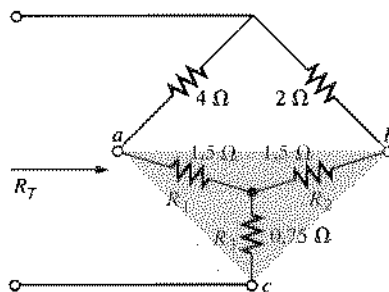


Fig. 8.77 Substituindo o Δ da parte inferior da Fig. 8.76 pelo Y equivalente.

Substituindo o circuito Δ pelo Y equivalente, como na Fig. 8.77, temos

$$R_T = 0,75 \Omega + \frac{(4 \Omega + 1,5 \Omega)(2 \Omega + 1,5 \Omega)}{(4 \Omega + 1,5 \Omega) + (2 \Omega + 1,5 \Omega)}$$

$$= 0,75 \Omega + \frac{(5,5 \Omega)(3,5 \Omega)}{5,5 \Omega + 3,5 \Omega}$$

$$= 0,75 \Omega + 2,139 \Omega$$

$$R_T = 2,889 \Omega$$

EXEMPLO 8.30 Encontre a resistência total do circuito da Fig. 8.78.

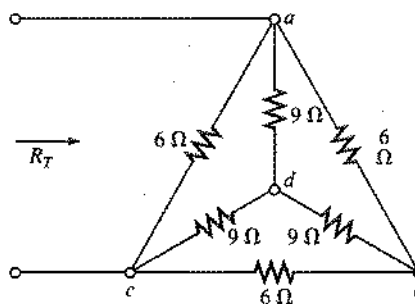


Fig. 8.78 Exemplo 8.30.



Solução: Como todos os resistores de Δ ou Y são iguais, as Eqs. 8.8(a) e 8.8(b) podem ser usadas para converter de uma forma para outra.

- a. *Convertendo de Δ para Y.* Nota: Quando isto é feito, o ponto d' do novo circuito Y coincide com o ponto d da figura original apenas porque os sistemas estão equilibrados, isto é, as resistências dos três ramos possuem o mesmo valor:

$$R_Y = \frac{R_\Delta}{3} = \frac{6 \Omega}{3} = 2 \Omega \quad (\text{Fig. 8.79})$$

O circuito então ficará como na Fig. 8.80.

$$R_T = 2 \left[\frac{(2 \Omega)(9 \Omega)}{2 \Omega + 9 \Omega} \right] = 3,2727 \Omega$$

- b. *Convertendo de Y para Δ :*

$$R_\Delta = 3R_Y = (3)(9 \Omega) = 27 \Omega$$

$$R'_T = \frac{(6 \Omega)(27 \Omega)}{6 \Omega + 27 \Omega} = \frac{162 \Omega}{33} = 4,9091 \Omega$$

$$R_T = \frac{R'_T (R'_T + R'_T)}{R'_T + (R'_T + R'_T)} = \frac{R'_T 2R'_T}{3R'_T} = \frac{2R'_T}{3} \\ = \frac{2(4,9091 \Omega)}{3} = 3,2727 \Omega$$

o que confirma a solução anterior.

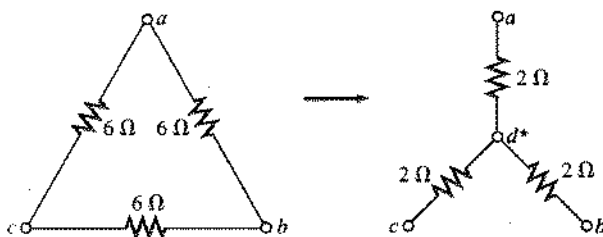


Fig. 8.79 Convertendo a configuração Δ da Fig. 8.78 em uma configuração Y.

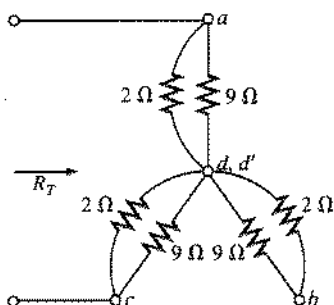


Fig. 8.80 Substituindo a configuração Δ pela Y no circuito da Fig. 8.78.

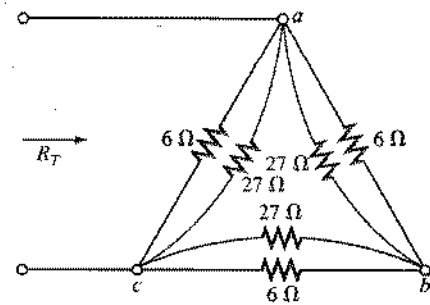


Fig. 8.81 Substituindo a configuração Y pela Δ no circuito da Fig. 8.78.

8.13 ANÁLISE COMPUTACIONAL

PSpice (DOS)

O circuito do Exemplo 8.9 (Fig. 8.21) foi reproduzido na Fig. 8.82 com os nós definidos de modo apropriado para um arquivo de entrada do PSpice. O arquivo de entrada da Fig. 8.83 pede ao computador para calcular a tensão nodal V_2 e as correntes de ramo I_1 , I_2 e I_3 . Como a corrente em R_1 é igual à corrente de malha dessa janela, I_1 é ao mesmo tempo corrente de ramo e de malha. O mesmo ocorre para I_2 na outra malha. Os resultados mostram que $V_2 = VR_3 = +4 \text{ V}$, que a corrente de ramo e de malha que atravessa R_1 é 1 A do nó 1 para o nó 2, e que a corrente de ramo e de malha em R_3 é 2 A do nó 3 para o 2. A corrente de ramo em R_3 é de 1 A do nó 2 para o nó de referência (0). Lembre-se de que um sinal positivo para uma corrente no PSpice indica que o sentido é do primeiro para o segundo nó do arquivo de entrada, passando pelo resistor que liga os dois nós. Um sinal negativo indica o sentido oposto. Os resultados obtidos com o PSpice são, é claro, os mesmos que obtivemos no Exemplo 8.9.

O arquivo de entrada da Fig. 8.85 se refere ao circuito da Fig. 8.84, que já apareceu na Fig. 8.53. Observe que o resultado para a tensão entre os terminais do resistor de 3Ω , rotulada como $V(2)$ no arquivo de saída, é exatamente o mesmo (1,101 V) que no Exemplo 8.23.

PSpice (Windows)

A primeira aplicação utilizando diagramas esquemáticos será a verificação dos resultados do Exemplo 8.18. Todos os elementos que aparecem no diagrama da Fig. 8.86 foram apresentados em capítulos anteriores. Note que a corrente de malha que desejamos é mostrada usando IPROBE, obtido pela sequência **Draw-Get New Part-Browse-special.slb-IPROBE**. Após o comando **Analysis-Simulate**, a intensidade da corrente é mostrada (1,22 A), o que corresponde à solução do Exemplo 8.18. Note a maneira como

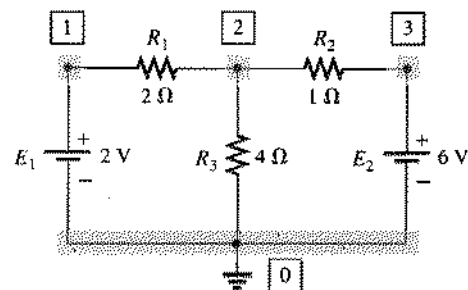


Fig. 8.82 Definição dos nós para uma análise pelo PSpice (DOS).



Chapter 8 - Two loop circuit

**** CIRCUIT DESCRIPTION

```

VE1 1 0 2V
VE2 3 0 6V
R1 2 1 2
R2 2 3 1
R3 2 0 4
.DC VE1 2 2 1
.PRINT DC V(2) I(R1) I(R2) I(R3)
.OPTIONS NOPAGE
.END

```

**** DC TRANSFER CURVES

TEMPERATURE = 27.000 DEG C

VE1	V(2)	I(R1)	I(R2)	I(R3)
2.000E+00	4.000E+00	1.000E+00	-2.000E+00	1.000E+00

Fig. 8.83 Arquivos de entrada e de saída para a análise do circuito da Fig. 8.82 pelo PSpice (DOS).

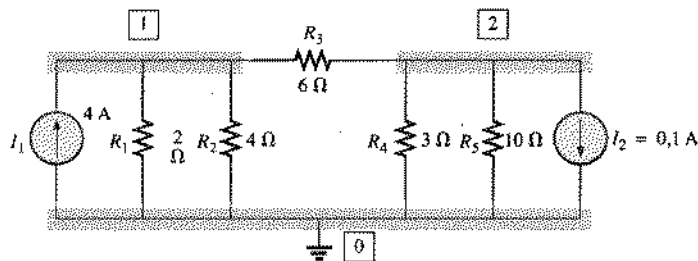


Fig. 8.84 Definição dos nós para uma análise pelo PSpice (DOS).

Chapter 8 - Three loop circuit

**** CIRCUIT DESCRIPTION

```

IS1 0 1 4
IS2 2 0 .1
R1 1 0 2
R2 1 0 4
R3 1 2 6
R4 2 0 3
R5 2 0 10
.DC IS2 .1 .1 1
.PRINT DC V(1) V(2)
.OPTIONS OPAGE
.END

```

Fig. 8.85 Arquivo de entrada para a análise do circuito da Fig. 8.84 pelo PSpice (DOS).



**** DC TRANSFER CURVES			TEMPERATURE = 27.000 DEG C	
IS2	V(1)	V(2)		
1.000E-01	4.564E+00	1.101E+00		

Fig. 8.85 (continuação) Arquivo de saída para o mesmo circuito.

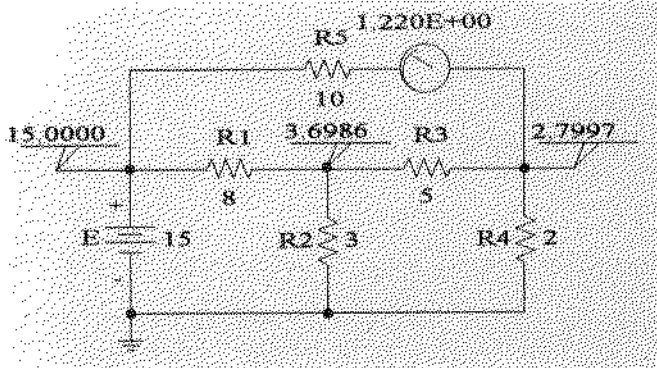
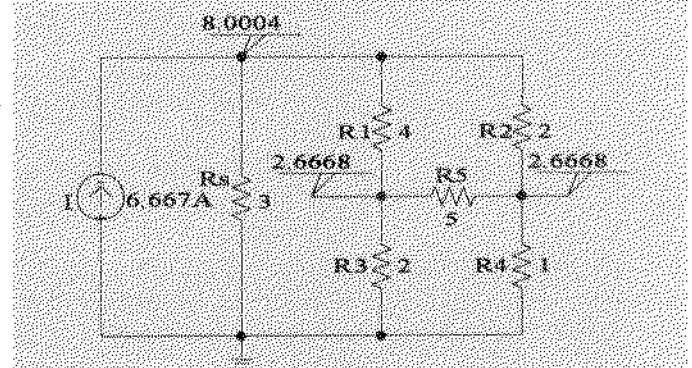
Fig. 8.86 Determinação da corrente $I_{10\Omega}$ e da tensão nodal no circuito da Fig. 8.37 (Exemplo 8.18).

Fig. 8.87 Determinação da tensão nodal para o circuito em ponte da Fig. 8.62.

IProbe foi instalado, para assegurar uma resposta positiva. Lembre-se de que é possível fazê-lo girar com o comando **Ctrl-R**, o mesmo usado com resistores e outros elementos. As tensões nodais foram obtidas através do **VIEWPOINTS**, usando uma sequência semelhante à adotada para obter **IProbe**. Observe que os valores de duas tensões nodais são mostrados à esquerda e à direita do circuito, para não carregar o desenho. Isto foi feito com a utilização do comando **Draw-Wire** para desenhar as linhas.

O segundo circuito a ser analisado inclui uma fonte de corrente, que pode ser obtida através da sequência **Draw-Get New Part-Browse-source.sib-IDC-OK**. Ela aparece no diagrama da Fig. 8.87, que representa o circuito em ponte da Fig. 8.62. O rótulo **IDC** foi removido clicando-se nele e usando a sequência **Edit-Delete**. Também se pode usar a tecla <delete> para remover o título depois de assinalá-lo. O valor 6,667 A foi colocado clicando-se no 0 A e respondendo a **Set Attribute Value**. A variável utilizada para designar a fonte foi modificada dando um duplo-clique no rótulo padrão **I1** e mudando o **Reference Designator** para **I**. Para fazer girar a fonte, basta usar o comando **Ctrl-R**. Os demais componentes e **VIEWPOINTS** foram colocados da forma descrita anteriormente.

Os resultados obtidos através do comando **Analysis-Simulate** mostram que a tensão entre os terminais do resistor R5 é 0 V e portanto a ponte está equilibrada. A tensão nodal de 8 V revela que a fonte de corrente e o resistor em paralelo poderiam ser substituídos por uma fonte de tensão ideal de 8 V sem afetar o comportamento do circuito.

O programa em BASIC para analisar o circuito básico de duas malhas da Fig. 8.88 aparece na Fig. 8.89. As equações do circuito são

$$\begin{aligned} I_1(R_1 + R_3) - I_2R_3 &= E_1 \\ -I_1R_3 + I_2(R_2 + R_3) &= -E_2 \end{aligned}$$

com o cálculo das correntes de malha usando determinantes aparecendo nas linhas 200 à 220. Note que o programa pede os parâmetros do circuito nas linhas 130 à 170 e mostra o resultado nas linhas 230 a 250. Os valores dos componentes não estão especificados na Fig. 8.88 ou no programa; eles devem ser digitados durante a execução. No PSpice, porém, para cada mudança nos valores de entrada é necessário um novo arquivo de entrada.

A questão é; portanto, se é mais simples usar o BASIC e digitar apenas os parâmetros ou usar o PSpice e ter que criar um novo arquivo de entrada para cada novo conjunto de parâmetros. Em muitos casos, a diferença não chega a ser significativa. Vale a pena lembrar, porém, que é bem mais trabalhoso escre-

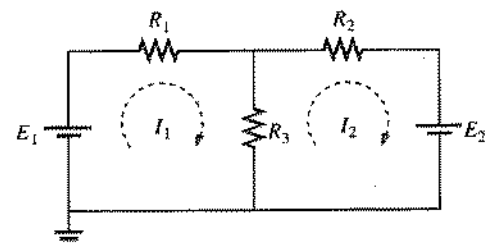


Fig. 8.88 Definição das correntes de malha para um circuito com duas janelas.

BASIC

A sequência natural dos passos nos métodos das malhas ou dos nós padronizados simplifica a escrita do programa em BASIC necessário para a resolução de circuitos com uma ou mais fontes.



```

10 REM ***** PROGRAM 8-1 *****
20 REM *****
30 REM Program to evaluate the loop currents for a
40 REM 2-loop network.
50 REM *****
60 REM
100 PRINT "For a 2-loop network"
110 PRINT "enter the following data:"
120 PRINT
Input [ 130 INPUT "R1="; R1
      140 INPUT "R2="; R2
      150 INPUT "R3="; R3
      160 INPUT "Voltage, E1="; E1
      170 INPUT "Voltage, E2="; E2
      180 PRINT
Calc. [ 190 REM Calculate I1 and I2
      200 D = R1 * R2 + R1 * R3 + R2 * R3
      210 I1 = (E1 * (R2 + R3) - E2 * R3) / D
      220 I2 = (-E2 * (R1 + R3) + E1 * R3) / D
Output [ 230 PRINT "The loop currents are:"
      240 PRINT "I1="; I1; "A"
      250 PRINT "I2="; I2; "A"
      260 END

```

For a 2-loop network
enter the following data:

R1=? 2
R2=? 1
R3=? 4
Voltage, E1=? 2
Voltage, E2=? 6

The loop currents are:

I1=-1 A
I2=-2 A
Ok

RUN

For a 2-loop network
enter the following data:

R1=? 1E3
R2=? 2.2E3
R3=? 3.3E3
Voltage, E1=? -5.4
Voltage, E2=? 8.6

The loop currents are:

I1=-4.551724E-03 A
I2=-4.294671E-03 A

Fig. 8.89 Programa em BASIC para calcular as correntes de malha no circuito da Fig. 8.88.

ver um programa em BASIC do que obter uma solução usando o PSpice. Na verdade, esta questão pode ser abordada a partir de vários pontos de vista. O importante, porém, é que o leitor conheça as vantagens e desvantagens de trabalhar com um programa já pronto ou com uma linguagem de programação.

O primeiro exemplo da Fig. 8.89 emprega os mesmos valores do Exemplo 8.11, enquanto o segundo utiliza resistores na faixa de kilohm e uma fonte inversa.

PROBLEMAS

SEÇÃO 8.2 Fontes de Corrente

1. Encontre a tensão V_{ab} (incluindo a polaridade) entre os terminais da fonte de corrente ideal da Fig. 8.90.
2. a. Determine V para a fonte de corrente da Fig. 8.91(a) com uma resistência interna de $10\text{ k}\Omega$.
b. A fonte do item (a) pode ser substituída pela fonte de corrente ideal da Fig. 8.91(b), já que a resistência interna da fonte é muito maior que a da carga. Determine a tensão V na Fig.

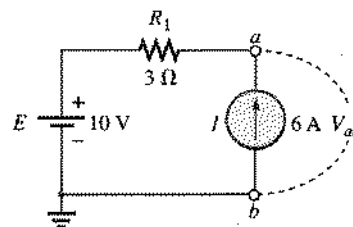


Fig. 8.90 Problema 1.

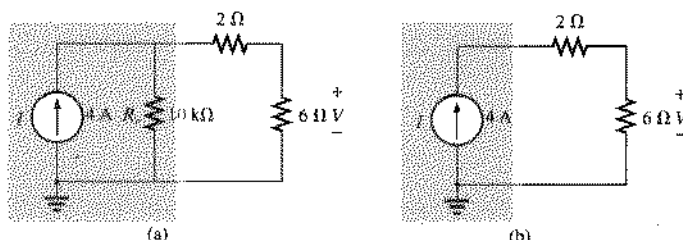


Fig. 8.91 Problema 2.



8.91(b) e compare-a com a obtida no item (a). O uso da fonte de corrente ideal é uma boa aproximação?

3. Para o circuito da Fig. 8.92:
 - a. Encontre as correntes I_1 e I_2 .
 - b. Encontre as tensões V_1 e V_3 .
4. Encontre a tensão V_3 e a corrente I_2 para o circuito da Fig. 8.93.

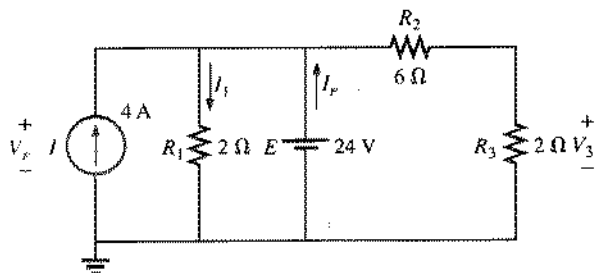


Fig. 8.92 Problema 3.

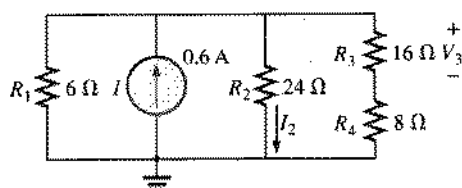
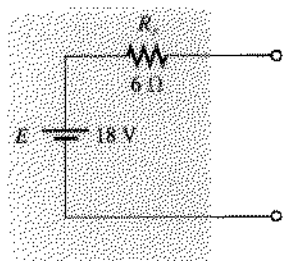


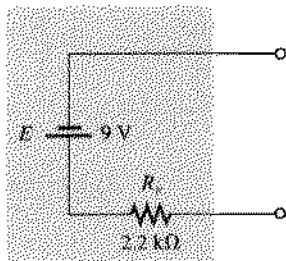
Fig. 8.93 Problema 4.

SEÇÃO 8.3 Conversões de Fonte

5. Converta as fontes de tensão da Fig. 8.94 para fontes de corrente.



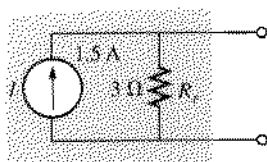
(a)



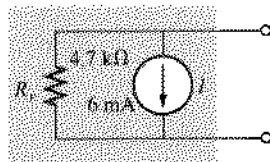
(b)

Fig. 8.94 Problema 5.

6. Converta as fontes de corrente da Fig. 8.95 para fontes de tensão.



(a)



(b)

Fig. 8.95 Problema 6.

7. Para o circuito da Fig. 8.96:

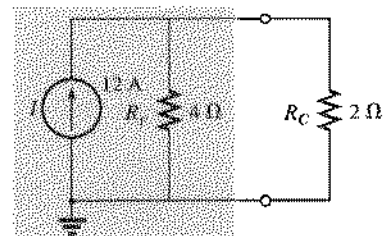


Fig. 8.96 Problema 7.

- a. Encontre a corrente no resistor de 2 Ω.
- b. Converta a fonte de corrente e o resistor de 4 Ω para uma fonte de tensão e calcule novamente a corrente no resistor de 2 Ω. Compare os resultados.

8. Para a configuração da Fig. 8.97:

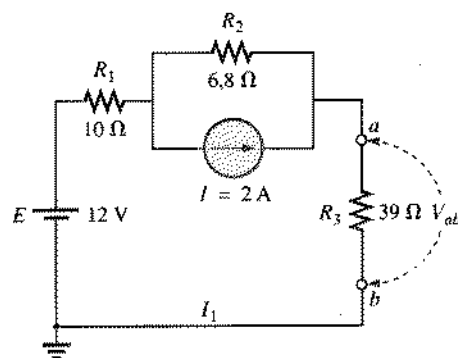


Fig. 8.97 Problema 8.

- a. Converta a fonte de corrente e o resistor de 6,8 Ω para uma fonte de tensão.
- b. Encontre a intensidade e o sentido da corrente I_1 .
- c. Encontre a tensão V_{ab} , incluindo a polaridade.

SEÇÃO 8.4 Fontes de Corrente em Paralelo

9. Encontre a tensão V_2 e a corrente I_1 para o circuito da Fig. 8.98.

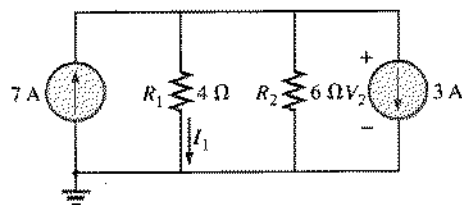


Fig. 8.98 Problema 9.

10. a. Converta as fontes de tensão da Fig. 8.99 para fontes de corrente.

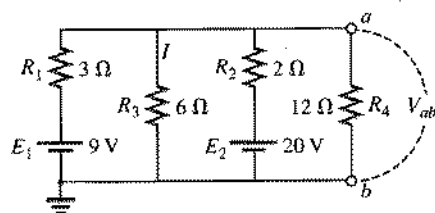


Fig. 8.99 Problema 10.



- b. Encontre a tensão V_{ab} , incluindo a polaridade.
c. Encontre a intensidade e o sentido da corrente I .
11. Para o circuito da Fig. 8.100:

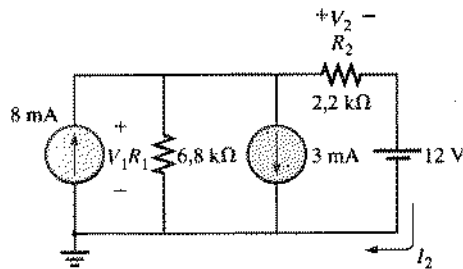
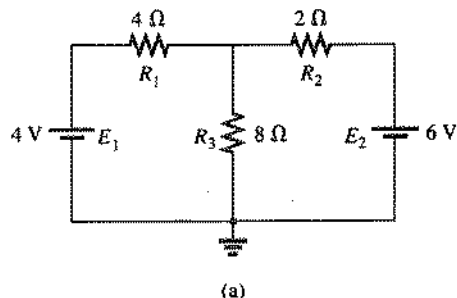


Fig. 8.100 Problema 11.

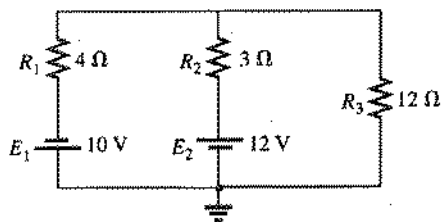
- a. Converta a fonte de tensão para uma fonte de corrente.
b. Reduza o circuito a uma única fonte de corrente e determine a tensão V_1 .
c. Usando os resultados da letra (b), determine V_2 .
d. Calcule a corrente I_2 .

SEÇÃO 8.6 Análise das Correntes nos Ramos

12. Usando a análise das correntes nos ramos, encontre a intensidade e o sentido das correntes nos resistores dos circuitos da Fig. 8.101.



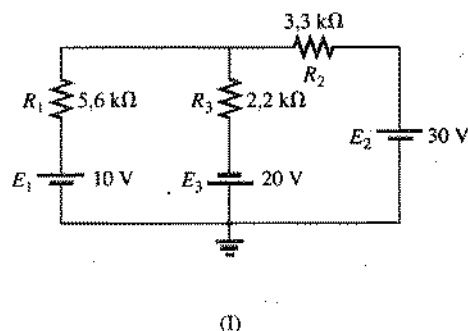
(a)



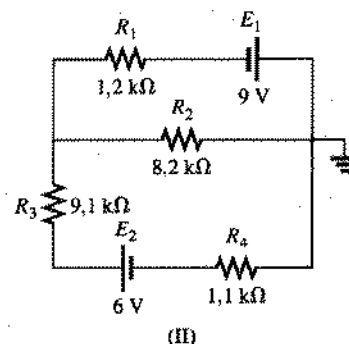
(b)

Fig. 8.101 Problemas 12, 17, 25, 54 e 57.

- *13. Usando a análise das correntes nos ramos, encontre as correntes nos resistores dos circuitos da Fig. 8.102. Todos os resistores possuem valores comerciais.



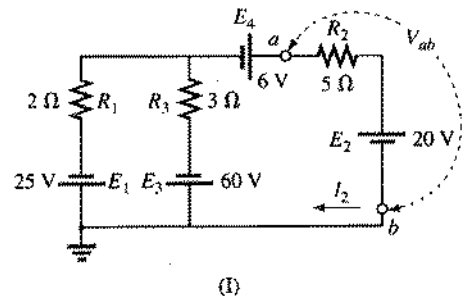
(I)



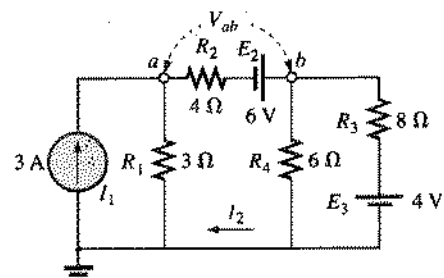
(II)

Fig. 8.102 Problemas 13, 18 e 26.

- *14. Para os circuitos da Fig. 8.103, determine a corrente I_2 usando a análise das correntes nos ramos e encontre a tensão V_{ab} .



(I)



(II)

Fig. 8.103 Problemas 14, 19 e 27.

- *15. Para o circuito da Fig. 8.104:

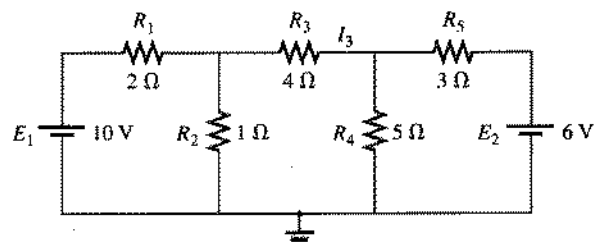


Fig. 8.104 Problemas 15 e 28.

- a. Escreva as equações necessárias para obter as correntes nos ramos.



- b. Utilizando a lei de Kirchhoff para correntes, reduza o conjunto a três equações.
 c. Reescreva as equações em um formato que possa ser resolvido usando determinantes de terceira ordem.
 d. Obtenha no resistor R_3 .
- *16. Para o circuito com um transistor da Fig. 8.105:

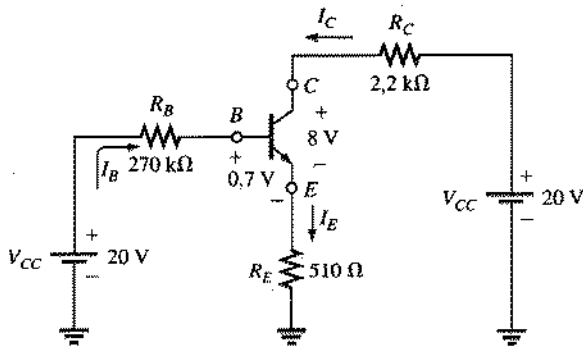
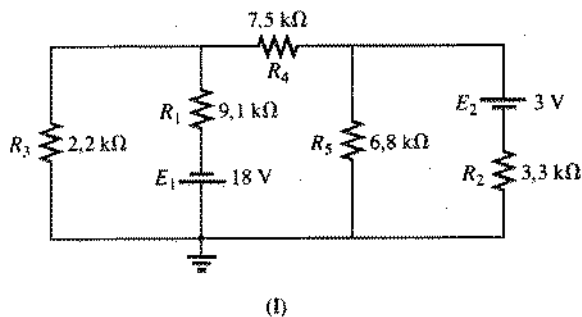


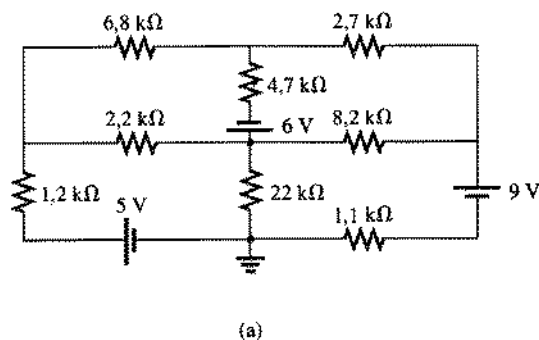
Fig. 8.105 Problema 16.

- a. Encontre as correntes I_B , I_C e I_E sabendo que $V_{BE} = 0,7 \text{ V}$ e $V_{CE} = 8 \text{ V}$.
 b. Encontre as tensões V_B , V_C e V_E em relação à terra.
 c. Qual a relação entre a corrente de saída I_C e a corrente de entrada I_B ? [Nota: Na análise de transistores, esta relação é chamada de beta estático do transistor (β_{dc}).]



(I)

Fig. 8.107 Problemas 22, 30 e 55.

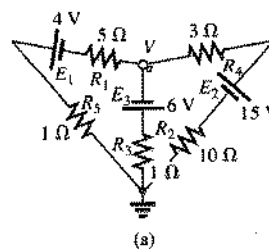


(a)

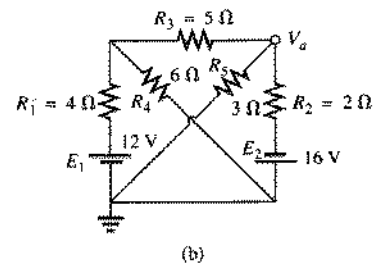
Fig. 8.108 Problemas 23, 31 e 58.

SEÇÃO 8.7 Método das Malhas (Abordagem Geral)

17. Encontre as correntes nos resistores dos circuitos da Fig. 8.101.
 18. Encontre as correntes nos resistores dos circuitos da Fig. 8.102.
 19. Encontre as correntes de malha e a tensão V_{ab} para cada circuito da Fig. 8.103. Use correntes de malha no sentido horário.
 20. a. Encontre a corrente I_3 para o circuito da Fig. 8.104 usando a análise de malhas.
 b. Com base nos resultados da letra (a), como você pode comparar a aplicação do método das malhas com o método das correntes nos ramos?
 *21. Usando o método das malhas, determine a corrente no resistor de 5Ω para cada circuito da Fig. 8.106 e em seguida determine a voltagem V_a .



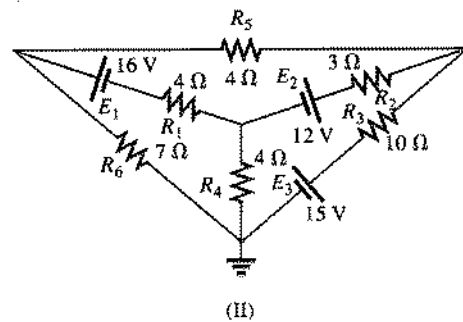
(a)



(b)

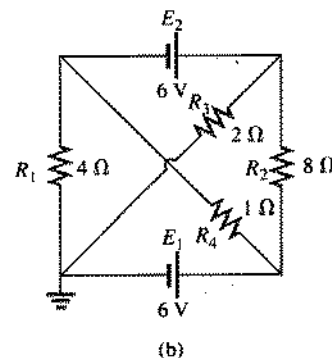
Fig. 8.106 Problemas 21 e 29.

- *22. Escreva as equações de malha para cada um dos circuitos da Fig. 8.107 e, usando determinantes, encontre as correntes de malha em cada circuito. Use correntes de malha no sentido horário.



(II)

- *23. Escreva as equações de malha para cada um dos circuitos da Fig. 8.108 e, usando determinantes, obtenha as correntes de malha em cada circuito.



(b)



- *24. Usando a abordagem da supermalha, encontre as correntes em todos os elementos dos circuitos da Fig. 8.109.

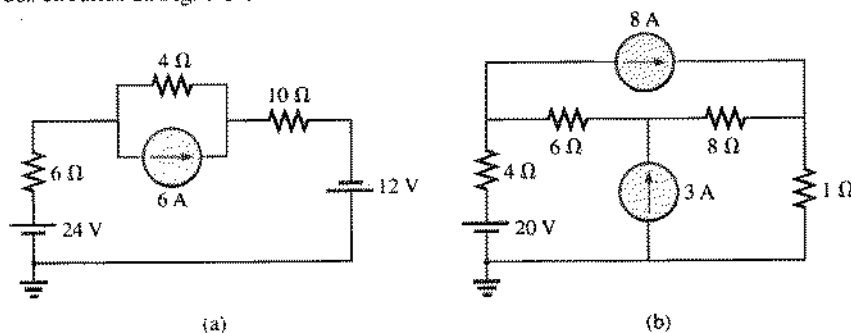


Fig. 8.109 Problema 24.

SEÇÃO 8.8 Método das Malhas (Abordagem Padronizada)

25. Usando a abordagem padronizada, escreva as equações de malha para os circuitos da Fig. 8.101. Existe simetria? Usando determinantes, calcule as correntes de malha.
26. a. Usando a abordagem padronizada, escreva as equações de malha para os circuitos da Fig. 8.102.
b. Usando determinantes, calcule as correntes de malha.
c. Determine a intensidade e o sentido das correntes em todos os resistores.
27. a. Usando a abordagem padronizada, escreva as equações de malha para os circuitos da Fig. 8.103.
b. Usando determinantes, obtenha as correntes de malha.
c. Determine a intensidade e o sentido das correntes em todos os resistores.

28. Determine a corrente I_3 para o circuito da Fig. 8.104 usando o método das malhas e compare com a solução do Problema 15.
29. Usando o método das malhas, determine $I_{5\Omega}$ e V_o para o circuito da Fig. 8.106(b).
30. Usando o método das malhas, determine as correntes de malha para os circuitos da Fig. 8.107.
31. Usando o método das malhas, determine as correntes de malha para os circuitos da Fig. 8.108.

SEÇÃO 8.9 Método dos Nós (Abordagem Geral)

32. Escreva as equações de nó para os circuitos da Fig. 8.110 e, usando determinantes, calcule as tensões nodais. Existe simetria?
33. a. Escreva as equações nodais para os circuitos da Fig. 8.111.
b. Usando determinantes, obtenha as tensões nodais.
c. Determine as intensidades e as polaridades das tensões entre os terminais de todos os resistores.

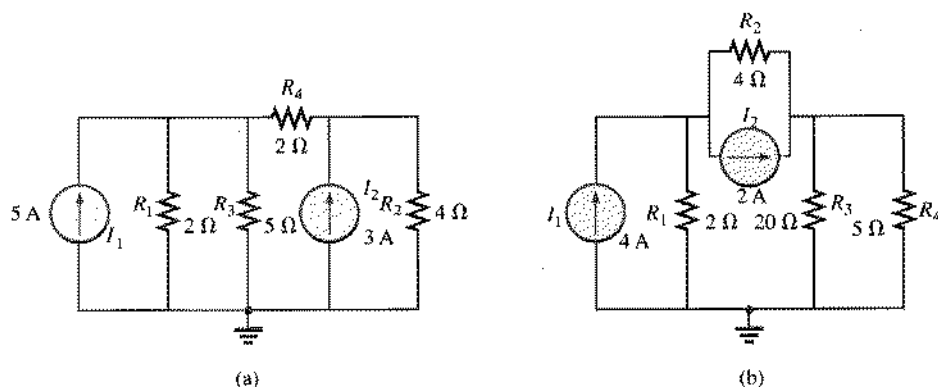


Fig. 8.110 Problemas 32 e 38.

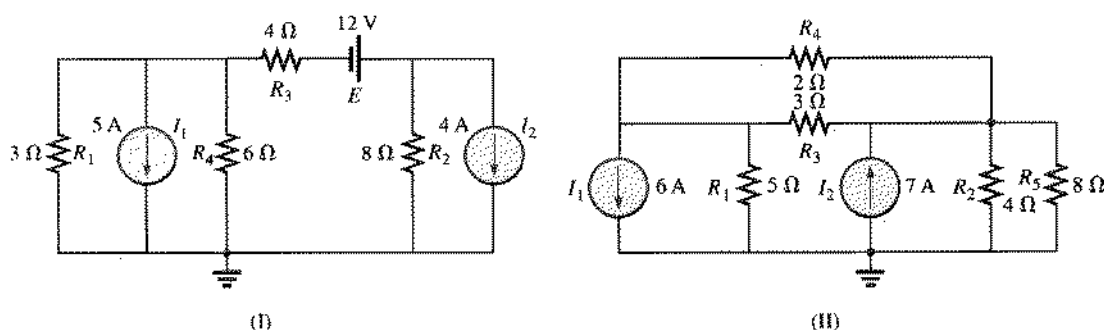
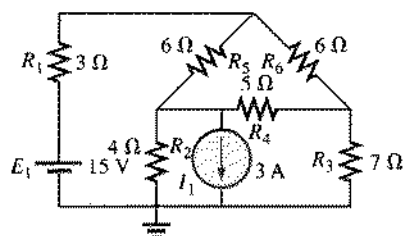


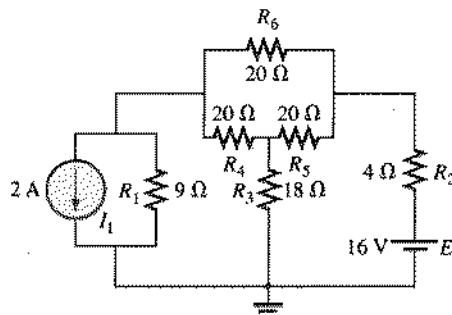
Fig. 8.111 Problemas 33, 39 e 56.



34. a. Escreva as equações nodais para os circuitos da Fig. 8.107.
 b. Usando determinantes, obtenha as tensões nodais.
 c. Determine as intensidades e as polaridades das tensões entre os terminais de todos os resistores.
- *35. Para os circuitos da Fig. 8.112, escreva as equações nodais e obtenha as tensões correspondentes.

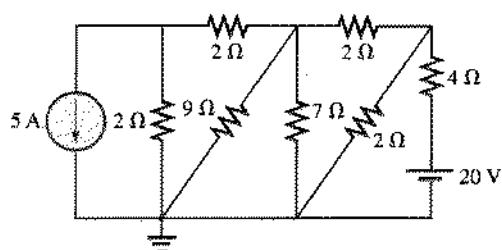


(I)

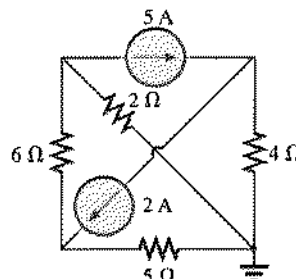


(II)

Fig. 8.112 Problemas 35 e 40.

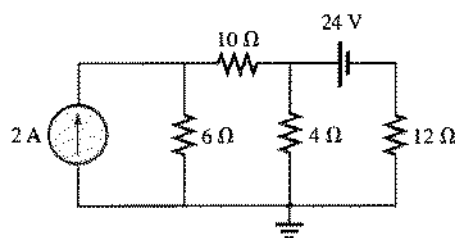


(I)

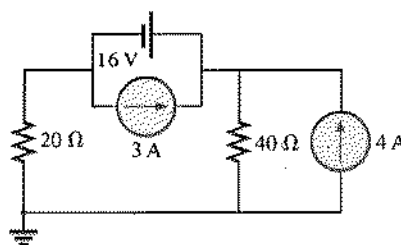


(II)

Fig. 8.113 Problemas 36 e 41.



(I)



(II)

Fig. 8.114 Problemas 37 e 59.

36. a. Determine as tensões nodais para os circuitos da Fig. 8.113.
 b. Encontre a tensão entre os terminais de todas as fontes de corrente.
- *37. Usando a abordagem do supernó, determine as tensões nodais para os circuitos da Fig. 8.114.

SEÇÃO 8.10 Método dos Nós (Abordagem Padronizada)

38. Usando a abordagem padronizada, escreva as equações nodais para os circuitos da Fig. 8.110. Existe simetria? Usando determinantes, calcule as tensões nodais.

39. a. Escreva as equações nodais para os circuitos da Fig. 8.111.
 b. Encontre as tensões nodais.
 c. Encontre as intensidades e polaridades das tensões entre os terminais de todos os resistores.
40. a. Escreva as equações nodais para os circuitos da Fig. 8.112.



- b. Resolva-as para obter as tensões nodais.
 c. Encontre a intensidade e polaridade das tensões entre os terminais de todos os resistores.
 41. Determine as tensões nodais para os circuitos da Fig. 8.113 e em seguida determine as tensões entre os terminais de todas as fontes de corrente.

SEÇÃO 8.11 Circuitos em Ponte

42. Para o circuito em ponte da Fig. 8.115:
 a. Escreva as equações de malha usando a abordagem padronizada.
 b. Determine a corrente em R_5 .
 c. O circuito está equilibrado?
 d. A Eq. 8.4 é satisfeita?
 43. Para o circuito da Fig. 8.115:

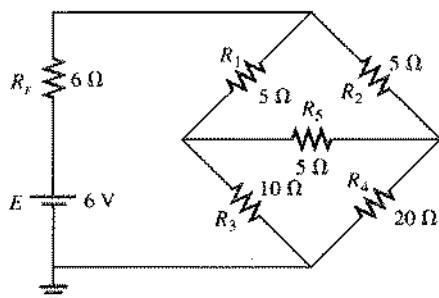


Fig. 8.115 Problemas 42 e 43.

- a. Escreva as equações nodais usando a abordagem padronizada.
 b. Determine a corrente em R_5 .
 c. O circuito está equilibrado?
 d. A Eq. 8.4 é satisfeita?
 44. Para o circuito em ponte da Fig. 8.116:
 a. Escreva as equações de malha usando a abordagem padronizada.
 b. Determine a corrente em R_5 .
 c. O circuito está equilibrado?
 d. A Eq. 8.4 é satisfeita?

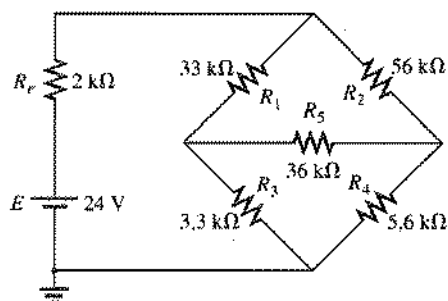
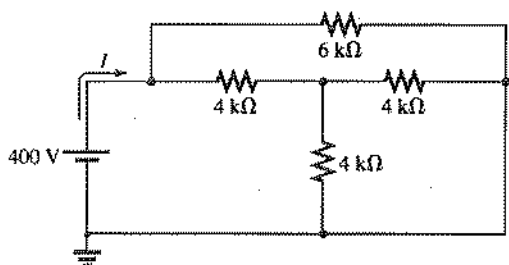
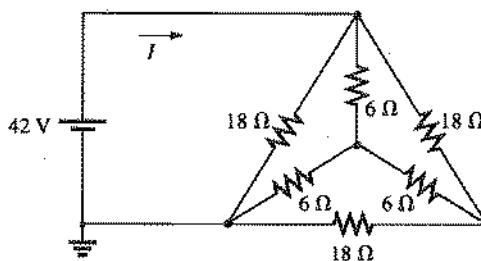


Fig. 8.116 Problemas 44 e 45.



(a)



(b)

Fig. 8.120 Problema 49.

45. Para o circuito em ponte da Fig. 8.116:
 a. Escreva as equações de nó usando a abordagem padronizada.
 b. Determine a corrente em R_5 .
 c. O circuito está equilibrado?
 d. A Eq. 8.4 é satisfeita?
 46. Escreva as equações nodais para a configuração em ponte da Fig. 8.117. Use a abordagem padronizada.

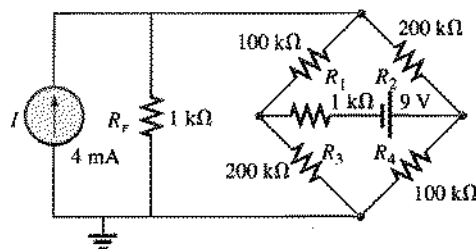
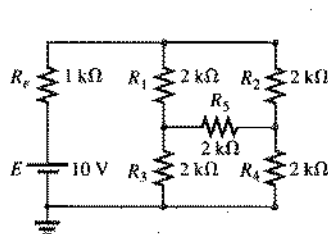
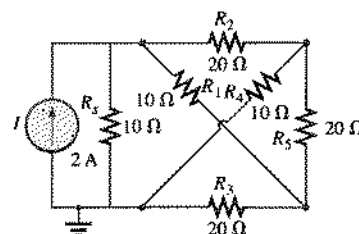


Fig. 8.117 Problema 46.

- *47. Determine a corrente na resistência interna da fonte, R_i , para os dois circuitos da Fig. 8.118, usando o método das malhas ou o método dos nós. Explique as razões da sua escolha.



(a)

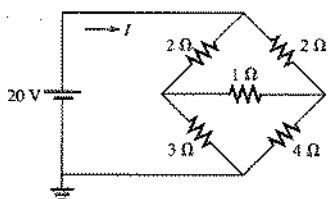


(b)

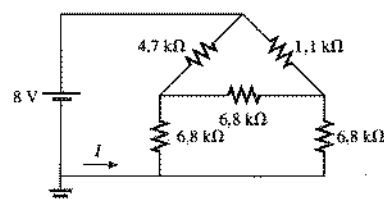
Fig. 8.118 Problema 47.

SEÇÃO 8.12 Conversões Y-Δ (T-π) e Δ-Y (π-T)

48. Usando uma conversão Δ-Y ou Y-Δ, encontre a corrente I nos circuitos da Fig. 8.119.
 *49. Repita o Problema 48 para os circuitos da Fig. 8.120.



(a)



(b)

Fig. 8.119 Problema 48.



- *50. Determine a corrente I para o circuito da Fig. 8.121.

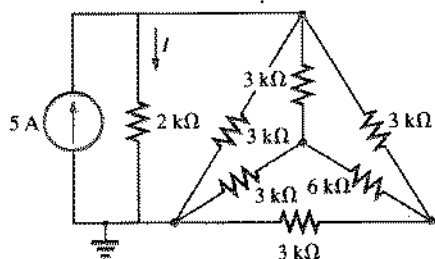


Fig. 8.121 Problema 50.

- *51. a. Substitua a configuração T da Fig. 8.122 (composta de resistores de $6\text{ k}\Omega$) por uma configuração π .

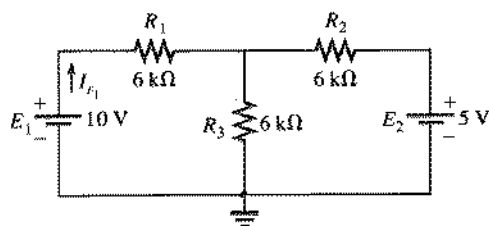


Fig. 8.122 Problema 51.

- b. Obtenha a corrente fornecida pela fonte, I_F .
- *52. a. Substitua a configuração π da Fig. 8.123 (composta de resistores de $3\text{ k}\Omega$) por uma configuração T.

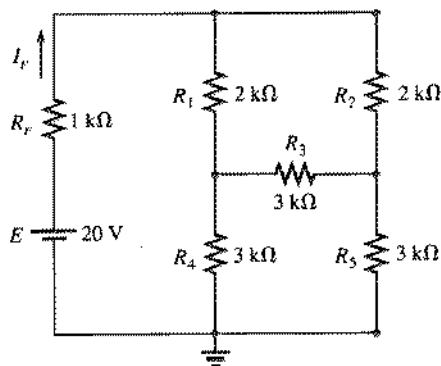


Fig. 8.123 Problema 52.

- b. Obtenha a corrente I_F .

- *53. Usando conversões Δ -Y ou Y- Δ , determine a resistência total do circuito da Fig. 8.124.

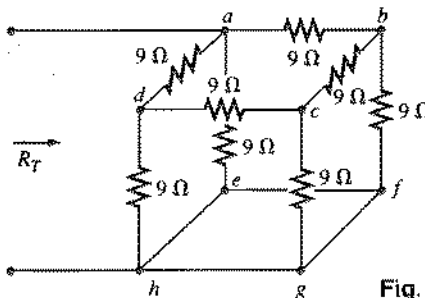


Fig. 8.124 Problema 53.

SEÇÃO 8.13 Análise Computacional

PSpice (DOS)

54. Escreva um arquivo de entrada do PSpice para o circuito da Fig. 101(b) de modo a obter as três correntes de ramo.
55. Escreva um arquivo de entrada do PSpice para o circuito da Fig. 8.107(I) para obter a tensão V_{R_1} e a corrente I_{R_2} .
56. Escreva um arquivo de entrada do PSpice para o circuito da Fig. 111(II) de modo a obter V_{R_4} .

PSpice (Windows)

57. Usando um diagrama esquemático, encontre as correntes em todos os elementos da Fig. 8.101.
- *58. Usando um diagrama esquemático, encontre as correntes de malha para o circuito da Fig. 8.108(a).
- *59. Usando um diagrama esquemático, determine as tensões nodais para o circuito da Fig. 8.114(II).

Linguagens de Programação (C++, BASIC, PASCAL etc.)

60. Dadas duas equações simultâneas, escreva um programa para determinar os valores das incógnitas.
- *61. Escreva um programa para calcular as duas correntes de malha do circuito da Fig. 8.25 (quaisquer que sejam os valores dos componentes) usando o método das malhas e determinantes.
- *62. Escreva um programa para calcular as tensões nodais do circuito da Fig. 8.42 (quaisquer que sejam os valores dos componentes) usando o método dos nós e determinantes.

GLOSSÁRIO

Circuito em Ponte Circuito cuja aparência lembra um losango e no qual não existem dois elementos em série ou paralelo.

Configuração Delta (Δ) ou Pi (π) Circuito formado por três ramos, que possui a aparência da letra grega delta (Δ) ou da letra grega pi (π).

Configuração Ípsilon (Υ) ou Tê (T) Circuito formado por três ramos, que possui a aparência da letra Y ou da letra T.

Corrente de Malha Corrente que associamos a cada malha distinta de um circuito que pode, individualmente ou em combinação com outras correntes de malha, definir todas as correntes nos ramos do circuito.

Fontes de Corrente Fontes que fornecem uma corrente fixa a um circuito e cuja tensão entre os terminais depende do circuito ao qual estão conectadas.

Método das Correntes nos Ramos Técnica para determinar as correntes nos ramos de um circuito com mais de uma malha.

Método das Malhas Técnica para determinar as correntes de malha de um circuito que resulta em um número reduzido de equações, quando comparado com o método das correntes dos ramos.

Método dos Determinantes Técnica matemática para encontrar as soluções de duas ou mais equações lineares simultâneas.

Método dos Nós Técnica para determinar as tensões nodais de um circuito.

Nó Uma junção de dois ou mais ramos em um circuito.