

João Baptista Bayão Ribeiro

TELECOMUNICAÇÕES
7º Volume

1ª Edição

Rio de Janeiro
J. B. Bayão
2013

Curriculum do Autor

João Baptista Bayão Ribeiro é formado em Engenharia de Telecomunicações pela UFF (Universidade Federal Fluminense) em 1971. Trabalhou na Philips do Brasil como Engenheiro Instalador, na Divisão de Equipamentos Científicos e Industriais e simultaneamente como professor da UFF em tempo parcial. Depois ingressou no Laboratório de Desenvolvimento da antiga Telerj, onde trabalhou em Normas Técnica de Operação e de Sistemas. É pós-graduado em Engenharia Elétrica pelo COPPE-UFRJ, onde obteve o título de MsC em 1979. Na década de 80 trabalhou no CpqD em Campinas, na especificação do projeto Trópico, como Engenheiro da Telecom, de S. Paulo. De volta à Telerj, trabalhou no Planejamento de Redes Telefônicas e de Dados. Fez inúmeros trabalhos para a antiga Telebrás, tendo participado ativamente do processo de digitalização do Sistema Telefônico no Brasil. Participou de vários Congressos e foi Professor em várias turmas de técnicos e engenheiros do SBT no Centro Nacional de Treinamento da Telebrás, em Brasília. Aposentou-se como professor em DE pela Escola de Engenharia da UFF, onde lecionou por vários anos após a privatização do Sistema Telebrás e extinção da antiga Telerj. Foi também Professor Substituto no IME, e Professor do curso à distância “Tecnologias Modernas de Telecomunicações”, promovido pelo Centro de Estudos de Pessoal (CEP) do Exército Brasileiro em convênio com a UFF.

Sumário

No Volume 7 apresentamos ao estudante de engenharia de Telecomunicações, alguns aspectos relacionados aos sistema OFDM, utilizado na transmissão digital de sinais de TV e no fluxo de dados de downlink de sistemas celulares 4^a geração.

Palavras Chave

Mux FDM, OFDM, vias paralelas, FFT, IFFT

Direitos Autorais

Este documento é protegido por Copyright © 2010 por seu autor listado abaixo. Você pode distribuir e/ou modificar este trabalho, tanto sob os termos da Licença Pública Geral GNU (<http://www.gnu.org/licenses/gpl.html>), versão 3 ou posterior, ou da Licença de Atribuição Creative Commons (<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>), versão 3.0 ou posterior.

Autor: João Baptista Bayão Ribeiro

Feedback: jribeiro@telecom.uff.br

Índice

HISTÓRICO.....	6
DEFINIÇÃO.....	7
ORTOGONALIDADE.....	9
IMPLEMENTAÇÃO DIGITAL DO OFDM.....	17
MODULADOR.....	18
TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT).....	20
DIAGRAMA EM BLOCOS DO TRANSMISSOR.....	22
JUSTIFICATIVA MATEMÁTICA.....	23
DEMODULADOR.....	25
DIAGRAMA EM BLOCOS DO RECEPTOR.....	26
TEMPO DE GUARDA.....	27
RELAÇÃO ENTRE PARÂMETROS DO SISTEMA.....	28
DURAÇÃO ÚTIL DE SÍMBOLO.....	28
.....	28
NÚMERO DE SUB-PORTADORAS.....	28
ESQUEMA DE MODULAÇÃO.....	30
OFDM CODIFICADO (COFDM).....	31
COMPARAÇÃO OFDM – MUX CONVENCIONAL.....	32
RESUMO.....	33
EXERCÍCIOS.....	34
EXERCÍCIOS – SOLUÇÃO.....	36

HISTÓRICO

A ideia de utilizar FDM para transmissão de dados, em canais multiplexados na frequência, cada canal constituindo uma via para transmissão paralela, remonta aos anos de 1950. A técnica pretendia evitar o uso de equalização de alta velocidade e evitar ruído impulsivo, combatendo distorção multicaminho (provocada por diferentes caminhos de propagação), bem como utilização da largura de banda disponível. As aplicações iniciais foram em comunicações militares.

Na década de 1980, OFDM foi estudado para utilização em modems de alta velocidade, comunicação móvel digital e gravação de dados em alta densidade. Vários modems rápidos foram desenvolvidos para utilização em redes telefônicas.

A partir de 1990, OFDM tem sido explorado para comunicação de dados em faixa larga sobre canais FM de rádio móvel, linhas HDSL a 1,6 Mbit/s, sistemas VDSL (100 Mbit/s) difusão de áudio digital (DAB), e sistemas terrestres de HDTV (TV digital de alta resolução)

DEFINIÇÃO

OFDM é a sigla, em inglês, relativa a “Orthogonal Frequency Division Multiplexing”, em português significando Multiplexação por Divisão em Frequências Ortogonais.

OFDM utiliza os princípios do FDM, já estudados na parte III.1 desta Unidade III. Entretanto, trabalha de uma forma muito mais controlada do que o simples FDM, permitindo uma substancial melhoria na eficiência espectral.

A idéia básica é a da transmissão da informação digital em forma paralela, não serial, como normalmente é realizada. O objetivo desta estratégia é diminuir os efeitos de interferências, distorções e ruídos introduzidos pelo canal.

A estratégia de paralelizar a transmissão da informação digital está baseada na idéia de que, ao efetuarmos um transmissão em paralelo, a taxa de transmissão utilizada em cada via é igual a R_b/N , sendo N o número de vias, e R_b a taxa de bits global, que seria obtida com o uso de apenas 1 via (transmissão serial). Desta forma, a duração de cada bit, em cada via, fica N vez maior, tornando-o mais imune às distorções e influências do canal, por exemplo, interferência intersimbólica.

No caso do OFDM, a banda total do canal é subdividida, cada banda individual sendo reservada a uma portadora, cuja modulação implementa uma via através da qual é enviado um símbolo decorrente da paralelização da informação original. Se essa paralelização ocorrer de forma binária, é enviado, em cada via, um bit de cada vez. Normalmente, para maior eficiência do sistema, cada portadora é modulada empregando-se um tipo qualquer de modulação digital, que pode ser ASK, FSK ou, como é mais usual QAM¹. Neste caso, cada símbolo corresponderá a um certo número k de bits.

Cada portadora, utilizada para implementar uma via de comunicação é denominada “sub-portadora”, o termo “portadora” sendo reservado para descrever a translação posterior realizada por uma portadora de RF sobre a

¹ QAM (Modulação por Quadratura de Amplitude) é uma técnica de modulação digital que combina a modulação em fase (PSK) com a modulação em amplitude (ASK). É também chamada APK (do inglês Amplitude Phase Modulation). Genericamente, é uma modulação multinível, também chamada M-ária, onde M é o número de símbolos, $M=2^k$, sendo k o número de bits que constituem um símbolo.

banda básica constituída pelas N sub-portadoras e respectivas bandas laterais.

O OFDM utiliza uma transmissão baseada em símbolos, e pode ser imaginado como um conjunto de um grande número de portadoras, cada qual modulada a uma taxa baixa de bits, transmitindo em paralelo.

No sistema FDM convencional, não existe necessidade de sincronização de fase entre as sub-portadoras, e elas são compostas na banda básica através de um sistema de filtros, de modo que suas bandas laterais não se sobreponham, e assim possam ser novamente separadas em frequência no receptor.

No OFDM, todas as sub-portadoras transmitem em uníssono empregando sincronismo de fase e de frequência, formando um único bloco no espectro, onde as bandas laterais se sobrepõem. No receptor, a demultiplexação é efetuada com base nesta sincronização, e não por filtragem do espectro, como no FDM convencional. É esta característica que acrescenta a denominação “ortogonal” ao OFDM.

ORTOGONALIDADE

A parte “ortogonal” do nome OFDM indica que deve existir uma relação matemática precisa entre as frequências das sub-portadoras do sistema.

Num sistema FDM normal, as várias sub-portadoras são espaçadas no espectro de tal modo que os sinais podem ser recebidos usando-se filtros convencionais e demoduladores. Em tais receptores, bandas de guarda devem ser introduzidas entre as diferentes sub-portadoras, e isto resulta em uma redução da eficiência espectral².

É possível, no entanto, dispor as sub-portadoras em um sistema OFDM tal que as bandas laterais das sub-portadoras individuais se sobreponham e ainda assim receber os sinais sem interferência de um sobre o outro. Para isto, as sub-portadoras devem ser matematicamente ortogonais.

No OFDM, o receptor atua transladando cada sub-portadora de volta a zero (corrente contínua); no domínio do tempo, esta operação de translação se traduz em multiplicar o sinal recebido pela sub-portadora a ser transladada, gerada localmente. Após isto, o sinal resultante é integrado sobre o período de um símbolo para recuperar o dado enviado. Se nesse processo, todas as demais sub-portadoras transladas, gerarem um número inteiro de ciclos no mesmo período de símbolo T_s , então o processo de integração resulta em contribuição zero para todas as outras sub-portadoras.

Para que a situação descrita ocorra, é necessário que as sub-portadoras tenham um afastamento, na frequência , de $\Delta f = 1/T_s$ Hz, sendo T_s o tempo de duração de um símbolo ³.

Para ilustrar este mecanismo, consideremos um exemplo de um sistema OFDM com 4 sub-portadoras, onde o intervalo de tempo⁴ $T_s = 1s$, e portanto

2 Eficiência espectral, que pode ser definida como a relação entre a taxa R de bits (não a taxa de símbolos) do sistema e a largura de banda W ocupada para a transmissão.

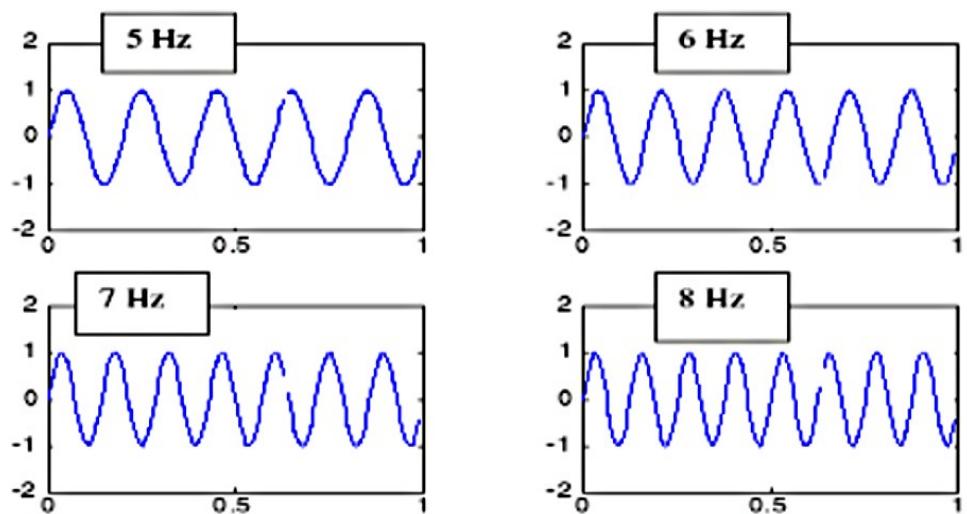
$$\text{Eficiência espectral} = \frac{R}{W} = \frac{\text{taxa de bits}}{\text{largura de banda}}$$

3 No caso binário, um símbolo equivale a um bit, e $T_s = T_b$.

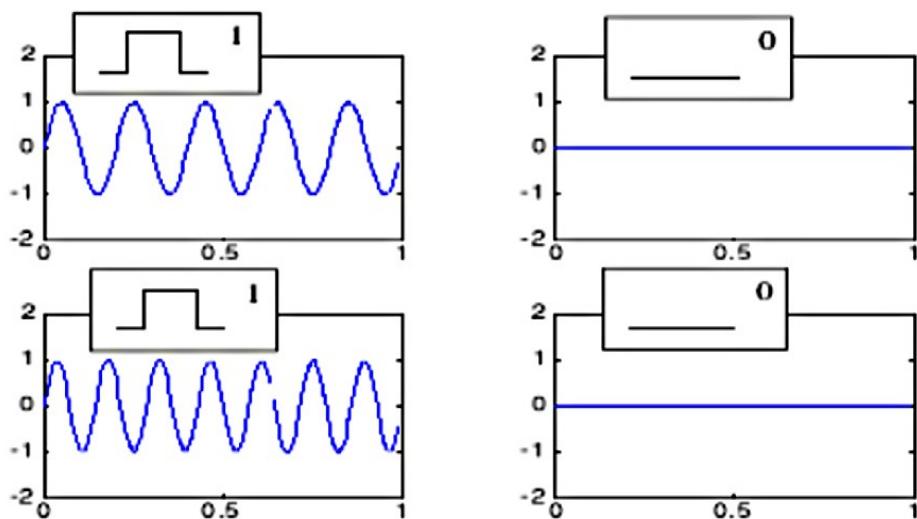
4 T_s corresponde ao intervalo de tempo de duração de um símbolo, isto é, após a informação haver sido paralelizada.

$\Delta f = 1 \text{ HZ}$. Por hipótese, sejam $f_1=5\text{Hz}$, $f_2=6\text{Hz}$, $f_3=7\text{Hz}$ e $f_4=8\text{Hz}$ as frequências das sub-portadoras.

A Figura 1 ilustra essas 4 sub-portadoras, por um período de $T_s=1\text{s}$, e para simplificar, cada sub-portadora é modulada em ASK binário. A mensagem digital a ser enviada é 1010. Portanto, em a) temos as 4 sub-portadoras, e em b) as 4 sub-portadoras moduladas.



a) Sub-portadoras de $f=5$ Hz, 6 Hz, 7 Hz e 8 Hz



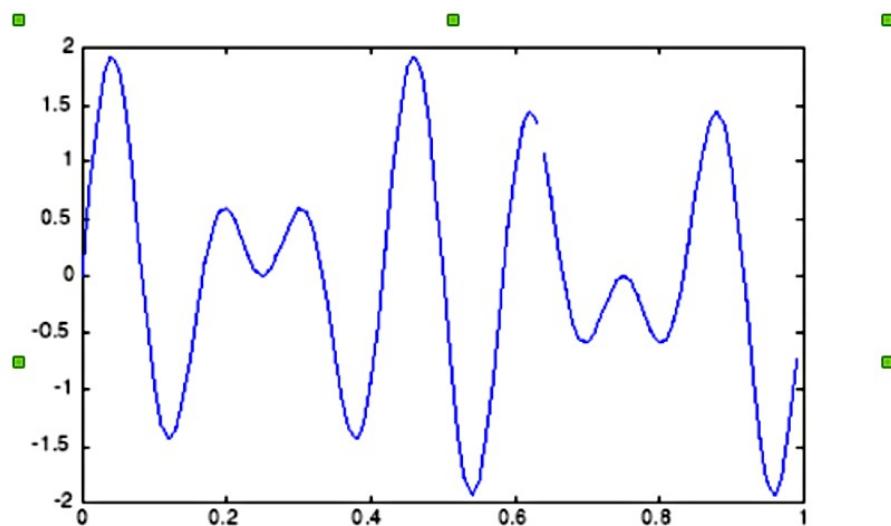
b) Sub-portadoras de $f=5$ Hz, 6 Hz, 7 Hz e 8 Hz,
moduladas em ASK pela sequência 1 0 1 0

Figura 1

Conforme estabelecido no esquema do OFDM, as 4 sub-portadoras são enviadas simultaneamente, todos os quatro bits ao mesmo tempo, não em sequência, mas em paralelo.

Portanto, para a transmissão do sinal, as 4 sub-portadoras moduladas são somadas, e é transmitido então o sinal composto representado na Figura 2.

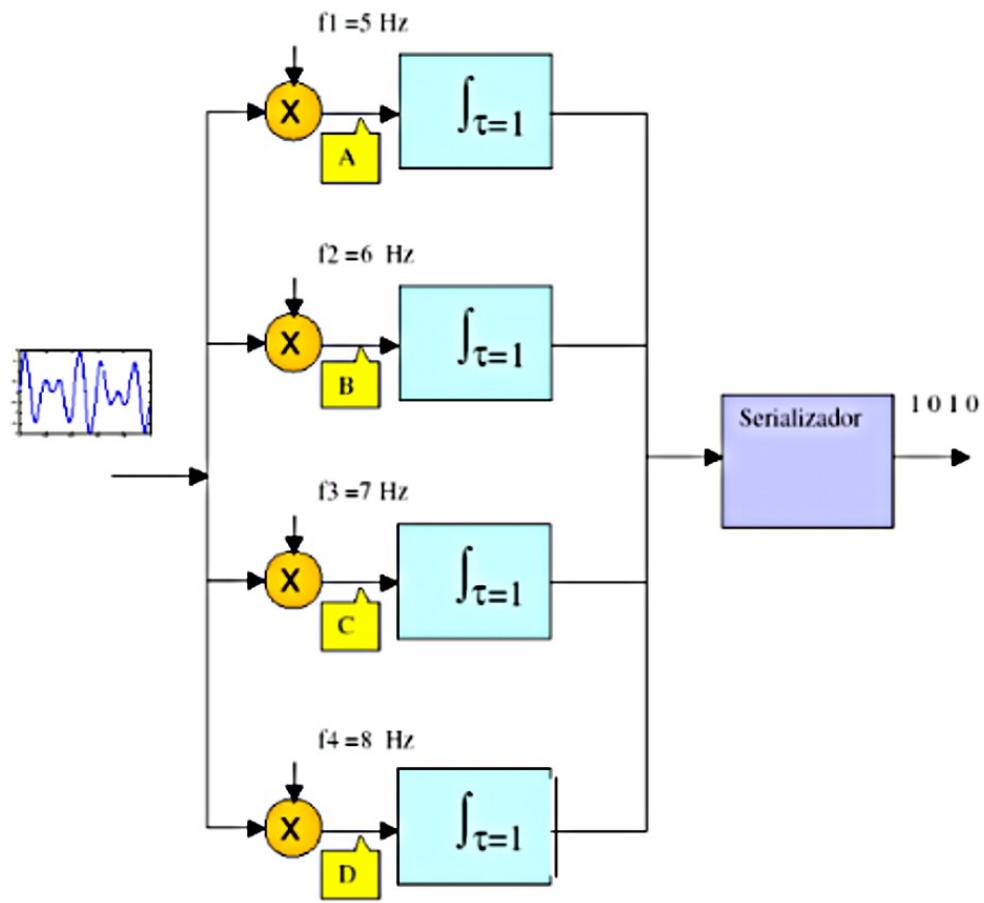
Figura 2



Sinal composto transmitido durante $T_s=1s$

Figura 2

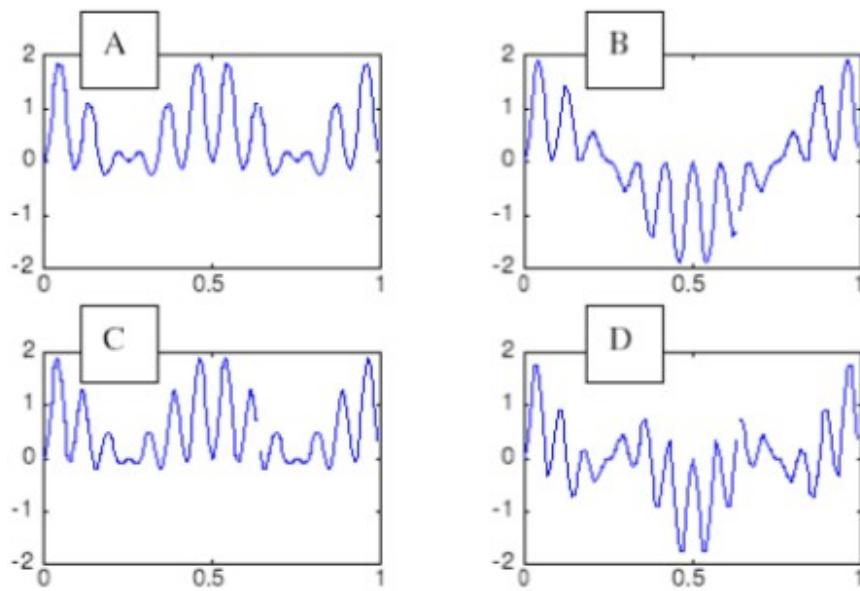
No receptor, a informação deve ser recuperada. Assim, o sinal composto da Figura 2 é multiplicado por cada uma das sub-portadoras originais. Após a multiplicação, o sinal resultante é integrado por um período de tempo $T_s=1s$. Este esquema está ilustrado no diagrama em blocos da Figura 3 abaixo. Nesta figura, mostra-se também a ideia de que existe a paralelização da sequência de bits, que após a deteção deve tornar a ser serializada.



Esquema conceitual do funcionamento do receptor OFDM

Figura 3

A Figura 4 apresenta as formas de onda obtidas nos ponto A, B, C e D da Figura 3. Conforme se observa, nos pontos A e C, as formas de onda resultantes têm valor médio positivo, de modo que após a integração temos um valor diferente de zero, correspondendo aos bits 1 que foram transportados pelas sub-portadoras de 5 Hz e 7 Hz. Nos pontos B e D, as formas de onda resultantes têm valor médio igual a zero, e assim, após a integração teremos 0 como resultado, correspondendo aos bits 0 que foram transportados pelas portadoras de 6 Hz e 8 Hz.



Sinais nos pontos assinalados da Figura 3

Figura 4

Este mesmo resultado será obtido para outras frequências e quantidade de sub-portadoras, desde que se obedeça ao intervalo $\Delta f = 1/T_s$ Hz. Assim, para $T_s=0,5$ s e 5 sub-portadoras, poderíamos ter as frequências de 20, 22, 24, 26 e 28 Hz, ou então 11, 13, 15, 17 e 19 Hz, por exemplo.

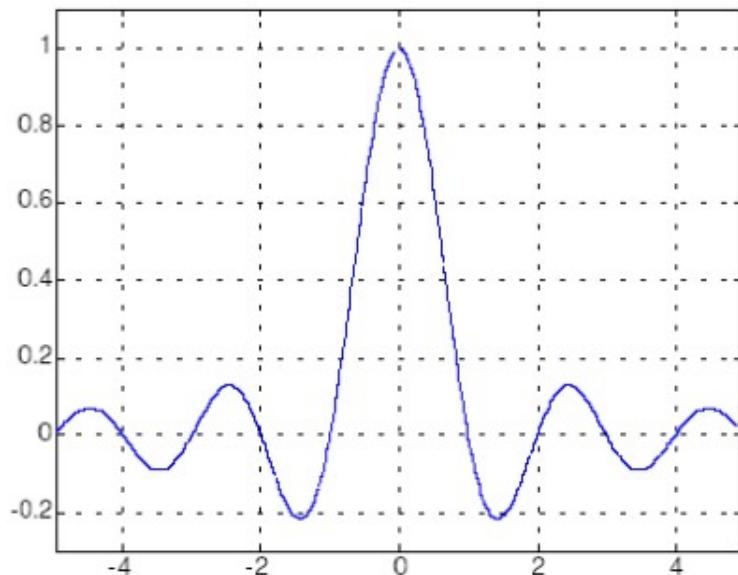
Suponha que tenhamos um conjunto de sinais ψ , onde ψ_p é o p-ésimo elemento no conjunto. Os sinais são ortogonais se:

$$\int_a^b \psi_p(t) \psi_q^*(t) dt = \begin{cases} K & \text{para } p = q \\ 0 & \text{para } p \neq q \end{cases}$$

onde o símbolo “*” indica o complexo conjugado, e o intervalo $[a,b]$ corresponde ao período de um (1) símbolo. Assim, se quaisquer duas funções diferentes forem multiplicadas e integradas para o período de 1 símbolo, em um conjunto de funções ortogonais, o resultado será zero.

Outra forma de encarar a ortogonalidade utilizada nos sistemas OFDM é do ponto de vista do espectro. No domínio da frequência cada sub-portadora

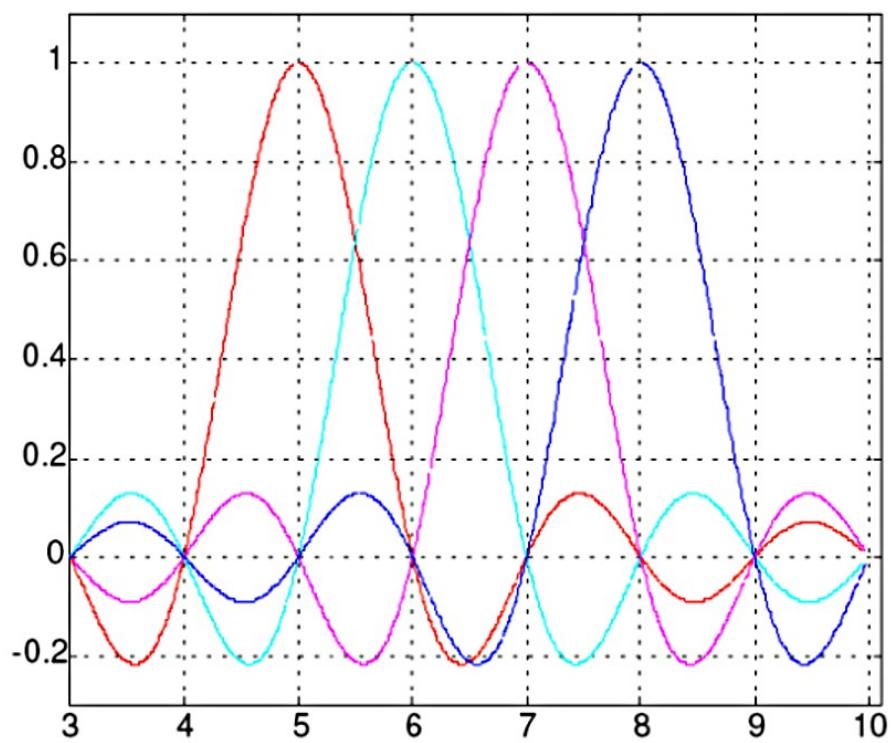
OFDM tem um espectro que, em sua expressão mais simples, terá uma forma que é expressa por uma função do tipo $\frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$, que tem o aspecto mostrado na Figura 5.



Forma geral do espectro de frequências de uma sub-portadora
 $\frac{\sin(\pi x)}{\pi x}$

Figura 5

Tanto quanto concerne ao receptor cada símbolo OFDM é transmitido durante um tempo fixo T_s . Essa limitação no tempo corresponde a uma porta retangular, que na frequência corresponde a uma função $\frac{\sin(u)}{u}$, sendo $u=\pi f T_s$. Esta forma, conforme se vê da Figura 5 possui um lóbulo central principal, com vários lóbulos laterais que decaem vagarosamente à medida em que se afasta da frequência central. Assim, cada portadora possui um pico no centro de sua frequência e nulos, ou zeros, espaçados por um valor de frequência $\Delta f = 1/T_s$. A natureza ortogonal da transmissão é caracterizada pelo fato de que o pico de cada sub-portadora corresponde ao nulo das outras sub-portadoras, conforme mostra a Figura 6.



Ortogonalidade na frequência

Figura 6

IMPLEMENTAÇÃO DIGITAL DO OFDM

Para um grande número de sub-portadoras, o conjunto de geradores senoidais e demoduladores coerentes requeridos se torna muito complexo e caro. O receptor precisa obter a fase de cada sub-portadora e instantes de amostragem de forma a manter a característica de ortogonalidade, e a diafonia entre canais a níveis aceitáveis.

No artigo “Data transmission by frequency-division multiplexing using the discrete Fourier transform”, publicado no periódico IEEE Trans. Commun. Technol., vol. COM-19, de Out 1971, Weinstein e Ebert aplicaram a transformada discreta de Fourier (DFT) a sistemas de transmissão de dados em paralelo como parte do processo de modulação e demodulação.

Além de eliminar o banco de osciladores de sub-portadoras e de demoduladores coerentes requeridos pelo FDM, uma implementação completamente digital pode ser construída baseada em hardware especialmente desenvolvido para realizar a transformada rápida de Fourier (FFT), que é um algoritmo para resolver de forma eficiente a DFT. Avanços recentes em tecnologia VLSI possibilitam a fabricação de chips de alta velocidade que podem executar operações de FFT em grande volume de dados, a preços razoáveis.

A utilização de processamento digital de sinais (PDS) no esquema de modulação e demodulação do OFDM segue a idéia geral que norteia essa tecnologia: os dados a serem transmitidos são representados por uma sequência numérica, que corresponde à conversão analógico-digital dos dados. O processamento ocorre em uma estrutura computacional, e após a geração da sequência numérica de saída, correspondente as amplitudes das amostras de saída do processo, um conversor digital-analógico fornece um sinal analógico correspondente a interpolação dessas amostras. Na recepção, ocorre o processo inverso.

MODULADOR

Genericamente, cada sub-portadora pode ser considerada um sinal senoidal, que mantém o valor de amplitude e fase constante ao longo de um intervalo de tempo T_s . Em função da modulação aplicada à sub-portadora, os valores de amplitude e fase variam de símbolo para símbolo. Temos, então, um mapeamento entre o valor do símbolo e o valor de uma variável complexa $d(n) = a(n)+jb(n)$ que representa o valor do espectro de frequências do sinal OFDM na frequência respectiva da sub-portadora. Portanto, a cada símbolo a ser transmitido (que pode ser composto por k bits, $k=1, 2, 3, \dots$) corresponde uma amostra $d(n)$ do espectro do sinal OFDM.

No item “ORTOGONALIDADE” foi descrito um sistema simples, a título de exemplo, no qual temos 4 sub-portadoras, com 5 Hz, 6Hz, 7Hz e 8Hz. Para a transmissão da sequência de símbolos binários 1 0 1 0, sendo cada sub-portadora modulada em ASK, teremos a seguinte sequência $d(n)$:

$d(1) = 1 +j0$, correspondendo ao valor do espectro na frequência de 5 Hz;

$d(2) = 0 +j0$, correspondendo ao valor do espectro na frequência de 6 Hz;

$d(3) = 1 +j0$, correspondendo ao valor do espectro na frequência de 7 Hz;

$d(4) = 0 +j0$, correspondendo ao valor do espectro na frequência de 8 Hz.

Geralmente utiliza-se a modulação QAM em cada sub-portadora, tendo-se um diagrama de constelação para representar o mapeamento entre símbolos e a amplitude e a fase da sub-portadora; $d(n)$ representa um ponto neste diagrama, e, portanto terá parte real e parte imaginária. Assim, a sequência de símbolos a ser transmitida é transformada em uma sequência de valores complexos $d(n)$, que são as amostras do espectro de frequências do sinal OFDM.

Como cada amostra corresponde a um valor de frequência de sub-portadora, esta sequência corresponde a uma amostragem do espectro OFDM com um intervalo de amostragem $\Delta f=1/T_s$. No caso, todas as amostras correspondentes a um intervalo de símbolo são geradas simultaneamente, devido ao paralelismo usado na transmissão dos dados.

A extensão total, na frequência, como temos N sub-portadoras, será

considerada $N\Delta f = N/T_s$. Neste ponto, façamos um breve parêntesis para examinar o conceito de transformada discreta de Fourier (DFT).

TRANSFORMADA DISCRETA DE FOURIER (DFT)

O algoritmo DFT (Transformada Discreta de Fourier) é usado para converter um sinal digital no domínio do tempo em um conjunto de pontos no domínio da frequência. A entrada do algoritmo DFT é um conjunto de N valores no tempo, x_k , $k=0, 1, 2, 3, \dots N-1$; o algoritmo, então, computa um conjunto de N valores complexos X_n , $n=0, 1, 2, 3, \dots N-1$:

$$X_n = \sum_{k=0}^{N-1} x_k e^{-j(2\pi/N)kn} \quad n=0, 1, 2, 3, \dots N-1$$

Os valores X_n representam a informação no domínio da frequência.

O algoritmo DFT é, de um modo geral, um algoritmo de computação intensiva e pode requerer um tempo considerável de computação, além de uma grande quantidade de memória, especialmente para altos valores de N. Entretanto, se o número de pontos N for uma potência de 2 ($N=2^M$), então um algoritmo especial, chamado FFT (fast Fourier transform – transformada rápida de Fourier) pode ser usado; o algoritmo FFT reduz o número de computações necessárias para converter o sinal ao domínio da frequência.

No sentido inverso, temos a IDFT (transformada inversa discreta de Fourier). A IDFT converte um conjunto de N pontos na frequência, amostras de um espectro, em um conjunto de N pontos no tempo:

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} X_n e^{j(2\pi/N)kn} \quad k=0, 1, 2, 3, \dots N-1$$

Correspondentemente, temos também a IFFT, algoritmo computacional rápido para calcular a IDFT.

Os valores de frequência computados pelo algoritmo FFT correspondem a pontos na frequência separados por $\Delta f=1/(NT)$ Hz.

Como exemplo, se tivermos 32 amostras de um sinal que foi amostrado à

uma taxa de 1000 amostras por segundo, temos $N=32$ e $T=1/1000$ ou $0,001$ s, e portanto $\Delta f=31,25$ Hz. Como $N \times \Delta f = 1/T$, o intervalo de amostragem T corresponde ao inverso da extensão, na frequência, do espectro calculado (no caso, 1000 Hz).

DIAGRAMA EM BLOCOS DO TRANSMISSOR

Utilizando os conceitos apresentados, a Figura 7 apresenta um diagrama em blocos simples de uma possível implementação digital de um transmissor OFDM.

Como podemos ver no diagrama da Figura 7, inicialmente os dados são paralelizados, com tantas vias quantas sub-portadoras, e a seguir mapeados gerando as amostras $d(n)$ do espectro do sinal OFDM, ainda em banda básica, Isto é, sem estar convertido á frequênciá final de operação. As amostras do espectro são então submetidas a um processo de transformada inversa rápida de Fourier, gerando as amostras do sinal OFDM em banda básica, que são então convertidas em um sinal analógico contínuo, o qual é posteriormente convertido para a faixa de operação do sistema. Uma justificativa matemática mais detalhada para esse processo será apresentada a seguir.

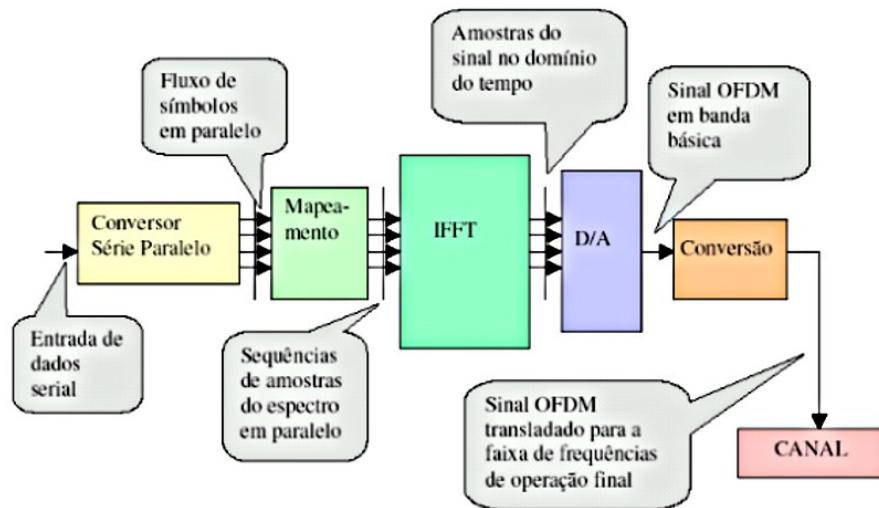


Diagrama em blocos simplificado do transmissor OFDM com processamento digital de sinal (PDS)

Figura 7

JUSTIFICATIVA MATEMÁTICA

Cada sub-portadora pode ser matematicamente representada, dentro de um intervalo de tempo de um símbolo, pela parte real do fasor:

$d(n)e^{j2\pi f_n t}$, onde $d(n)$ é um número complexo, constante, variando apenas ao mudar o símbolo.

O sinal composto OFDM, em banda básica, é constituído pela soma de N fasores, (correspondendo à soma de N sub-portadoras);

$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ \sum_{n=0}^{N-1} d(n) e^{j2\pi f_n t} \right\}, \quad f_n = f_0 + n\Delta f, \quad 0 \leq t < T_s = NT$$

Na expressão acima, f_0 representa a frequência inicial do espectro, Δf o intervalo de frequência entre sub-portadoras, T_s o tempo de símbolos⁵, N o número de símbolos em paralelo ou de sub-portadoras e T o intervalo de símbolos da sequência de entrada⁶.

Substituindo $f_n = f_0 + n\Delta f$ na expressão para $s(t)$ acima, obtemos:

$$s(t) = \operatorname{Re} \left\{ e^{j2\pi f_0 t} \sum_{n=0}^{N-1} d(n) e^{j2\pi n \Delta f t} \right\}, \quad 0 \leq t < T_s = NT$$

Assim, temos

$$x_b(t) = \sum_{n=0}^{N-1} d(n) e^{j2\pi n \Delta f t}$$

$x_b(t)$ representa o sinal OFDM em banda básica.

Considerando uma amostragem de sinal a uma taxa $1/T$, temos a versão amostrada de $x_b(t)$:

5 T_s é o tempo de um símbolo após a paralelização. Assim, se tivermos N portadoras, cada portadora consistindo uma via, o tempo T_s será N vezes maior que o tempo de um símbolo da sequência de entrada, T .

6 T é o tempo de símbolos da sequência de entrada. Na análise acima, T é suposto constante para todas as sub-portadoras, o que equivale a dizer que todas estão empregando o mesmo valor de M para cada modulação, que de um modo geral é M-ária. Se cada sub-portadora usasse modulação binária, então T seria o tempo de bit.

$x_b(k) = x_b(kT) = x_b(kT_s / N) = \sum_{n=0}^{N-1} d(n) e^{j2\pi n k T_s \Delta f / N}$ Aplicando-se agora a condição de ortogonalidade $\Delta f = 1/T_s$, temos

$$x_b(k) = \sum_{n=0}^{N-1} d(n) e^{j2\pi n k / N}$$

Comparando-se com a definição da IDFT:

$$x_k = \frac{1}{N} \sum_{n=0}^{N-1} x_n e^{j(2\pi/N)kn}$$

Concluímos que a condição de ortogonalidade aplicada à amostragem do sinal de banda básica OFDM conduz a IDFT de $x_b(k)$ (A menos de um fator $1/N$, que é constante, e portanto não influi no resultado). Assim, a sequência $x_b(k)$, que são as amostras do sinal OFDM em banda básica, podem ser obtidas a partir de uma IDFT aplicada sobre a sequência $d(n)$, obtida por mapeamento dos dados de entrada paralelizados aplicados ao esquema de modulação de sub-portadora, o que justifica o esquema de transmissor apresentado na Figura 7⁷.

⁷ Lembre-se de que a IFFT é o algoritmo empregado, na prática, para resolver a IDFT.

DEMODULADOR

A implementação digital do demodulador segue os mesmos passos do modulador. A sequência $d(n)$ é obtida realizando-se a DFT da sequência $x_b(k)$, obtida das amostras do sinal recebido após sua conversão para baixas frequências, com o algoritmo da FFT. Após isto, faz-se a operação inversa de mapeamento da constelação de modulação de cada portadora, obtendo-se os símbolos enviados.

DIAGRAMA EM BLOCOS DO RECEPTOR

A Figura 8 apresenta um possível diagrama em blocos para um receptor OFDM, condizente com os princípios aqui apresentados:

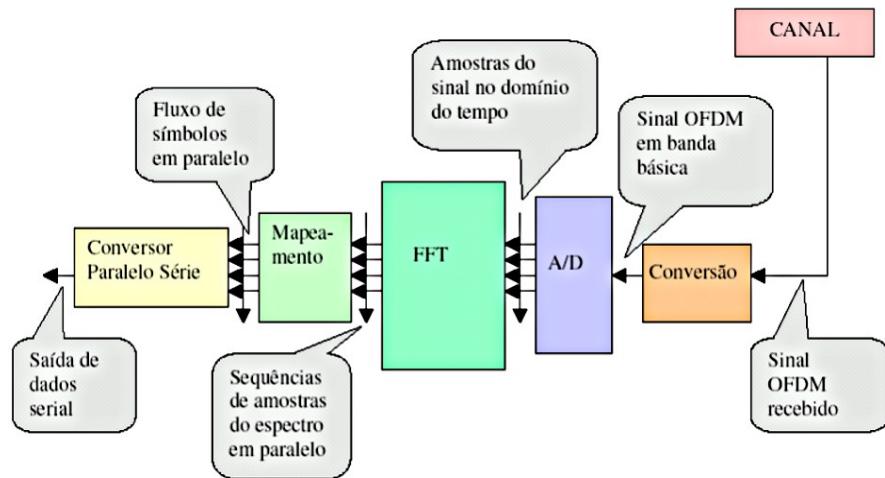


Figura III.4.8
Receptor básico OFDM

Figura 8

TEMPO DE GUARDA

A ortogonalidade dos sub-canais no OFDM pode ser mantida, e os canais individuais completamente separados, no receptor, pelo mecanismo da FFT, quando não existe ISI (interferência intersímbólica) e interferência entre portadoras (ICI), introduzidas pela distorção do canal de transmissão.

Na prática essas condições podem não ser obtidas. Uma vez que o espectro OFDM não é estritamente limitado em faixa (função $\sin(\pi f)/\pi f$), distorção linear ou então distorção de multicaminho fazem com que cada sub-portadora espalhe energia em canais adjacentes, causando ISI.

Uma solução simples é aumentar a duração de símbolos, ou seja, o número de sub-portadoras, de forma que a distorção se torne insignificante. Entretanto, este método pode ter dificuldades práticas para implementação.

Um outro modo para prevenir ISI é criar um intervalo cíclico de guarda, onde cada símbolo OFDM é precedido por uma extensão do próprio sinal. A duração total de símbolo passa a ser $T_{\text{total}} = T_g + T_s$, onde T_g é o intervalo de guarda e T_s é a duração útil do símbolo.

Se o tempo de guarda for maior do que a resposta impulsiva do canal, ou o retardo de multicaminho⁸, a ISI pode ser eliminada. Entretanto, ainda restará ISI inerente à propagação normal. A relação do tempo de guarda para a duração útil do símbolo depende da aplicação. Uma vez que a inserção do tempo de guarda reduz o “throughput” de dados⁹, T_g é usualmente menor do que $T_s/4$.

⁸ O retardo de multicaminho está associado aos diferentes caminhos de propagação (isto é, o retardo que uma informação pode sofrer ao percorrer diferentes caminhos de transmissão no canal)

⁹ Isto é, a taxa efetiva com que os dados são enviados através do sistema

RELAÇÃO ENTRE PARÂMETROS DO SISTEMA

DURAÇÃO ÚTIL DE SÍMBOLO

A duração útil do símbolo, T_s , afeta o espaçamento entre portadoras, e a latência da codificação. Para manter o “throughput” de dados, uma duração útil maior resulta em aumento do número de sub-portadoras e no tamanho da FFT (assumindo um tamanho fixo de constelação). Na prática, desvios da portadora em frequência e estabilidade de fase podem afetar o espaçamento mínimo entre sub-portadoras. Se a aplicação for rádio móvel, o espaçamento entre portadoras deve ser grande o suficiente para tornar desvios de frequência insignificantes. Geralmente, a duração útil de símbolo deve ser escolhida de acordo com as características do canal, as quais não devem variar significativamente durante esse tempo.

NÚMERO DE SUB-PORTADORAS

O número de sub-portadoras será determinado com base na largura de banda do canal, “throughput” de dados e duração útil de símbolo. As sub-portadoras são espaçadas na frequência pelo inverso do tempo útil de símbolo.

O número de sub-portadoras corresponde ao número de pontos complexos a serem simultaneamente processados na FFT. Para aplicações de HDTV, por exemplo, o número de sub-portadoras está na faixa de centenas, de modo a acomodar a taxa de transmissão e requisitos de tempo de guarda.

Por exemplo, seja uma aplicação onde a taxa de entrada de bits é $R=10$ Mbit/s. Para a constituição da modulação de cada sub-portadora, será empregada uma modulação 64QAM. Portanto, a constelação é composta por 64 pontos, cada ponto correspondendo a um símbolo com 6 bits ($2^6=64$).

Podemos considerar um conversor serial/paralelo atuando sobre a sequência de símbolos. A taxa de entrada do conversor será, portanto $R_s = (10/6)$ Mbaud. Cada símbolo de entrada no conversor serial/paralelo terá, portanto, a duração de 6 μ s. Desta forma, podemos escrever que:

$$T_{\text{total}} = 6 \times N \quad \mu\text{s}$$

onde

T_{total} : Tempo total de duração do símbolo OFDM ($T_{\text{guarda}} + T_s$)

N : Número de sub-portadoras

Daí, considerando um tempo de guarda da ordem de $\frac{1}{4}$ do T_s , temos:

$$T_s (1 + 1/4) = 6 \times N \quad \text{ou}$$

$$5 \times T_s = 24 \times N$$

onde

T_s : Tempo útil de símbolo OFDM

A largura de banda ocupada pelo sinal OFDM será dada por

$$B = N \times \Delta f$$

Portanto, considerando-se que $T_s = 1/\Delta f$, concluímos que

$B = \frac{5}{24 \times 10^{-6}} = 208,3 \text{ kHz}$, qualquer que seja o valor de N . Este seria um resultado já esperado, pois quando aumentamos N diminuímos proporcionalmente Δf .

ESQUEMA DE MODULAÇÃO

O esquema de modulação em um sistema OFDM pode ser selecionado com base nos requisitos de potência ou eficiência espectral. O tipo de modulação pode ser especificado pelo número complexo $d(n)=a(n)+jb(n)$.

Por exemplo, $a(n)$ e $b(n)$ podem ser $(\pm 1, \pm 3)$ para 16QAM ou ± 1 para QPSK.

Em geral, a seleção do esquema de modulação aplicado a cada sub-portadora depende unicamente em um compromisso entre taxa de dados e robustez na transmissão. Uma outra consideração é que diferentes esquemas de modulação podem ser utilizados em diferentes grupos de sub-portadoras, para maior eficiência do sistema.

OFDM CODIFICADO (COFDM)

A utilização de diversidade na frequência e no tempo, característica do OFDM, provê recursos para transmissão eficiente de dados em canais com resposta de frequência seletiva (alta distorção de amplitude). Entretanto, o fading propriamente dito não é eliminado. Dependendo de suas posições no espectro, canais individuais podem ser afetados pelo fading seletivo.

Para minorar esse problema considera-se o uso de codificação de canal para posterior proteção dos dados. Entre as técnicas mais utilizada está a modulação codificada em treliça (TCM), uma combinação da codificação convolucional de canal com o esquema de modulação empregado.

TCM combina codificação e modulação para atingir altos ganhos de codificação sem exigir significativamente largura de banda do canal. No codificador TCM, cada símbolo de k bits é mapeado em uma constelação de $k+l$ bits, usando uma regra de particionamento baseada em pontos de um diagrama de estados definidos por um esquema convolucional de codificação. Este processo aumenta o tamanho da constelação e efetivamente adiciona redundância ao sinal.

Um código TCM pode ser decodificado utilizando o algoritmo de Viterbi.

COMPARAÇÃO OFDM – MUX CONVENCIONAL

A rigor, deve-se observar que o OFDM, apesar de utilizar a noção do FDM, multiplex por divisão na frequência, apresenta algumas características que extrapolam aquelas de um simples multiplexador.

Uma que podemos citar é que, de um modo geral, a banda de transmissão de um multiplexador é geralmente, maior do que a banda de um dos tributários. Isto é verdade tanto para o FDM quanto para o TDM.

No caso do OFDM, por exemplo, se um dos tributários tiver uma taxa de transmissão nominal de 2 Mbit/s, havendo um total de 4 tributários, com uma taxa somada de 8Mbit/s, pode ser empregado, por hipótese, um esquema de modulação M-ário, M=256 por exemplo, de modo que cada 8 bits representa um símbolo serial de entrada.

Teríamos um fluxo de símbolos de 1 Mbaud, sendo o intervalo entre símbolos, antes da paralelização, de 1 μ s.

Havendo, por hipótese, N=24 portadoras, e supondo um tempo de guarda de $1/4$ do T_s , após a paralelização teríamos um tempo total de símbolo de $(1+1/4)T_s=24\times1=24\mu s$, levando a um T_s de 19,2 μs . Como temos 24 vias, a banda de transmissão total seria de $24/T_s=1,25$ MHz, ou seja, 312,5 KHz por tributário.

Este é um comportamento bem diferente do multiplex convencional, por exemplo, se fosse TDM a banda por tributário seria ainda de 2 Mbit/s.

Outra diferença que podemos apontar é nas características de propagação do sinal OFDM, que permitem a constituição de sistemas muito robustos quando o meio de transmissão está sujeito a variações das características intrínsecas de propagação, como é o caso de propagação via rádio, seja em sistemas celulares ou sistemas com elevadas reflexões de sinal e consequente distorção de multicaminho. Nesse sentido, o OFDM encontra aplicação na transmissão de sinais de TV Digital e na constituição de modems para meios adversos, como em PLC (Power Line Communication).

RESUMO

Neste volume 5, foram apresentados os princípios básicos que norteiam a constituição de sistemas OFDM, sendo introduzida a noção de ortogonalidade entre frequências, a noção de paralelismo de vias utilizada no OFDM.

Foi mostrado também como se calcular a largura de banda do sinal OFDM, sendo apresentado o conceito de tempo de guarda aplicado ao OFDM, e justificada a técnica de processamento digital baseada na utilização de algoritmos para o cálculo de DFT's (Discrete Fourier Transforms).

Foi apresentado ainda uma comparação rápida entre a técnica do OFDM e o multiplex convencional, sendo destacadas algumas aplicações específicas ao OFDM.

EXERCÍCIOS

- 1) No item “ORTOGONALIDADE” foi descrito um sistema simples, a título de exemplo, no qual temos 4 sub-portadoras, com 5 Hz, 6Hz, 7Hz e 8Hz, para a transmissão da sequência de símbolos binários 1 0 1 0. Qual a taxa de transmissão serial dessa sequência?
- 2) Descreva a idéia básica que permeia a técnica do OFDM.
- 3) De que forma a idéia da transmissão em vias paralelas é implementada no OFDM?
- 4) Porque a denominação “Ortogonal” dada ao OFDM?
- 5) Explique de que forma a ortogonalidade entre as frequências das sub-portadoras afeta a eficiência espectral¹⁰ do sistema.
- 6) Onde se torna importante o uso do afastamento mínimo de $1/T_s$ entre as frequências das sub-portadoras no OFDM?
- 7) Dê um exemplo de um sinal ortogonal a $\cos(2\pi \times 10^4 \times t)$ no intervalo de tempo de t_0 a $t_0 + 0.01s$.
- 8) Prove que as duas frequências do exercício acima são ortogonais para o intervalo especificado.
- 9) Um sistema OFDM é constituído por 2^3 vias paralelas, cada qual implementando uma modulação QPSK (PSK em quadratura). Assim, cada símbolo é constituído por

¹⁰ Eficiência espectral, que pode ser definida como a relação entre a taxa R de bits (não a taxa de símbolos) do sistema e a largura de banda W ocupada para a transmissão.

$$\text{Eficiência espectral} = \frac{R}{W} = \frac{\text{taxa de bits}}{\text{largura de banda}}$$

A eficiência espectral mede a habilidade do sistema em acomodar dados em uma banda limitada.

dois bits, e o conjunto total de símbolos possui elementos do tipo s_0, s_1, s_2 e s_3 . Supondo a mensagem de entrada, em forma serial, desejar enviar a sequência de 24 símbolos abaixo representada, estabeleça uma possível sequência de símbolos para a entrada do processador IFFT usado no transmissor.

Mensagem a ser enviada:

$s_3\ s_4\ s_1\ s_1\ s_1\ s_2\ s_1\ s_0\ s_0\ s_2\ s_2\ s_2\ s_3\ s_3\ s_2\ s_2\ s_2\ s_4\ s_4\ s_2\ s_0\ s_0\ s_1\ s_1$

10) Suponha que a taxa de bits na entrada do sistema OFDM do exercício 9 seja de 1024 Kbit/s. Qual o valor de T_s ?

11) A IFFT transforma amostras no domínio da frequência em amostras no domínio do tempo. Qual o intervalo, na frequência, entre as amostras (símbolos) na entrada da IFFT do exercício 9?

12) Na saída da IFFT do exercício 9, qual o intervalo de tempo entre as amostras?

13) Qual a relação entre largura de banda e intervalo entre amostras na IFFT do exercício 9?

14) Se a quantidade de vias no exercício 9 fosse aumentada para $2^4=16$, qual seria a largura de banda do sistema?

15) Se a largura de banda é invariável com o número de vias, qual a vantagem de se utilizar um grande número de vias, se isso irá aumentar o custo e a complexidade do sistema?

16) Um sistema OFDM é utilizado para a multiplexação de 8 tributários de 2 Mbit/s cada um. Supondo que seja empregada uma modulação M-ária, onde $M=64$, e um tempo de guarda de 1/5 do tempo de símbolo T_s , calcule a largura de banda por tributário do sistema.

EXERCÍCIOS – SOLUÇÃO

1) No item III.4.2. “ORTOGONALIDADE” foi descrito um sistema simples, a título de exemplo, no qual temos 4 sub-portadoras, com 5 Hz, 6Hz, 7Hz e 8Hz, para a transmissão da sequência de símbolos binários 1 0 1 0. Qual a taxa de transmissão serial dessa sequência?

Solução:

Como $T_s=1s$, e temos 4 subportadoras, $T=1/4$, e a taxa de transmissão serial é de 4 Hz.

2) Descreva a idéia básica que permeia a técnica do OFDM.

Solução:

A idéia básica é a da transmissão da informação digital em forma paralela, não serial, como normalmente é realizada.

A estratégia de paralelizar a transmissão da informação digital está baseada na ideia de que, ao efetuarmos um transmissão em paralelo, a taxa de transmissão utilizada em cada via é igual a Rb/N , sendo N o número de vias, e Rb a taxa de bits global, que seria obtida com o uso de apenas 1 via (transmissão serial). Desta forma, a duração de cada bit, em cada via, fica N vez maior, tornando-o mais imune às distorções e influências do canal, por exemplo, interferência intersimbólica.

3) De que forma a idéia da transmissão em vias paralelas é implementada no OFDM?

Solução:

No caso do OFDM, a banda total do canal é subdividida, cada banda individual sendo reservada a uma portadora, cuja modulação implementa uma via através da qual é enviado um símbolo decorrente da paralelização da informação original.

O OFDM utiliza uma transmissão baseada em símbolos, e pode ser imaginado como um conjunto de um grande número de portadoras, cada qual modulada a uma taxa baixa de bits, transmitindo em paralelo.

4) Porque a denominação “Ortogonal” dada ao OFDM?

Solução:

No OFDM, todas as sub-portadoras transmitem em uníssono empregando sincronismo de fase e de frequência, formando um único bloco no espectro, onde as bandas laterais se sobrepõem. No receptor, a demultiplexação é efetuada com base nesta sincronização, e não por filtragem do espectro, como no FDM convencional. É esta característica que acrescenta a denominação “ortogonal” ao OFDM.

5) Explique de que forma a ortogonalidade entre as frequências das sub-portadoras afeta a eficiência espectral¹¹ do sistema.

Solução:

Num sistema FDM normal, as várias sub-portadoras são espaçadas no espectro de tal modo que os sinais podem ser recebidos usando-se filtros convencionais e demoduladores. Em tais receptores, bandas de guarda devem ser introduzidas entre as diferentes sub-portadoras, e isto resulta em uma redução da eficiência espectral.

É possível, no entanto, dispor as sub-portadoras em um sistemas OFDM tal que as bandas laterais das sub-portadoras individuais se sobreponham e ainda assim receber os sinais sem interferência de um sobre o outro. Para isto, as sub-portadoras devem ser matematicamente ortogonais. Essa disposição corresponde a um afastamento mínimo entre as sub-portadoras, de valor $1/T_s$, de modo a maximizar a eficiência do uso do espectro.

6) Onde se torna importante o uso do afastamento mínimo de $1/T_s$ entre as frequências das sub-portadoras no OFDM?

Solução:

No OFDM, o receptor atua transladando cada sub-portadora de volta a zero (corrente contínua); no domínio do tempo, esta operação de translação se traduz em multiplicar o sinal recebido pela sub-portadora a ser transladada. Após isto, o sinal resultante é integrado sobre o período de um símbolo para recuperar o dado enviado. Se nesse processo, todas as demais sub-portadoras transladas, gerarem um número inteiro de ciclos no mesmo período de símbolo T_s , então o processo de

11 Eficiência espectral, que pode ser definida como a relação entre a taxa R de bits (não a taxa de símbolos) do sistema e a largura de banda W ocupada para a transmissão.

$$\text{Eficiência espectral} = \frac{R}{W} = \frac{\text{taxa de bits}}{\text{largura de banda}}$$

A eficiência espectral mede a habilidade do sistema em acomodar dados em uma banda limitada.

integração resulta em contribuição zero para todas as outras sub-portadoras.

Para que a situação descrita ocorra, é necessário que as sub-portadoras tenham um afastamento, na frequência, de $\Delta f = 1/T_s$ Hz, sendo T_s o tempo de duração de um símbolo.

7) Dê um exemplo de um sinal ortogonal a $\cos(2\pi \times 10^4 \times t)$ no intervalo de tempo de t_0 a $t_0 + .01s$.

Solução:

O tempo de duração de símbolo é .01s. Logo, $1/T_s = 100$ Hz. Qualquer frequência, afastada de $\pm n \times 100$ Hz, é ortogonal a 10^4 Hz no intervalo especificado. Portanto, a frequência de $10^4 + 10^3 = 1,1 \times 10^4$ é um exemplo.

8) Prove que as duas frequências do exercício acima são ortogonais para o intervalo especificado.

Solução:

Para ortogonalidade, $\int_{t_0}^{t_0 + .01} (\cos 2\pi 10^4 t)(\cos 2\pi 1,1 \times 10^4 t) dt = 0$. O integrando dessa

expressão pode ser expresso como $\frac{1}{2}(\cos(2\pi \times 21000t) + \cos(2\pi \times 500t))$, ou seja, a soma de duas frequências, 21000Hz e 500Hz. A primeira possui um período de $1/21000$, e a segunda um período de $1/500$. Ambos são sub-múltiplos de .01, pois $.01 \times 21000 = 210$, e $.01 \times 500 = 5$. Portanto, quando integradas ao longo de um período igual a .01 estarão sendo integradas ao longo de um número inteiro de períodos, e o resultado logicamente será igual a zero, qualquer que seja o valor de t_0 .

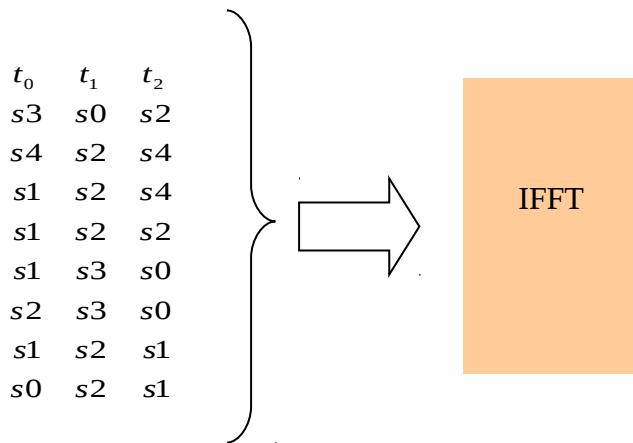
9) Um sistema OFDM é constituído por 2^3 vias paralelas, cada qual implementando uma modulação QPSK (PSK em quadratura). Assim, cada símbolo é constituído por dois bits, e o conjunto total de símbolos possui elementos do tipo s_0, s_1, s_2 e s_3 . Supondo a mensagem de entrada, em forma serial, desejar enviar a sequência de 24 símbolos abaixo representada, estabeleça uma possível sequência de símbolos para a entrada do processador IFFT usado no transmissor.

Mensagem a ser enviada:

s3 s4 s1 s1 s1 s2 s1 s0 s0 s2 s2 s3 s3 s2 s2 s4 s4 s2 s0 s0 s1 s1

Solução:

Como são 8 vias, podemos representar cada via por um linha de uma matriz, cujas colunas representam a sequência temporal dos símbolos enviados. Assim, supondo os símbolos são enviados da esquerda para a direita (ou seja, o primeiro símbolo a ser enviado é o símbolo mais à esquerda, s3)



No caso, $t_1 - t_0 = t_2 - t_1 = T_s$ (tempo de símbolo, após a paralelização da sequência de símbolos da mensagem).

10) Suponha que a taxa de bits na entrada do sistema OFDM do exercício 9 seja de 1024 Kbit/s. Qual o valor de T_s ?

Solução. A taxa de bauds na entrada do sistema é de 512 kbaud (2 bits por símbolo antes da paralelização). Logo, como são 8 vias em paralelo, $T_s = 8/(512000) = 15,625 \mu s$.

11) A IFFT transforma amostras no domínio da frequência em amostras no domínio do tempo. Qual o intervalo, na frequência, entre as amostras (símbolos) na entrada da IFFT do exercício 9?

Solução: O intervalo na frequência deve corresponder a $1/T_s$, para que seja mantida

a condição de ortogonalidade. Assim, $\Delta f = 10^6/15,625 = 64$ kHz.

12) Na saída da IFFT do exercício 9, qual o intervalo de tempo entre as amostras?

Solução: O tempo de símbolo é $T_s = 15,625 \mu s$. Como temos 8 amostras a cada símbolo, o intervalo de tempo entre amostras na saída da IFFT é:

$$T_s/8 = 1,953125 \mu s.$$

13) Qual a relação entre largura de banda e intervalo entre amostras na IFFT do exercício 9?

Solução: A largura de banda nominal (desprezando-se espalhamento de lóbulos laterais de frequências no extremo da banda) é $8 \times \Delta f = 512$ kHz. Isto corresponde ao inverso do intervalo de tempo entre amostras na saída da IFFT, $10^6/1,953125 = 512$ kHz.

14) Se a quantidade de vias no exercício 9 fosse aumentada para $2^4=16$, qual seria a largura de banda do sistema?

Solução: Com 16 vias, o tempo de símbolos (após a paralelização), é $16/512000=31,25 \mu s$. O intervalo entre frequências é $10^6 / 31,25 = 32$ kHz. Como temos 16 vias, a banda nominal é 512 kHz, ou seja, a mesma que para 8 vias.

15) Se a largura de banda é invariável com o número de vias, qual a vantagem de se utilizar um grande número de vias, se isso irá aumentar o custo e a complexidade do sistema?

Solução: A vantagem de se utilizar um número elevado de vias é o aumento no tempo de símbolos, o que aumenta a robustez do sistema em relação às distorções do canal, em particular quando existe o problema de reflexões, causando propagação em multicaminhos. Este aumento no tempo de símbolos também reduz a taxa de transmissão de símbolos em cada via, simplificando a construção de equalizadores e atenuando o problema do fading seletivo.

16) Um sistema OFDM é utilizado para a multiplexação de 8 tributários de 2 Mbit/s cada um. Supondo que seja empregada uma modulação M-ária, onde $M=64$, e um tempo de guarda de $1/5$ do tempo de símbolo T_s , calcule a largura de banda por tributário do sistema.

Solução:

Sendo 8 tributários, temos uma taxa total de 16 Mbit/s. Com $M=2^6=64$, temos aproximadamente 2,67 Mbaud. Sendo N o número de vias, o tempo total de símbolo, após a paralelização, é de $N \times 10^{-6} / 2,67 = N \times 375$ ns. Daí, $(1+1/5)T_s = N \times 375$ ns. Portanto, $6T_s = 1875N$, e $T_s = 312,5N$ ns. Portanto, a largura de banda total é de $10^9 / 312,5 = 3,2$ MHz. Sendo 8 tributários, a largura de banda por tributário é de aproximadamente 400 KHz.